

NAIST-IS-MT0551008

修士論文

衝突回避と軌道追従を同時に考慮した
自律移動体の切替え制御則に関する研究

磯田 周孝

2007年 3月 16日

奈良先端科学技術大学院大学
情報科学研究科 情報システム学専攻

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に
修士(工学) 授与の要件として提出した修士論文である。

磯田 周孝

審査委員：

杉本 謙二 教授 (主指導教員)

西谷 紘一 教授 (副指導教員)

平田 健太郎 助教授 (副指導教員)

衝突回避と軌道追従を同時に考慮した 自律移動体の切替え制御則に関する研究*

磯田 周孝

内容梗概

自律移動体に対する重要な要求として、衝突回避と目標軌道追従が挙げられる。そこで本論文では、移動体の衝突回避法と目標軌道追従制御の切替え手法を提案する。また、衝突回避の中でも困難である、別の移動体はこちらに向かってくる状況を扱う。この際、提案手法では、衝突回避の手法として、追跡-回避ゲームで見られる特殊な可到達集合の概念を用いる。この集合は、バックワード可到達集合と呼ばれる。また、目標軌道追従には、モデル予測制御を用いる。そして、バックワード可到達集合を用いた衝突回避法と、目標軌道追従制御を適切に切替えることによって、両目的を同時に達成する。

ただし、切替えが入る構造では、切替え領域付近において、しばしばチャタリングが発生することが知られている。本論文では、チャタリングを改善するために、ヒステリシスの概念を導入する。さらに、数値例によって、提案手法の有効性を検討する。

キーワード

衝突回避, 追跡-回避ゲーム, 軌道追従, 移動体, モデル予測制御

* 奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 情報システム学専攻 修士論文, NAIST-IS-MT0551008, 2007年3月16日.

Autonomous Vehicle Control Using Pursuit-Evasion game and Reference Trajectory Tracking*

Naritaka Isoda

Abstract

This paper proposes two kinds of switching strategies for a vehicle to avoid colliding with another vehicle which try to provoke a collision and to track to a given reference trajectory. From a pursuit-evasion game, we can compose the collision avoidance procedure based on a so-called backward reachable set. To achieve the trajectory tracking, we employ a model predictive control. The switching strategies unify the collision avoidance and model predictive control methods. Here, the switching structure may lead to chattering. We solve this problem by a strategy that has a hysteresis to adjust a frequency of the chattering. In a numerical verification, we illustrate some simulation results to show the effectiveness of the proposed algorithms.

Keywords:

Collision avoidance, Pursuit-evasion game, Trajectory tracking, Vehicle, Model predictive control

* Master's Thesis, Department of Information Systems, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, NAIST-IS-MT0551008, March 16, 2007.

目次

1. はじめに	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究目的	3
1.3 本論文の構成	4
2. 問題設定	6
2.1 制御目標	6
2.2 衝突回避問題	7
2.3 目標軌道追従	9
3. 衝突回避法	10
3.1 追跡-回避ゲーム	10
3.2 バックワード可到達集合	11
3.2.1 バックワード可到達集合の性質	11
3.2.2 バックワード可到達集合に基づいた衝突回避	15
4. 目標軌道追従	17
4.1 PID 制御に基づく手法	17
4.2 モデル予測制御	19
4.2.1 モデル予測制御の概念	19
4.2.2 モデル予測制御の定式化	20
5. 切替え制御	24
5.1 切替え手法	24
5.1.1 PID 制御による提案法	24
5.1.2 モデル予測制御による提案法	29
5.2 ヒステリシスの導入	32
5.2.1 ヒステリシスを用いた場合の PID 制御による提案法	35
5.2.2 ヒステリシスを用いた場合のモデル予測制御による提案法	38

5.2.3	ヒステリシスの影響	41
5.3	考察	43
6.	おわりに	44
6.1	まとめ	44
6.2	今後の課題	44
6.2.1	曲線追従	44
6.2.2	統一的手法	45
6.2.3	解の存在性	45
6.2.4	離散バックワード可到達集合	45
	謝辞	46
	参考文献	47
	付録	49
A.	一般的な追跡-回避ゲーム	49
B.	Hamilton-Jacobi-Isaacs 偏微分方程式	51

目 次

1	衝突回避と目標軌道追従の切替え	4
2	切替えのタイミングの違い	5
3	衝突回避と目標軌道追従の両立	6
4	二台の車両の相対座標系	8
5	絶対座標系の回避側	9
6	バックワード可到達集合の3次元空間表現	13
7	相対角度に対するバックワード可到達集合の移り変わり	14
8	$x_3 = -180^\circ, -150^\circ, -120^\circ$ でのバックワード可到達集合	16
9	ω による制御の切替え	17
10	モデル予測制御の概念	19
11	集合 $S(\alpha)$ の概念	25
12	初期状態を $x_0 = [2, 2.2, -\frac{\pi}{2}]$ とした場合の数値例	27
13	初期状態を $x_0 = [3.3, 0.1, -\pi]$ とした場合の数値例	28
14	評価関数の重みを $Q_i = \text{diag}[0 \ 5 \ 1]$ とした場合の数値例	30
15	評価関数の重みを $Q_i = \text{diag}[0 \ 20 \ 1]$ とした場合の数値例	31
16	ヒステリシスを導入する際の集合 $S(\alpha_1)$ と $S(\alpha_2)$ の概念	32
17	ヒステリシス曲線	33
18	切替えアルゴリズムのフローチャート	34
19	初期状態を $x_0 = [2, 2.2, -\frac{\pi}{2}]$ とし, ヒステリシスを用いた場合の数値例	36
20	初期状態を $x_0 = [3.3, 0.1, -\pi]$ とし, ヒステリシスを用いた場合の数値例	37
21	評価関数の重みを $Q_i = \text{diag}[0 \ 5 \ 1]$ とし, ヒステリシスを用いた場合の数値例	39
22	評価関数の重みを $Q_i = \text{diag}[0 \ 20 \ 1]$ とし, ヒステリシスを用いた場合の数値例	40
23	$\alpha_2 = 0.08$ の場合の数値例	42
24	$\alpha_2 = 0.06$ の場合の数値例	42

表 目 次

1	衝突回避の研究の分類	2
---	----------------------	---

1. はじめに

本章では，研究背景として，近年の衝突回避および目標軌道追従に関する研究を紹介し，本研究の目的を述べる．最後に，本論文の構成を示す．

1.1 研究背景

近年，自律移動体の活躍は，様々な現場で期待されている．その例として，ジェット旅客機の自動操縦や工場内の搬送ロボットがある．このような自律移動体に要求されることは，ジェット旅客機であれば，指定された航路で移動先の空港に到達することである．また，搬送ロボットであれば，適切に設計された経路を通じて，資材を所定の場所に運搬することである．共通して重要なものとして，目的地に向かうことが挙げられる．そのために，目的地にたどり着くための経路の選択，およびそうした経路に追従するための目標軌道追従が必要となる．また，自律移動体へのもう一つの重要な要求として，“安全な移動”が挙げられる．本論文で考える“安全な移動”とは，移動中に他の物体と衝突することなく，目的地へ向かうことである．これを達成するための問題は，衝突回避問題と呼ばれる．

このような自律移動体の研究は，多岐に渡っておこなわれている．目標軌道追従に関しては，文献 [1] のように，状態フィードバックを用いるほか，モデル予測制御を用いた方法 [2] も研究されている．モデル予測制御は，ダイナミクスから予測した未来の軌道が目標軌道に追従するような最適入力を求める制御手法である．この手法はすでに様々な制御対象に用いられており，移動体へ適用した研究 [3] も見られる．また，衝突回避問題については，表. 1 に示すように様々な状況について研究されている．直線軌道などの限定された動作をもつ障害物や，静止した障害物との衝突回避の研究 [4], [5], [6] が報告されている．さらに，別の移動体との衝突回避としては，その解決法として様々な手法が研究されている．たとえば，移動体同士の協調を前提とした上で，移動体同士が，互いに連携して衝突を回避しようとする協調制御法 [3], [7] や，要求される位置関係を保とうとする編隊制御法 [8], [9] などが提案されている．ほかには，衝突回避問題に適用可能な概念として，微分ゲーム理論の中の追跡-回避ゲーム [10] も研究されている．これ

については後述する。

	衝突回避	衝突回避と目標軌道追従
静止障害物	[4], [6]	[11]
移動体（直線運動）	[5]	
自律移動体	[3], [7], [8], [9]	[12], [13]
追跡してくる移動体	[10]	*なし（提案手法）

表 1 衝突回避の研究の分類

上述の目標軌道追従と衝突回避を同時に達成することを目標とした研究には、ポテンシャルフィールドを利用して障害物を回避する手法 [11] があり、移動体同士の場合は、協調制御によって衝突回避や目標軌道追従を達成する文献 [12], [13] がある。ポテンシャルフィールドとは、目的地が引力を、障害物が斥力をそれぞれ発生していると仮想的に考える場である。この概念により、目的地へ向かうことと衝突回避を同時に解決することができる。ただし、ポテンシャルフィールドのオンライン計算に時間がかかることや、引力と斥力のつり合う点に停留点を発生させることが懸念されている。こうした先行研究では、他の移動体が制御不能であったり、意図的に接近してくるような状況（これは表. 1 の * の状況に該当する）は、考えられていない。このような状況は、移動体が誤作動を起こした場合や、何かしらの異常事態が発生した場合に相当すると考えられる。これらの場合に対しても安全な動作を考慮することが重要である。

一方で、微分ゲームと呼ばれる理論がある。これは、複数のプレイヤーが自分の目的に沿った評価関数を持っており、あるダイナミクスに従って、その評価関数を最小化または最大化する最適入力を求める理論である。その中でも、追跡-回避ゲーム [10] の分野では、最適性の条件 [14] から導かれる二点境界値問題を解くことで、最適入力を求めることができる。その際に、Hamilton-Jacobi-Isaacs 偏微分方程式に対して粘性解¹ を求めることで、バックワード可到達集合が得られる

¹ 粘性解とは、古典的な解の概念を拡張したものであり、最適制御理論との関連が研究されている [15]。

ことが知られている [16]。バックワード可到達集合は、有限時間内に移動体が衝突を引き起こす条件を表している。この集合により、衝突を引き起こすための必要十分条件を記述することができる。つまり、別の移動体の動作に関わらず、衝突を回避できる状態の集合の境界が得られる。一般的な非線形システムに対して、粘性解を解析的に求めることは困難であるため、バックワード可到達集合を制御に用いることは難しいとされていた。しかし近年になって、粘性解およびバックワード可到達集合の数値的な近似計算法が報告された [16]。また、バックワード可到達集合は、入力制約に従って衝突が起こりうる全ての位置関係を表すものであり、事前に一度の計算で得られる。したがって、実時間制御に対する計算コストによる負担は少ない。このようなバックワード可到達集合を適切に用い、有効な追従制御と組み合わせることで、衝突回避および目標軌道追従が同時に達成され、上述の異常事態に対しても安全な移動体の動作を実現することが期待される。

1.2 研究目的

移動体同士の衝突回避の中でも、別の移動体が衝突を引き起こそうとして故意に接近してくる状況は、最も回避の難しい危険な例と思われる。このような状況における衝突回避を実現することは、移動体の安全性を確保することにつながる。したがって本研究では、衝突回避問題として、故意に接近してくる移動体を回避する問題を扱う。

このような衝突回避問題を解決しながら目的地へ向かうことを扱った研究は、著者の知る限りでは見つからない。そこで本論文の目的は、制御対象とする移動体と、もう一台の別の接近してくる移動体に対して、衝突回避と目標軌道追従を同時に達成する制御法を提案することである。さらに、提案手法の有効性を数値例によって検証することである。提案手法では、二つの問題に対する手法の切替えを用いる。一つは衝突回避法であり、もう一つは目標軌道追従である。これらの手法を個別に扱い、適切に切替えをおこなう。概念図を図 1 に示す。

この際、衝突回避には、別の移動体の様々な動きに対応できる制御をおこなうために、バックワード可到達集合を用いることを考える。目標軌道追従には、二通りの制御を考える。一つは、古典的な PID 制御に基づく手法であり、もう一

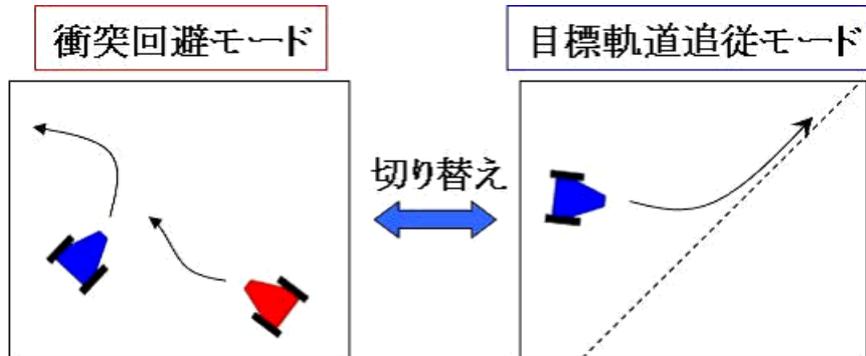


図 1 衝突回避と目標軌道追従の切替え

つは、最適性の観点から、モデル予測制御を用いる。また、このような切替えを含む系では、激しい切替えが持続的に起こるチャタリングの発生することが懸念される。本研究においては、チャタリングの発生により入力値が激しく振動することになると予想される。これに対しては、チャタリングを抑える方法として、切替えのタイミングを調整するためのヒステリシスを用いる方法 [17] が知られている。この方法は、切替えのための閾値を図 2(b) のように二つ用意して使い分けることで、切替えが立て続けに起こらないようにするものである。本論文においても、チャタリングを抑制するためにヒステリシスを適用する。そして数値例によって、衝突回避および目標軌道追従の手法や、ヒステリシスの有効性を検証する。

1.3 本論文の構成

次章からの本論文の構成を以下に示す。

第 2 章：衝突回避および目標軌道追従の問題設定を述べる。衝突回避では、二台の移動体を追跡側と回避側に分け、二台の相対座標系により状態を定義する。目標軌道追従については、絶対座標系の回避側の位置を状態として定式化する。

第 3 章：追跡側との衝突を回避するための手法を述べる。追跡-回避ゲームの概要、バックワード可到達集合の概念を説明し、衝突回避への適用を述べる。

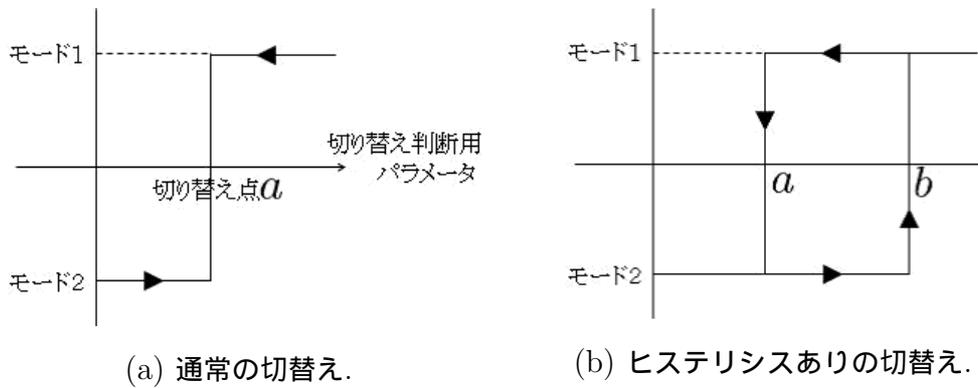


図 2 切替えのタイミングの違い.

第 4 章：目標軌道へ追従するための手法を説明する．まず，PID 制御に基づく手法による目標軌道追従制御を述べる．移動体が非線形システムであるため，大域的漸近安定である保証がない．したがって，目標軌道に近づく制御と，目標軌道に追従する制御の二段階に分ける．つぎに，モデル予測制御による目標軌道追従を定式化する．

第 5 章：衝突回避と目標軌道追従の切替え手法を述べる．さらに，チャタリング対策として，ヒステリシスの導入について述べ，数値例により切替え手法や，ヒステリシスの有効性，目標軌道追従法の比較について検討する．

第 6 章：本論文のまとめをおこなう．

2. 問題設定

この章では，本研究の目標および制御対象について述べる．

2.1 制御目標

本研究では二台の移動体を扱う．二台の移動体にはそれぞれ回避側，追跡側として異なった役割を与える．追跡側の目的は回避側を追いかけて衝突を引き起こすことである．回避側の目的は追跡側との衝突の回避と，与えられた目標軌道への追従である．本稿では，図 3 のイメージのように，回避側の目的を達成させるための手法を提案する．

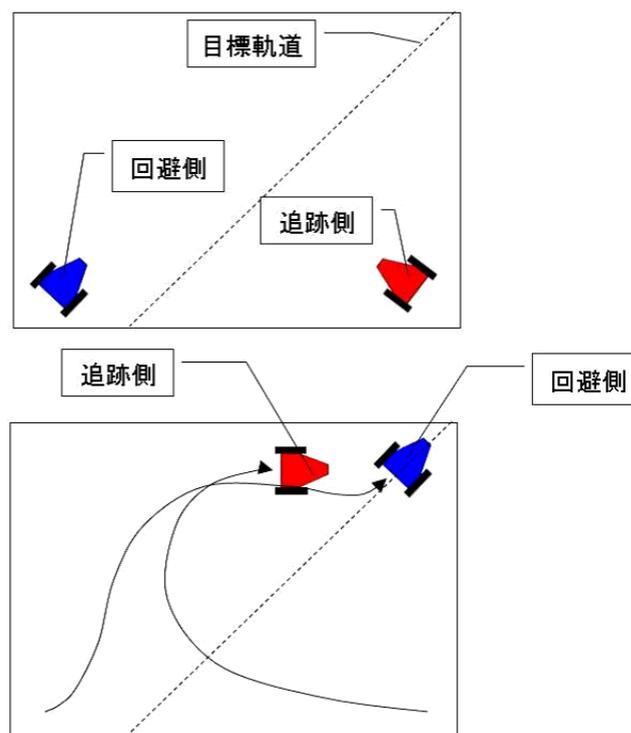


図 3 衝突回避と目標軌道追従の両立

回避側が衝突回避と目標軌道追従を達成するために、それぞれの目的に応じたダイナミクスを考慮する。以降の節に詳細を示す。

2.2 衝突回避問題

衝突回避に対して、二台の移動体の相対座標系を用いる。この際、回避側の位置、姿勢を原点とした、追跡側の位置、姿勢を状態とする。状態を $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbb{R}^3$ と定義することで、状態方程式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u_e(t), u_p(t)) \\ &= \begin{bmatrix} -v_e + v_p \cos x_3(t) + u_e(t)x_2(t) \\ v_p \sin x_3(t) - u_e(t)x_1(t) \\ u_e(t) - u_p(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、初期状態 $x(0) = x_0$ であり、 $u_e, u_p \in \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}^+$ である。図 4 に示すように、状態の x_1 は回避側からの前方相対距離、 x_2 は横方向の相対距離、 x_3 は二台の進行方向の相対角度を表す。 u_e, u_p は回避側、追跡側の入力で、旋回する角速度（ヨーレート）を表し、つぎのような入力制約を課されるものとする。

$$\begin{aligned} -1.0 &\leq u_e(t) \leq 1.0 \\ -1.0 &\leq u_p(t) \leq 1.0 \end{aligned} \quad (2)$$

また v_e, v_p は、それぞれ、移動体の進行方向速度であり、ここでは一定値とする。つぎに、本研究における衝突を定義する。

<定義 2.1> 状態がつぎの衝突集合 \mathcal{G}_0 の中に入ったとき、衝突とする。

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_0 &= \{x \mid g(x) \leq 0\} \\ g(x) &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - \beta \end{aligned} \quad (3)$$

これは、二台の相対距離が β 以下になった場合（状態が、原点を中心とした半径 β の円に入った場合）を衝突とし、相対角度には依存しないことを意味する。この定義より、回避側は状態が衝突集合の中に入らないようにする。

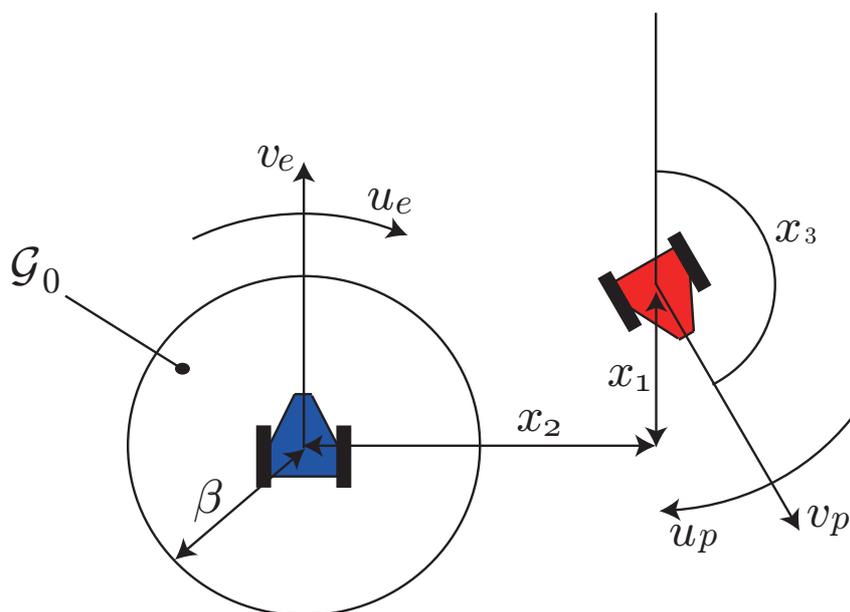


図 4 二台の車両の相対座標系

さらに、本問題に対しての解が存在しないことが明らかな状況に陥ることを防ぐため、次の仮定を用いる。

<仮定 2.1> $v_e \geq v_p$ である。

二台の入力制約が同じ場合、 $v_e < v_p$ であれば、回避側が逃げ切ることは不可能となるため、この仮定が必要となる。

<仮定 2.2> 追跡側にとって、回避側の目標軌道に関する情報は未知である。

追跡側が意図的に目標軌道と回避側の間居続けることで、膠着状態に陥ることを、この仮定によって防ぐ。

2.3 目標軌道追従

目標軌道追従を扱うためには，図 5 に示す絶対座標系を用いる．回避側の位置，姿勢を状態 $x_e = [x_{e1} \ x_{e2} \ x_{e3}]^T \in \mathbb{R}^3$ と定義した状態方程式は

$$\dot{x}_e(t) = f_e(x_e(t), u_e(t)) = \begin{bmatrix} v_e \cos x_{e3}(t) \\ v_e \sin x_{e3}(t) \\ u_e(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

である．ここで， x_{e1} ， x_{e2} は縦軸と横軸， x_{e3} は x_{e1} 軸と回避側の進行方向との間の角度を示す．また，回避側の入力 u_e の制約は，相対座標系と同様に $-1.0 \leq u_e(t) \leq 1.0$ である．

本論文では，目標軌道は絶対座標系の x_{e1} 軸とする．

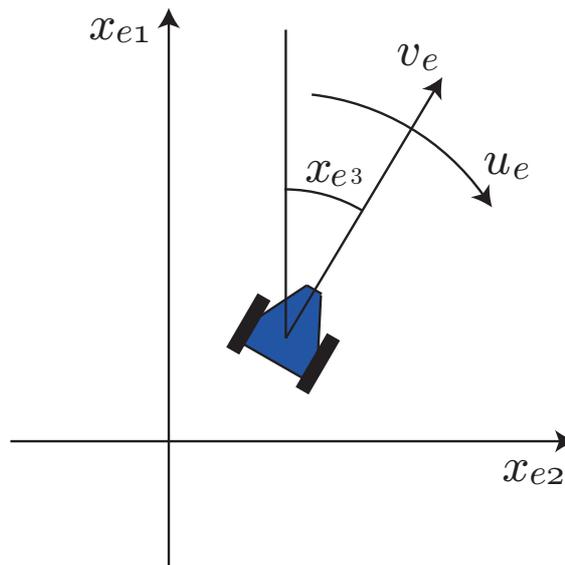


図 5 絶対座標系の回避側.

3. 衝突回避法

第 2.2 節の問題設定による衝突回避のための手法を説明する．まず，本研究で扱う衝突回避問題を解くために，追跡-回避ゲームを導入する．そして，追跡-回避ゲームの中に見られるバックワード可到達集合による衝突回避法を解説する．

3.1 追跡-回避ゲーム

第 2.2 節で記述した (1) について，追跡-回避ゲームを考える．追跡-回避ゲームは，与えられた目標集合に状態が到達することでゲーム終了となる．また，追跡-回避ゲームは非協力二人ゼロ和ゲームと呼ばれ，二人のプレイヤーが同一の評価関数を持っている．そして，その評価関数を片方が最大化，もう片方が最小化しようとする．この概念を本研究の問題設定に適用すると，目標集合は，(4) で示された衝突集合となる．衝突が起こる終端時刻 T を

$$T(x_0) = \inf\{t \in \mathbb{Z}_+ \mid x(t, x_0) \in \mathcal{G}_0\}$$

とすると，衝突回避のための評価関数 J は，つぎのように衝突集合を考慮した終端値によって表す．

$$J = g(x(T)) \quad (5)$$

衝突を回避しようとする回避側は，この評価関数を最大化しようとし，衝突を引き起こそうとする追跡側は，評価関数を最小化しようとする．そこで，つぎのように値関数 v を定義すると，

$$v(x, t) = \min_{u_p} \max_{u_e} \int_t^T g(x(T))$$

つぎのような Hamilton-Jacobi-Isaacs(HJI) 偏微分方程式が得られる．

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \min_{u_p} \max_{u_e} \left\{ \frac{\partial v}{\partial x} \cdot f \right\} = 0 \quad (6)$$

このような HJI 偏微分方程式について，最適性の条件から導かれる二点境界値問題を解くことで，それぞれのプレイヤーの最適入力 u_p^* , u_e^* が求められる．ただし，一般的な非線形システムに対して，このような二点境界値問題の解を解析的に求めるのは困難である．したがって，追跡-回避ゲームを利用する場合は数値計算を利用した解法を用いることになる．

このような追跡-回避ゲームにおいて，最適入力が決まるものとした上で，追跡側と回避側の両方が最適入力を用いた場合，有限時間内に目標集合に到達するかどうかは初期状態に依存することになる．このことを議論する際に用いられるのが，次節のバックワード可到達集合である．

3.2 バックワード可到達集合

本節では，バックワード可到達集合を定義し，その性質およびバックワード可到達集合を用いた衝突回避法を説明する．

3.2.1 バックワード可到達集合の性質

バックワード可到達集合をつぎのように定義する．

< 定義 3.1 > (1) について，初期状態が x_0 ，目標集合が \mathcal{G}_0 であるとき，つぎのような $\mathcal{G}(\tau)$ をバックワード可到達集合と呼ぶ．

$$\mathcal{G}(\tau) := \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x(T(x_0)) \in \mathcal{G}_0\}$$

ここで， $\tau \in [0, T(x_0)]$ である．

この集合が意味するところは，つぎのようなことである．まず，システム (1) の状態がバックワード可到達集合 $\mathcal{G}(\tau)$ の境界上にある場合， u_e^* , u_p^* を用いると，状態は境界上を動いて目標集合に向かう．また，状態が $\mathcal{G}(\tau)$ の外側にある場合は，回避側が u_e^* を用いる限り，目標集合には入らない．そして，状態が $\mathcal{G}(\tau)$ の内側にある場合は，追跡側が u_p^* を用いる限り，必ず目標集合の中に入る．つまり，本研究の目的の一つである衝突回避を確実なものにするためには，状態が $\mathcal{G}(\tau)$ に入らないようにすれば良いと言える．

このようなバックワード可到達集合 $\mathcal{G}(\tau)$ について，文献 [16] によってつぎのような定理が報告されている．

< 定理 3.1 > v がつぎの HJI 偏微分方程式の粘性解であるとき，

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \min[0, \min_{u_p} \max_{u_e} \left\{ \frac{\partial v}{\partial x} \cdot f \right\}] &= 0 \\ v(x, 0) &= g(x) \end{aligned}$$

$\mathcal{G}(\tau)$ は，つぎのように v のゼロサブレベルセットで表される．

$$\mathcal{G}(\tau) = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid v(x, t) \leq 0\}$$

詳細についてはここでは省くが，この定理に基づいた $\mathcal{G}(\tau)$ の数値計算法についても，文献 [16] で研究されており，一部がツールボックス [19] として公開されている．したがって，本研究においても $\mathcal{G}(\tau)$ を計算する際にこれを用いた．

以下に，第 2.2 節の問題設定におけるバックワード可到達集合の数値例を示す．ここで，衝突集合については

$$\beta = 0.5,$$

二台の進行速度は

$$v_e = 1$$

$$v_p = 0.95$$

とする．また，入力制約は第 2 章で述べたように

$$-1.0 \leq u_e(t) \leq 1.0$$

$$-1.0 \leq u_p(t) \leq 1.0$$

である．得られた $\mathcal{G}(\tau)$ を示したものが，図 6 である．この図は，水平方向の二軸として， x_1 軸と x_2 軸，鉛直方向の座標軸として， x_3 軸を対応させている．相対角度 x_3 を鉛直方向の座標軸にとっているため，目標集合は半径が 0.5 の円筒状になっている．その周囲の部分がバックワード可到達集合である．また，図 7 は，四つの相対角度 x_3 に対するバックワード可到達集合の断面図である．また，バックワード可到達集合の境界上で，最適入力 u_e^* , u_p^* を用いた際の状態の遷移を丸印で示してある．境界上を移動していることがわかる．

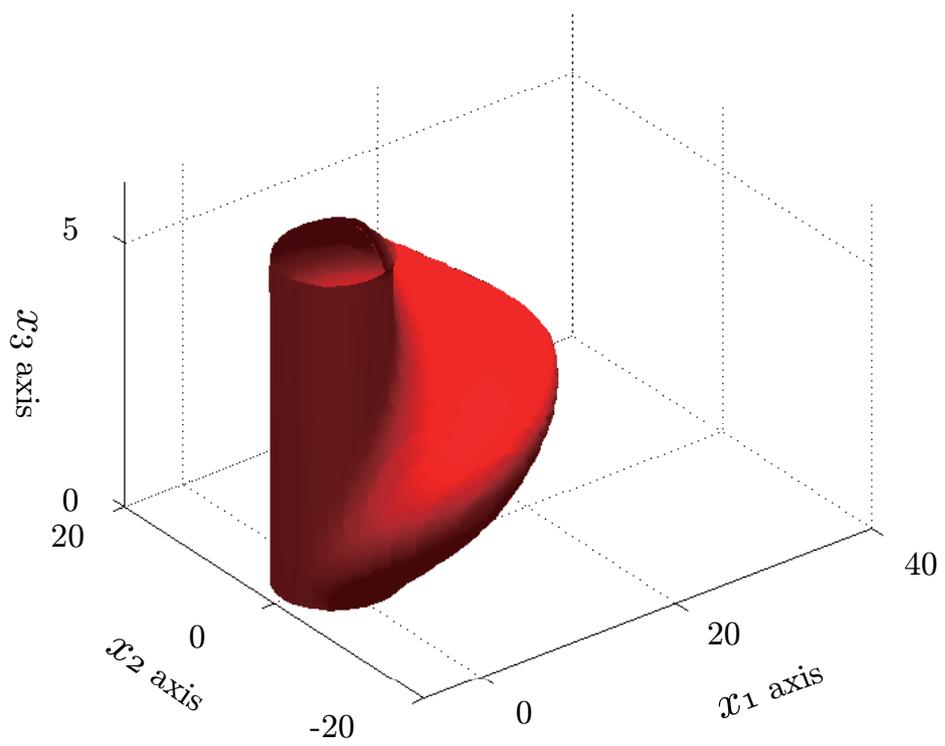
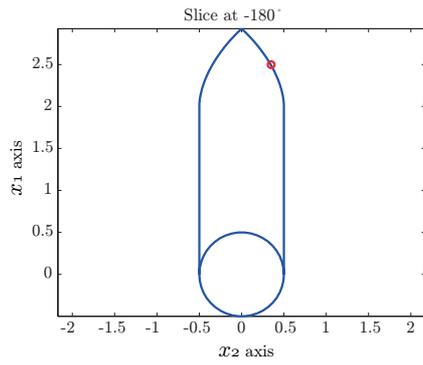
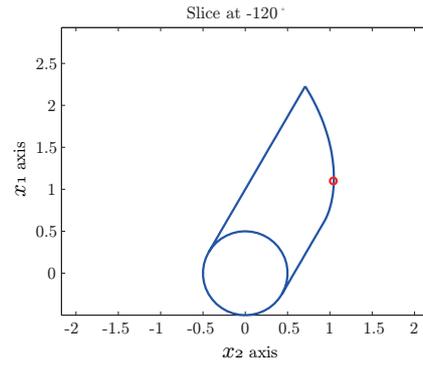


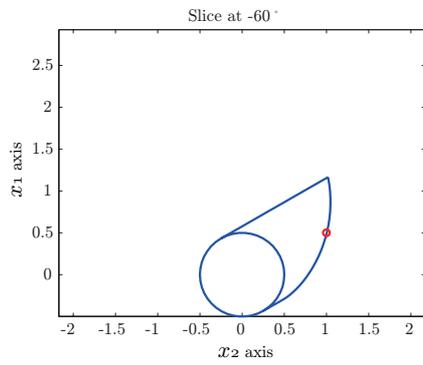
図 6 バックワード可到達集合の3次元空間表現.



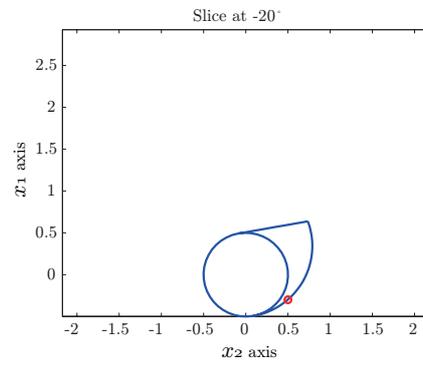
(a) $x_3 = -180^\circ$ における
バックワード可到達集合.



(b) $x_3 = -120^\circ$ における
バックワード可到達集合.



(c) $x_3 = -60^\circ$ における
バックワード可到達集合.



(d) $x_3 = -20^\circ$ における
バックワード可到達集合.

図 7 相対角度に対するバックワード可到達集合の移り変わり.

3.2.2 バックワード可到達集合に基づいた衝突回避

前節で説明したバックワード可到達集合を用いた，具体的な衝突回避法について説明する．バックワード可到達集合 $\mathcal{G}(\tau)$ の性質から，状態が $\mathcal{G}(\tau)$ の中に入らなければ衝突が起こらないことがわかっている．したがって， $\mathcal{G}(\tau)$ に入る前に回避側が最適入力 u_e^* を用いればよい．

第3.1節の追跡-回避ゲームにおけるハミルトニアン H をつぎのように定義する．

$$H(u_e, u_p) = \min_{u_p} \max_{u_e} \left\{ \frac{\partial v}{\partial x} \cdot f \right\}. \quad (7)$$

したがって，つぎのように計算される．

$$\begin{aligned} H(u_e, u_p) = & \frac{\partial v}{\partial x_2} - \frac{\partial v}{\partial x_2} \cos x_3 - \frac{\partial v}{\partial x_1} \sin x_3 \\ & + u_e \left(\frac{\partial v}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial v}{\partial x_2} x_1 + \frac{\partial v}{\partial x_3} \right) - u_p \frac{\partial v}{\partial x_3}. \end{aligned} \quad (8)$$

ここで，追跡-回避ゲームにおける最適性の条件 [10] より，つぎの不等式が成り立つ．

$$H(u_e, u_p^*) \leq H(u_e^*, u_p^*) \leq H(u_e^*, u_p) \quad (9)$$

(8)(9) より，最適入力がつぎのような形で得られる．

$$\begin{aligned} u_e^* &= \text{sign} \left(\frac{\partial v}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial v}{\partial x_2} x_1 + \frac{\partial v}{\partial x_3} \right) \\ u_p^* &= \text{sign} \left(\frac{\partial v}{\partial x_3} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

ここで， sign はつぎのような関数である．

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} +1 & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases} \quad (11)$$

したがって，本論文の衝突回避問題において，回避側の最適入力は，ほとんど常に $+1$ か -1 である．たとえば， $[x_1, x_2, x_3] = [1.5, 0.5, -\pi]$ の状況を考える．図8には，このときの状態を丸印で示し，バックワード可到達集合の $x_3 =$

-180° , -150° , -120° の場合の断面図も描いた． <定理 3.1> より，バックワード可到達集合の境界上では $v = 0$ である．そして，バックワード可到達集合の外側に向かうと v は増加し，内側に向かうと v は減少する．この状態では $\frac{\partial v}{\partial x_1} = 0$, $\frac{\partial v}{\partial x_2} > 0$, $\frac{\partial v}{\partial x_3} < 0$ となる．したがって，(10) より $u_e^* = -1$, $u_p^* = 1$ のように最適入力が決まる．つまり，今回の問題設定では，二台の相対的な位置関係からそれぞれの入力を求めることができ，この最適入力によってバックワード可到達集合に入らないようにすれば，衝突回避を実現することができる．

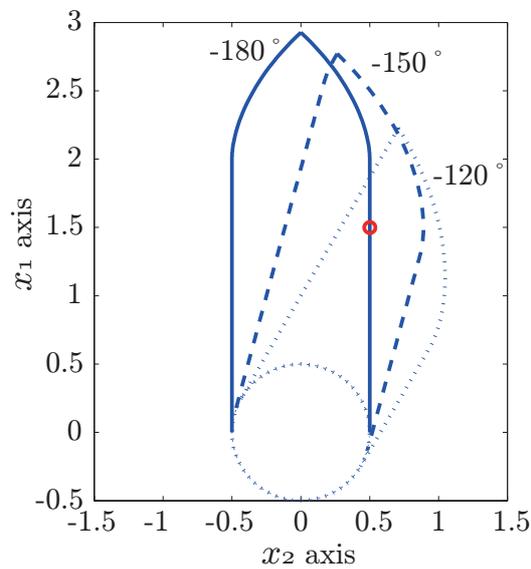


図 8 $x_3 = -180^\circ, -150^\circ, -120^\circ$ でのバックワード可到達集合.

4. 目標軌道追従

第 2.3 節の問題設定に対する目標軌道追従制御を紹介する．目標軌道への追従には，二種類の方法を用意する．まず，PID 制御を用いた追従を説明し，つぎにモデル予測制御による追従制御を定式化する．

4.1 PID 制御に基づく手法

目標軌道に追従するために，まずは，単純な PID 制御を用いる場合を考える．目標軌道追従をおこなうシステム (4) は非線形であり，大域的漸近安定性を保証することは一般には困難である．したがって本節では，安定性の解析には触れず，また，目標軌道への追従可能性が高いと思われる方法を採用した．

ここで用いる目標軌道追従制御は，二段階の構成とする．回避側と目標軌道との距離によって，用いる制御を切替える．その際，切替えの閾値には $\omega > 0$ を用いる．つまり，図 9 で概念を示すように，目標軌道に ω の距離まで近づくための制御と，目標軌道に追従する制御をおこなう．

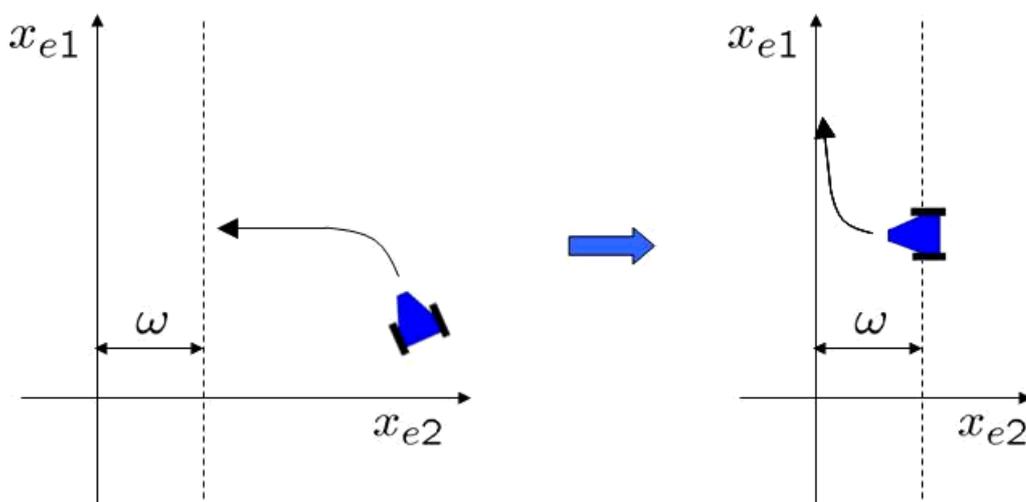


図 9 ω による制御の切替え.

[回避側の位置が目標軌道である x_{e1} 軸から ω 以上離れている場合]

回避側が目標軌道に垂直に向かうように制御する．したがって目標軌道に垂直に向かう角度をこの場合の目標角度とする．目標角度と $x_{e3}(t)$ との誤差 $\delta(t)$ は

$$\delta(t) = \begin{cases} x_{e3}(t) + \frac{\pi}{2} & (x_{e2}(t) > 0) \\ x_{e3}(t) - \frac{\pi}{2} & (x_{e2}(t) < 0) \end{cases} \quad (12)$$

となる．ここで，比例ゲイン，積分ゲイン，微分ゲインをそれぞれ K_{p1} , K_{i1} , K_{d1} とおくと，(4) に対して次のような入力になる．

$$u_e(t) = K_{p1}\delta(t) + K_{i1} \int_0^t \delta(\tau) d\tau + K_{d1} \frac{d\delta(t)}{dt} \quad (13)$$

[回避側と目標軌道との距離が ω より近い場合]

目標軌道に追従するよう制御する．つまり，目標軌道である x_{e1} 軸と $x_{e2}(t)$ との誤差 $\zeta(t)$ は

$$\zeta(t) = x_{e2}(t) - 0$$

となり， x_{e1} 軸の正の向きと $x_{e3}(t)$ との誤差 $\eta(t)$ は

$$\eta(t) = x_{e3}(t) - 0$$

で表される．比例ゲイン，積分ゲイン，微分ゲインをそれぞれ K_{p2} , K_{i2} , K_{d2} とおくと，入力は次のようになる．

$$u_e(t) = K_{p2}(\zeta(t) + \eta(t)) + K_{i2} \int_0^t (\zeta(\tau) + \eta(\tau)) d\tau + K_{d2} \left(\frac{d\zeta(t)}{dt} + \frac{d\eta(t)}{dt} \right) \quad (14)$$

これらの入力の中の，各ゲインのパラメータを適切に決定することで，目標軌道への追従が実現される．しかし，パラメータの選び方は経験的に決定されるものであり，追従性能の調整には時間と手間がかかる．また，最適性を考慮する面でも，より適切な手法として，次節ではモデル予測制御を用いた目標軌道追従を導入する．

4.2 モデル予測制御

目標軌道への追従を達成する代替手法として、モデル予測制御を採用する。そこで本節では、モデル予測制御の概念を簡単に説明し、目標軌道追従のための定式化をおこなう。

4.2.1 モデル予測制御の概念

モデル予測制御の概念を図 10 に示す。ここで、システムの入力を $u(t)$ とし、離散時間における現時刻を k で表す。予測区間を N とすると、ダイナミクスから N 区間先までの出力軌道を予測することができる。その未来の予測軌道を目標軌道に追従させるような最適入力を求める。この際、最適入力は N 区間分求めることになるが、実際に用いるのは最初の入力のみである。そして、次のステップでも同様に N 区間先まで予測し、最適入力を求め、その内の最初の入力だけを用いることを繰り返す。

したがってモデル予測制御は、最適性を考慮した制御である。また、最適化を毎時刻おこなうため、予測区間を長く取り過ぎないかぎり、(4) のような非線形システムを逐次線形化して扱うことができる。これらの理由から、前節の制御手法よりも、適切であると思われる。

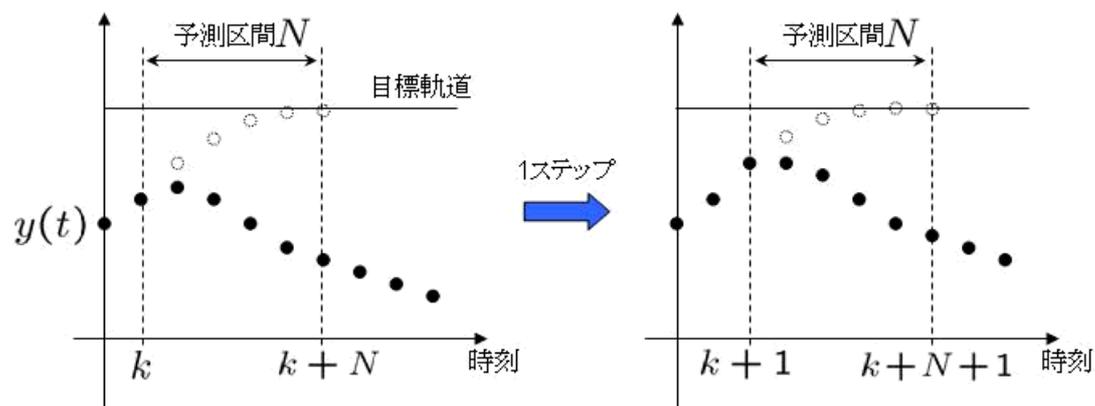


図 10 モデル予測制御の概念.

4.2.2 モデル予測制御の定式化

本稿では，目標軌道追従のための評価関数として，目標軌道と状態との追従誤差を用いる．また，制御対象をモデル予測制御に適した形にするために，(4)の非線形システムを線形化，および離散化する．

まず，操作点 (x_{e0}, u_{e0}) の周りの微小変位を $(\Delta x_e, \Delta u_e)$ とする． (x_{e0}, u_{e0}) 周りの，ヤコビアンを用いた線形化モデル [18] はつぎのようになる．

$$\dot{x}_e(t) = A\Delta x_e + B\Delta u_e + C,$$

ここで

$$A = \frac{\partial f_e}{\partial x_e}, \quad B = \frac{\partial f_e}{\partial u_e}, \quad C = f_e(x_{e0}, u_{e0}).$$

さらに，離散化のためのサンプリング時間を $T_s > 0$ ，ステップ数を k とし，つぎのように近似する．

$$\Delta x_e \approx x_e(kT_s) - x_e((k-1)T_s)$$

$$\Delta u_e \approx u_e(kT_s) - u_e((k-1)T_s)$$

また， $t = kT_s$ とすると，

$$\dot{x}(t) \approx (x_e((k+1)T_s) - x_e(kT_s))/T_s.$$

これらより，つぎの離散化モデルが得られる．

$$x_e(k+1) = \hat{A}x_e(k) + \hat{B}u_e(k) + \hat{C}, \quad (15)$$

ここでは，表現を簡潔にするために， T_s を表示していない．また，

$$\hat{A} = I + T_s A, \quad \hat{B} = T_s B$$

$$\hat{C} = T_s(C - Ax_e(k-1) - Bu_e(k-1))$$

である．

次に，追従性能に対する評価関数を定式化する．モデル予測制御のための予測区間を N ステップとする． $x_{e,k+i|k}$ が，現時刻を k とした場合の時刻 $k+i$ におい

て予測される状態を表すとき，予測軌道 $x_{e,k}^N \in \mathfrak{R}^{3N}$ は，(15) よりつぎのように表される．

$$x_{e,k}^N = \begin{bmatrix} x_{e,k+1|k} \\ x_{e,k+2|k} \\ \vdots \\ x_{e,k+N-1|k} \end{bmatrix} = \mathcal{A}x_{e,k|k} + \mathcal{B}u_{e,k}^N + \mathcal{C}, \quad (16)$$

ここで， $x_{e,k|k} = x_e(k)$ であり， $\mathbf{0} \in \mathfrak{R}^3$ を零ベクトルとすると，

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \hat{A} \\ \hat{A}^2 \\ \vdots \\ \hat{A}^N \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} \hat{B} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \hat{A}\hat{B} & \hat{B} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{A}^{N-1}\hat{B} & \hat{A}^{N-2}\hat{B} & \cdots & \hat{B} \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} \hat{C} \\ \hat{C}(I + \hat{A}) \\ \vdots \\ \hat{C}(I + \hat{A} + \cdots + \hat{A}^{N-1}) \end{bmatrix}, \quad u_{e,k}^N = \begin{bmatrix} u_e(k) \\ u_e(k+1) \\ \vdots \\ u_e(k+N-1) \end{bmatrix}.$$

したがって，評価関数は (16) から，つぎのように書き表される．

$$\begin{aligned} J(x_{e,k|k}) &:= \|x_{e,k}^N - x_{ref,k}^N\|_Q^2 \\ &= (x_{e,k}^N - x_{ref,k}^N)^T Q (x_{e,k}^N - x_{ref,k}^N) \\ &= (u_{e,k}^N)^T H u_{e,k}^N + 2f(x_{e,k|k})^T u_{e,k}^N + const. \end{aligned}$$

ここで，

$$\begin{aligned} H &= \mathcal{B}^T Q \mathcal{B}, \\ f(x_{e,k|k})^T &= (\mathcal{A}x_{e,k|k} + \mathcal{B}u_{e,k}^N + \mathcal{C} - x_{ref,k}^N)^T Q \mathcal{B} \end{aligned}$$

であり, $x_{ref,k}^N \in \mathbb{R}^{3N}$ は, N 区間の目標軌道を, Q は, つぎのような形の重み行列を表している.

$$Q = \text{diag} [Q_1, Q_2, \dots, Q_N],$$

$$Q_i = \text{diag} [q_i^1, q_i^2, q_i^3], \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

さらに, 制約条件を記述する. 本研究で扱う移動体は第 2 章で示したような入力制約を持っているため, これをつぎのような, 最適化問題に適した形に書き直す.

$$-1 \leq u_e(k) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \leq u_e(k) \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

したがって, N 区間の制約条件は,

$$\Phi u_{e,k}^N \leq \mathbf{1}. \quad (17)$$

ここで, $\mathbf{1} \in \mathbb{R}^{2N}$ は全ての要素が 1 のベクトルであり, $\Phi \in \mathbb{R}^{2N \times N}$ はつぎのような行列である.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & & 0 \\ 0 & 1 & & \vdots \\ 0 & -1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

これらにより, ダイナミクス (15) に対するモデル予測制御のための最適化問題は, 評価関数 $J(x_{e,k|k})$ と制約条件 (17) により, つぎのように定式化される.

$$\min_{u_{e,k}^N \in \mathbb{R}^N} (u_{e,k}^N)^T H u_{e,k}^N + 2f(x_{e,k|k}) u_{e,k}^N \quad (18a)$$

$$\text{s.t.} \quad \Phi u_{e,k}^N \leq \mathbf{1}, \quad (18b)$$

この最適化問題の解として得られる最適入力 $u_{e,k}^{N^*}$ は時刻 k から $k + N - 1$ までの最適入力の組であり，その最初の入力 $u_{e,k}^{N^*}(1)$ を，つぎのように k ステップにおける入力として用いる．

$$u(k) = u_{e,k}^{N^*}(1) \quad (19)$$

この $u_{e,k}^{N^*}(1)$ を毎時刻について求めることで，目標軌道への追従を実現する．追従性能の調整は，評価関数の重みを調整することによっておこなう．

次章において，衝突回避と目標軌道追従の切替え手法を提案し，提案手法に PID 制御を用いる場合とモデル予測制御を用いる場合との比較検討もおこなう．

5. 切替え制御

第3章では、向かってくる移動体との衝突回避に用いる手法を説明した。第4章では、目標軌道に追従する制御手法を説明した。この章では、前章までに紹介した衝突回避法と目標軌道追従制御を切替える手法を示す。また、数値例によって提案手法を検証し、その結果について考察する。

5.1 切替え手法

衝突回避と目標軌道追従をどのように切替えるかを説明する。切替えのタイミングは、つぎのような集合 $S(\alpha)$ によって決める。

$$S(\alpha) := \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \rho(x, \mathcal{G}_0 \cup \mathcal{G}(\tau)) \leq \alpha \quad \forall \tau \in [0, T(x_0)]\}$$

ここで、 $\rho(x, \mathcal{G}_0 \cup \mathcal{G}(\tau)) \in \mathbb{R}^+$ は、 x から $\mathcal{G}_0 \cup \mathcal{G}(\tau)$ への最短距離を表している。つまり $S(\alpha)$ は、バックワード可到達集合と衝突集合の周囲に $\alpha \in \mathbb{R}^+$ だけ広げた集合である。図 11 に $S(\alpha)$ のイメージ図を示す。状態が $S(\alpha)$ の外側にある場合は目標軌道追従をおこない、状態が $S(\alpha)$ の内側にある場合は衝突回避をおこなう。

5.1.1 PID 制御による提案法

目標軌道追従に、第 4.1 節で説明した PID 制御に基づく手法を用いた場合の切り替えアルゴリズムはつぎのようになる。

[Simple Switching Algorithm based on PID: SSAPID]

Step 1: サンプリング時刻 $t = kT_s$ における $x(kT_s)$ を計測。

Step 2: If $x(kT_s) \in S(\alpha)$, then

回避側は (10) による $u_e^*(kT_s)$ を入力とする、そして

$k = k + 1$ として Goto Step 1.

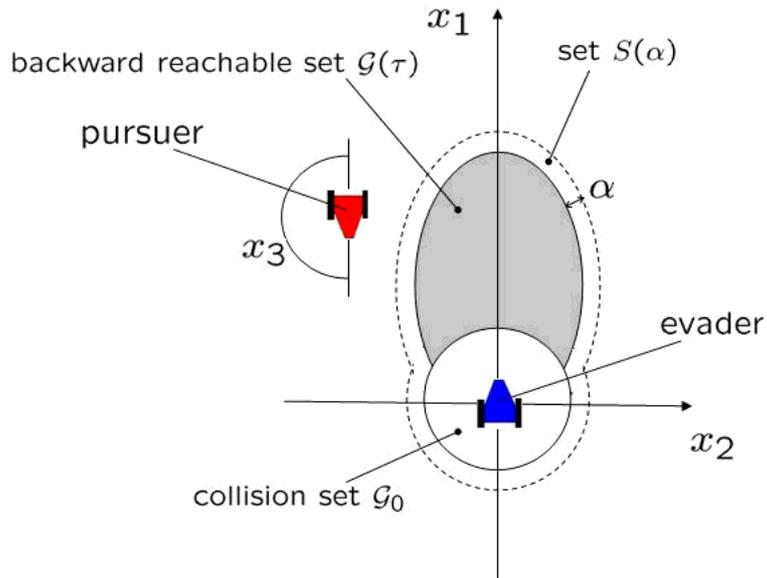


図 11 集合 $S(\alpha)$ の概念 .

Step 3: 回避側は (13)(14) による $u_e(t)$ を入力とする , そして
 $k = k + 1$ として Goto Step 1.

以下に衝突回避および目標軌道追従の数値例を示す . 切替えのタイミングを決める基準値 α と衝突集合を定義する β は ,

$$\alpha = 0.05$$

$$\beta = 0.5$$

とし , 回避側の進行方向速度 v_e と追跡側の進行方向速度 v_p は

$$v_e = 1$$

$$v_p = 0.95$$

とする . また , 入力制約は第 2 章で述べたように

$$-1.0 \leq u_e(t) \leq 1.0$$

$$-1.0 \leq u_p(t) \leq 1.0$$

であり，目標軌道は絶対座標系の x_{e1} 軸である．ここまでの数値は，以降の全ての数値例についても同様のものを用いる．

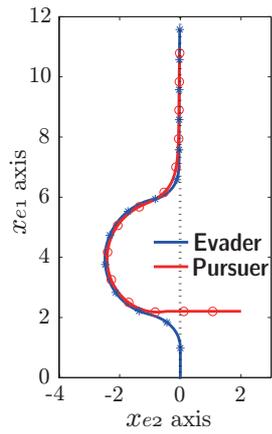
初期状態は絶対座標系の原点，および相対座標系の

$$x_0 = [2, 2.2, -\frac{\pi}{2}]$$

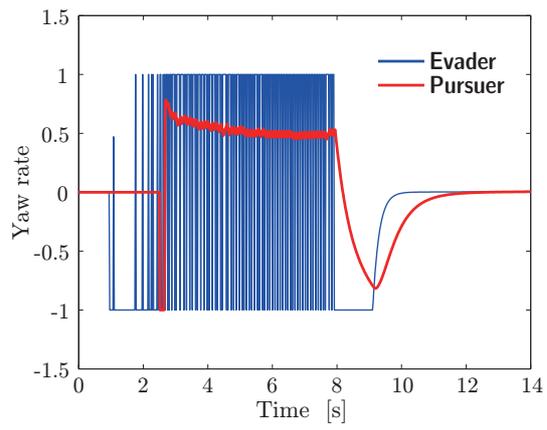
とした数値例の結果を図 12 に示す．また，相対座標系の初期状態を

$$x_0 = [3.3, 0.1, -\pi]$$

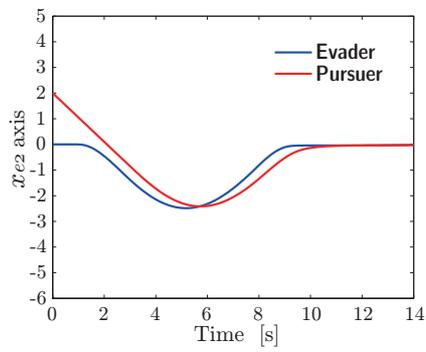
とした数値例を図 13 に示す．図 12 は横方向から追跡側が接近してくる場合にあたる．また，図 13 は，正面から追跡側が接近してくる場合にあたり，最も回避の困難な場合と考えられるが，どちらも衝突回避，および目標軌道追従に成功している．しかし，入力的时间応答の図 12(b), 13(b) を見ると，衝突回避の後に軌道追従をおこなう際に，激しいチャタリングが発生していることがわかる．



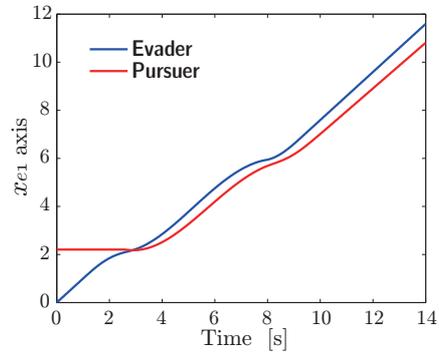
(a) 絶対座標上の二台の軌道.



(b) 二台の入力の時間応答.

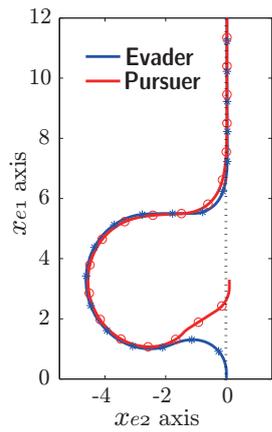


(c) x_{e2} 軸に対する時間応答.

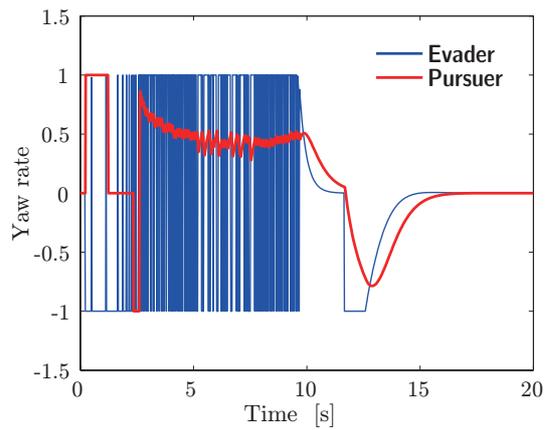


(d) x_{e1} 軸に対する時間応答.

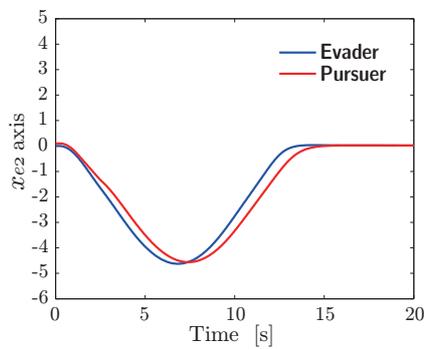
図 12 初期状態を $x_0 = [2, 2.2, -\frac{\pi}{2}]$ とした場合の数値例.



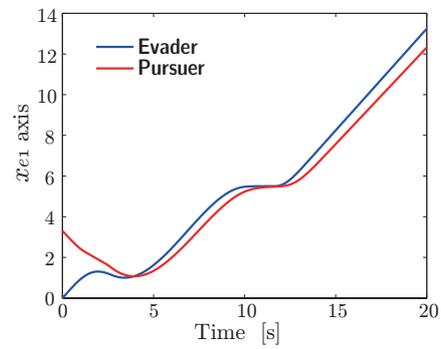
(a) 絶対座標上の二台の軌道.



(b) 二台の入力の時間応答.



(c) x_{e2} 軸に対する時間応答.



(d) x_{e1} 軸に対する時間応答.

図 13 初期状態を $x_0 = [3.3, 0.1, -\pi]$ とした場合の数値例.

5.1.2 モデル予測制御による提案法

目標軌道追従に、第 4.2 節で説明したモデル予測制御を用いる場合のアルゴリズムは次のようになる。

[Simple Switching Algorithm based on MPC: SSAMPC]

Step 1: サンプリング時刻 $t = kT_s$ における $x(kT_s)$ を計測.

Step 2: If $x(kT_s) \in S(\alpha)$, then

回避側は (10) による $u_e^*(kT_s)$ を入力とする, そして

$k = k + 1$ として Goto Step 1.

Step 3: 回避側は (19) による $u_{e,k}^{N*}(t)$ を入力とする, そして

$k = k + 1$ として Goto Step 1.

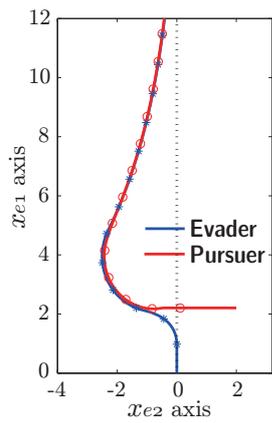
以下に数値例を示す。初期状態は絶対座標系の原点, および相対座標系の

$$x_0 = [2, 2.2, -\frac{\pi}{2}]$$

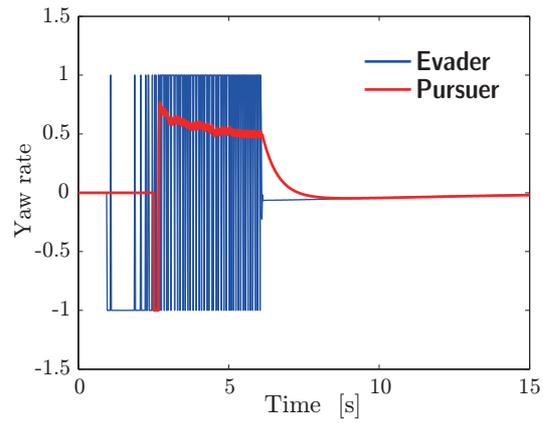
である。軌道追従のための評価関数

$$J(x_{e,k|k}) := \|x_{e,k}^N - x_{ref,k}^N\|_Q^2$$

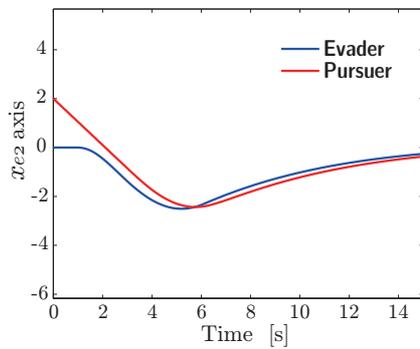
に対して, 評価関数の重みとして, $Q_i = \text{diag}[0 \ 5 \ 1]$ を用いた場合が図 14 である。なお, 本論文では, $Q_1 = Q_2 = \dots = Q_N$ とする。また, 図 15 は重みを $Q_i = \text{diag}[0 \ 20 \ 1]$ とした場合である。これらの図から, x_{e2} に対する重みが小さい場合は, 目標軌道である x_{e2} 軸への追従が緩やかになり, x_{e2} に対する重みが大きい場合は, 素早く x_{e2} 軸に追従しようとする。したがって, 最適性を考慮したモデル予測制御を用いる場合の方が, 前節の PID 制御に基づく制御よりも, パラメータの影響が直感的に理解しやすく, 設計に適していると思われる。ただし, 切替えについては, ほぼ同様にチャタリングが発生している。



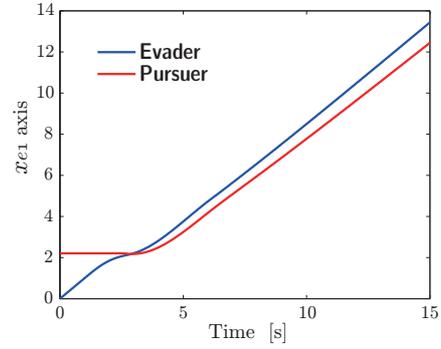
(a) 絶対座標上の二台の軌道.



(b) 二台の入力の時間応答.

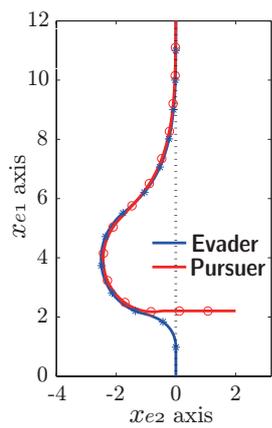


(c) x_{e2} 軸に対する時間応答.

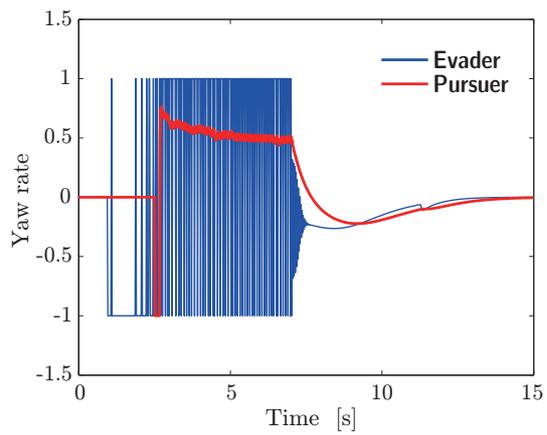


(d) x_{e1} 軸に対する時間応答.

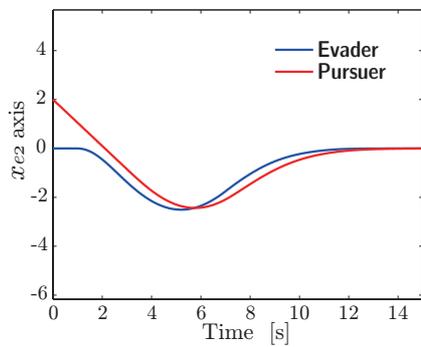
図 14 評価関数の重みを $Q_i = \text{diag}[0 \ 5 \ 1]$ とした場合の数値例.



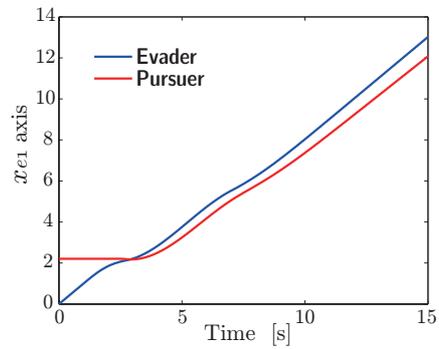
(a) 絶対座標上の二台の軌道.



(b) 二台の入力の時間応答.



(c) x_{e2} 軸に対する時間応答.



(d) x_{e1} 軸に対する時間応答.

図 15 評価関数の重みを $Q_i = \text{diag}[0 \ 20 \ 1]$ とした場合の数値例.

5.2 ヒステリシスの導入

第 5.1.1, 5.1.2 節の数値例において, 衝突回避および目標軌道追従に成功した数値例が得られた. しかし, 入力的时间応答に現れているように, 第 5.1.1, 5.1.2 節のどちらも切替えの際にチャタリングが発生していた. この対策として, ヒステリシスを用いることでチャタリングを抑制できることが文献 [17] の中で示されている. 本研究のチャタリングは, 閾値を超えて切替えが起こった直後に入力値が逆向きに変動し, 再び閾値を超えてしまうために発生している. そこでヒステリシスによる方法では, 切替えの閾値を二つ用意する. 片方の閾値を用いている際に, 切替えが起こった時点で, 閾値も切替える. その結果, 切替え直後の状態と閾値が離れるため, すぐに切り替えが起こることはなくなる. したがって本研究においても, 切替えの際にヒステリシスを導入する.

具体的には, 第 5.1.1, 5.1.2 節で用いた $S(\alpha)$ の周囲に, $\alpha_2 > \alpha$ による集合 $S(\alpha_2)$ を設ける. また, $S(\alpha)$ を $S(\alpha_1)$ と書き換える (図 16 参照).

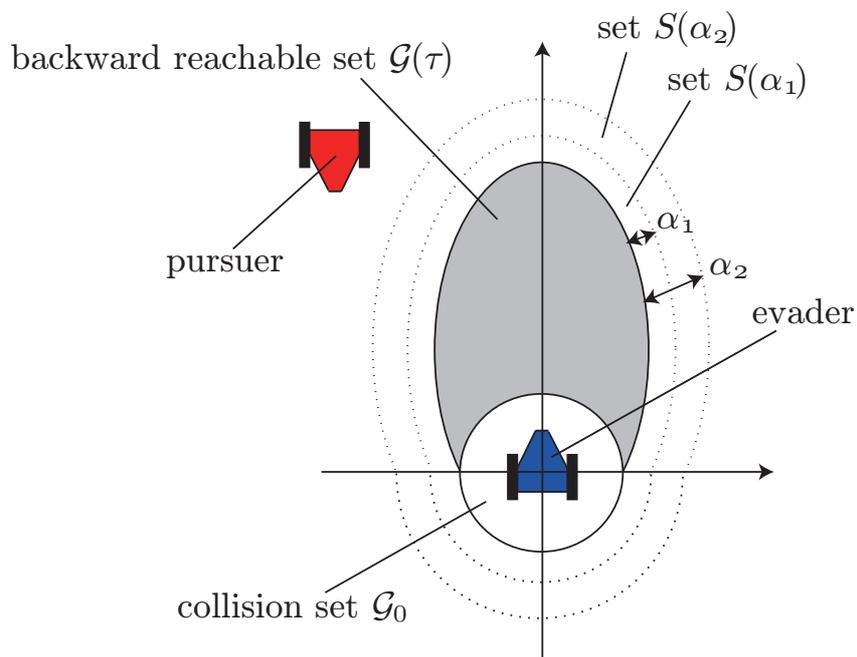


図 16 ヒステリシスを導入する際の集合 $S(\alpha_1)$ と $S(\alpha_2)$ の概念.

$S(\alpha_1)$ と $S(\alpha_2)$ による切替えの様子を示したヒステリシス曲線は図 17 のようになる。つまり、目標軌道追従から衝突回避へ切替える際には $S(\alpha_1)$ を用いる（図 17 において (a) → (b) → (c) のように遷移する）。そして、衝突回避から目標軌道追従へ切替える際には $S(\alpha_2)$ を用いる（(c) → (d) → (a) のように遷移する）。目標軌道追従にモデル予測制御を用いる際のフローチャートは図 18 で示される。また、PID 制御を用いる場合は、図 18 の $u_{e,k}^{N^*}(1)$ の部分を (13)(14) による $u_e(t)$ と置き換えることになる。

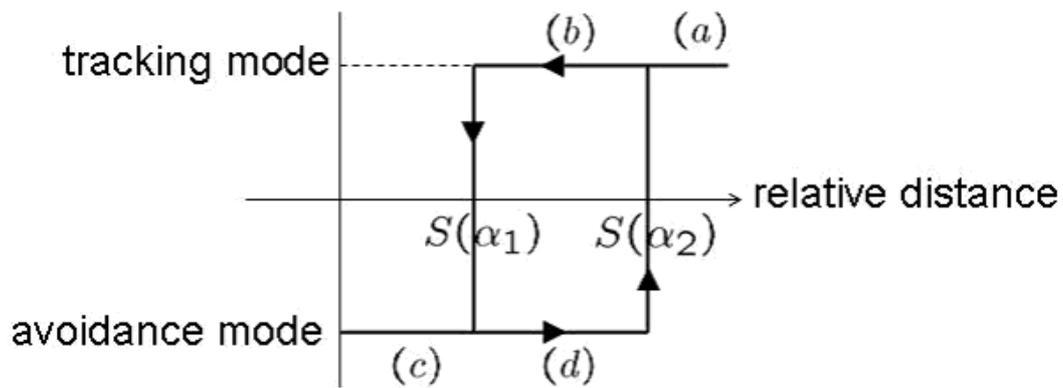


図 17 ヒステリシス曲線.

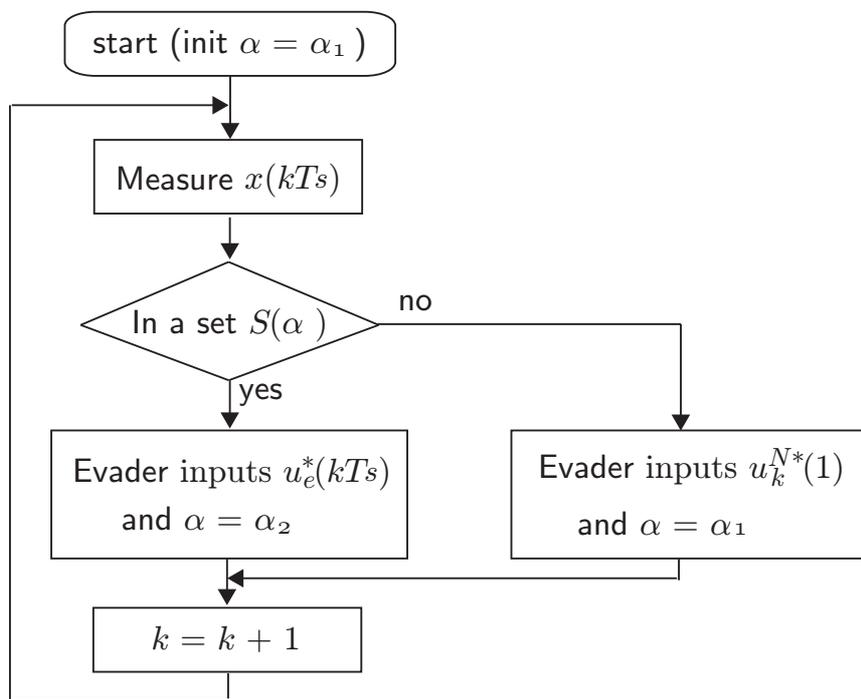


図 18 切替えアルゴリズムのフローチャート.

5.2.1 ヒステリシスを用いた場合のPID制御による提案法

目標軌道追従に第4.1節のPID制御を用いた切り替えアルゴリズムは以下のようになる。

[Hysteresis-based Switching Algorithm: HSA]

Step 0: ヒステリシスの初期化 $\alpha = \alpha_1$.

Step 1: サンプリング時刻 $t = kT_s$ における $x(kT_s)$ を計測

Step 2: If $x(kT_s) \in S(\alpha)$, then

回避側は (10) による $u_e^*(kT_s)$ を入力とする, そして $\alpha = \alpha_2$ と置き換える.

Step 3: If $x(kT_s) \notin S(\alpha)$, then

回避側は (13)(14) による $u_e(t)$ を入力とする, そして $\alpha = \alpha_1$ と置き換える.

Step 4: $k = k + 1$ として Goto Step 1.

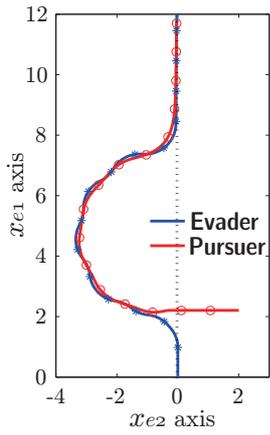
このアルゴリズムに従った数値例を以下に示す。初期状態は第5.1.1節と同様のものであり, 図19は初期状態を絶対座標系の原点, および相対座標系の

$$x_0 = [2, 2.2, -\frac{\pi}{2}]$$

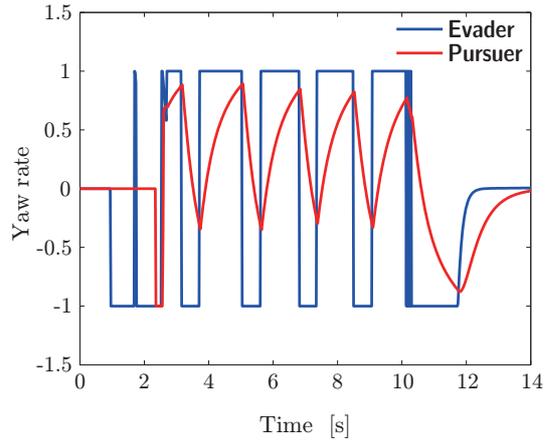
とした数値例を示している。また, 図20は初期状態を絶対座標系の原点, および相対座標系の

$$x_0 = [3.3, 0.1, -\pi]$$

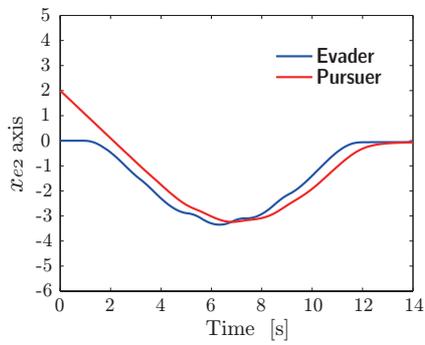
とした場合の数値例である。図19(b), 20(b)から, ヒステリシスを用いる前と比べて, チャタリングは低減されていることがわかる。



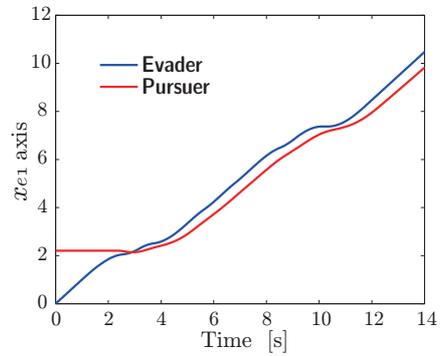
(a) 絶対座標上の二台の軌道.



(b) 二台の入力の時間応答.

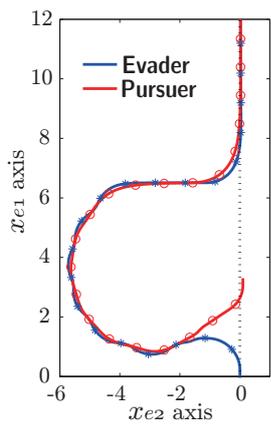


(c) x_{e2} 軸に対する時間応答.

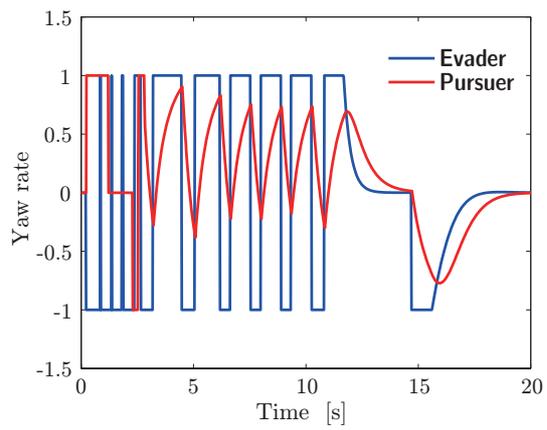


(d) x_{e1} 軸に対する時間応答.

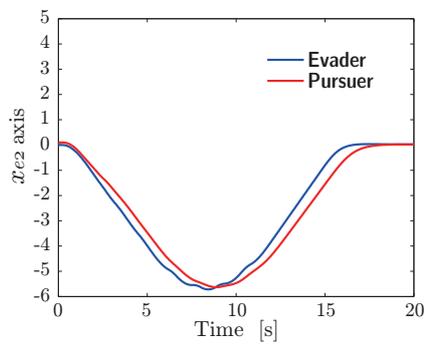
図 19 初期状態を $x_0 = [2, 2.2, -\frac{\pi}{2}]$ とし, ヒステリシスを用いた場合の数値例.



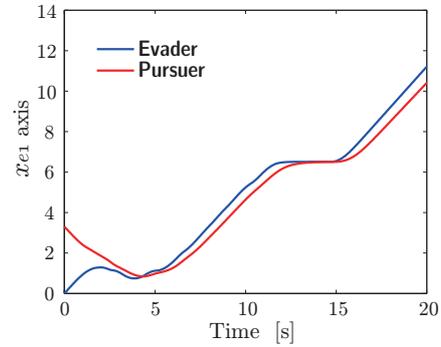
(a) 絶対座標上の二台の軌道.



(b) 二台の入力の時間応答.



(c) x_{e2} 軸に対する時間応答.



(d) x_{e1} 軸に対する時間応答.

図 20 初期状態を $x_0 = [3.3, 0.1, -\pi]$ とし, ヒステリシスを用いた場合の数値例.

5.2.2 ヒステリシスを用いた場合のモデル予測制御による提案法

目標軌道追従に第 4.2 節のモデル予測制御を用いた切り替えアルゴリズムは以下のようなになる .

[Hysteresis-based Switching Algorithm: HSA]

Step 0: ヒステリシスの初期化 $\alpha = \alpha_1$.

Step 1: サンプリング時刻 $t = kT_s$ における $x(kT_s)$ を計測

Step 2: If $x(kT_s) \in S(\alpha)$, then

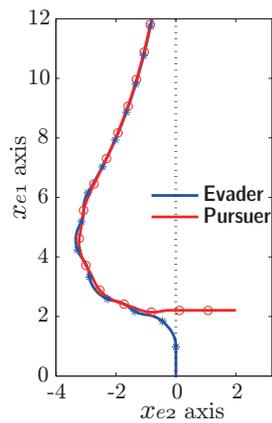
回避側は (10) による $u_e^*(kT_s)$ を入力とする, そして $\alpha = \alpha_2$ と置き換える.

Step 3: If $x(kT_s) \notin S(\alpha)$, then

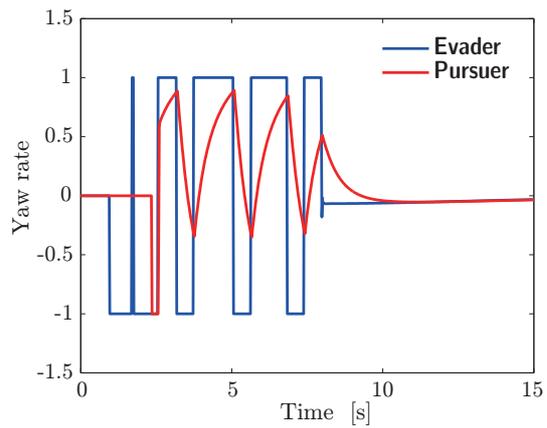
回避側は (19) による $u_{e,k}^{N^*}(1)$ を入力とする, そして $\alpha = \alpha_1$ と置き換える.

Step 4: $k = k + 1$ として Goto Step 1.

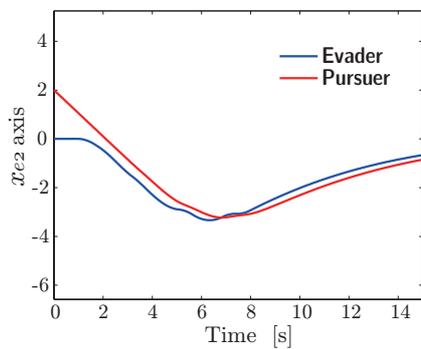
上述のアルゴリズムによる切替え則を用いた数値例を図 21, 22 に示す . 初期状態および評価関数の重みは第 5.1.2 節の数値例と同様のものを用いている . どちらの場合でも, チャタリングが抑制されていることが, 入力の時間応答を示した図 21(b), 22(b) からわかる .



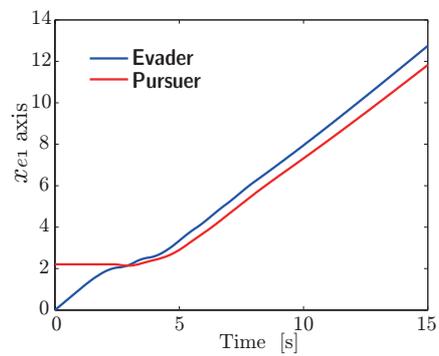
(a) 絶対座標上の二台の軌道.



(b) 二台の入力の時間応答.

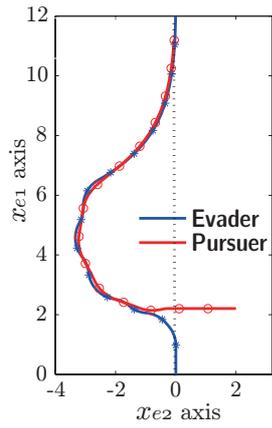


(c) x_{e2} 軸に対する時間応答.

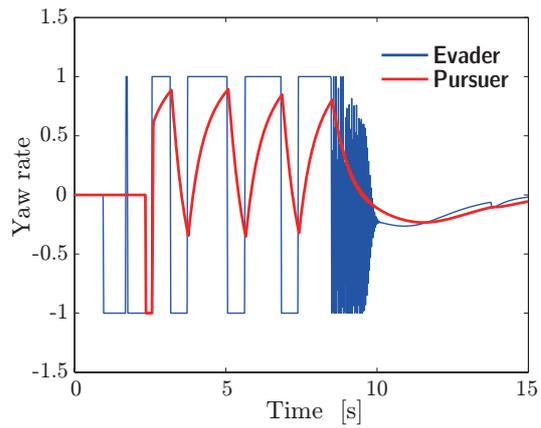


(d) x_{e1} 軸に対する時間応答.

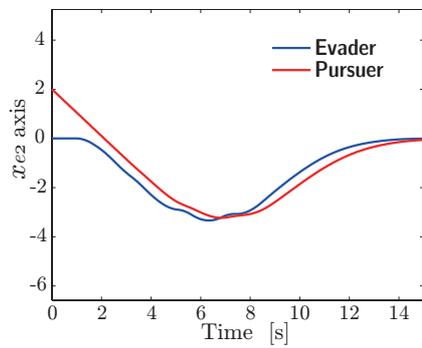
図 21 評価関数の重みを $Q_i = \text{diag}[0 \ 5 \ 1]$ とし, ヒステリシスを用いた場合の数値例.



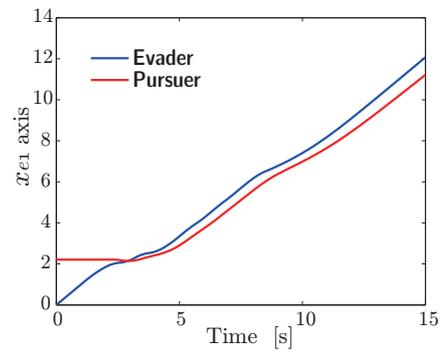
(a) 絶対座標上の二台の軌道.



(b) 二台の入力の時間応答.



(c) x_{e2} 軸に対する時間応答.



(d) x_{e1} 軸に対する時間応答.

図 22 評価関数の重みを $Q_i = \text{diag}[0 \ 20 \ 1]$ とし, ヒステリシスを用いた場合の数値例.

5.2.3 ヒステリシスの影響

α_2 の値についての検証をおこなう．目標軌道追従にはモデル予測制御を用い，評価関数の重みは $Q_i = \text{diag}[0 \ 15 \ 1]$ とした．また，初期状態は絶対座標系の原点，および相対座標系の

$$x_0 = [2, 2.2, -\frac{\pi}{2}]$$

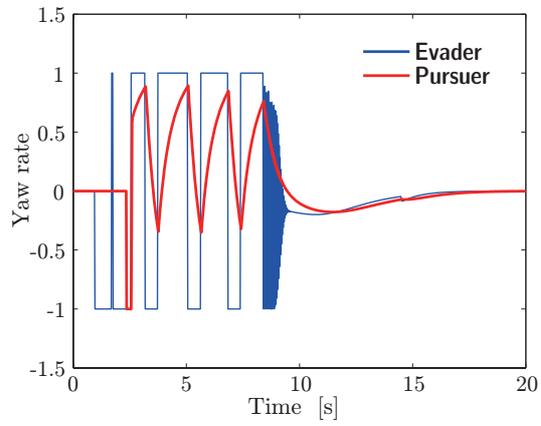
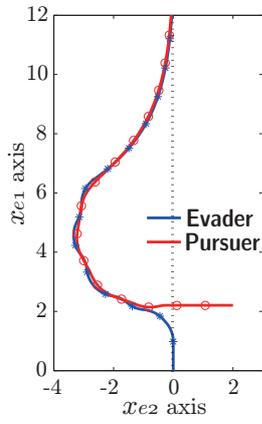
である．図 23 は，二つの閾値を

$$\alpha_1 = 0.05, \alpha_2 = 0.08$$

とした場合の入力値の時間応答と絶対座標系の軌道を示しており，図 24 は

$$\alpha_1 = 0.05, \alpha_2 = 0.06$$

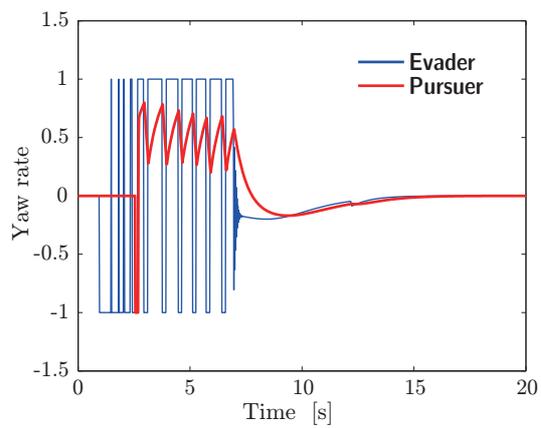
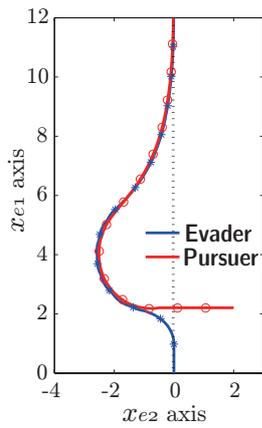
とした場合である．入力値を示した図 23(b), 24(b) からわかるように， α_2 の値が大きい場合の方が切替えの回数が少なくなっている．ただし， α_2 の値が小さい場合は，目標軌道に追従するのが早い．したがって，ヒステリシスを用いる際は，切替え回数の少なさと追従の早さとの間のトレードオフを考慮して α_2 を決めることになる．



(a) 絶対座標上の二台の軌道.

(b) 二台の入力の時間応答.

図 23 $\alpha_2 = 0.08$ の場合の数値例



(a) 絶対座標上の二台の軌道.

(b) 二台の入力の時間応答.

図 24 $\alpha_2 = 0.06$ の場合の数値例

5.3 考察

本章では、衝突回避と目標軌道追従のそれぞれに対する制御を適切に切替える手法を提案し、有効性の検証のために数値シミュレーションを行った。本研究の問題設定において、最も困難が予想される状況は、追跡側が正面から向かってくる場合であると思われるが、そのような状況においても、衝突回避、目標軌道追従ともに成功するという結果が得られた。また、目標軌道追従をおこなうための制御として、PID 制御に基づいた手法とモデル予測制御を用いた手法を用意したが、どちらの例についても、衝突回避と目標軌道追従に成功している。

ただし、PID 制御による目標軌道追従に関しては、設計パラメータを経験的に決定するしかなく、望んだ追従性能に調整することが困難であると思われる。それに対して、モデル予測制御を用いた目標軌道追従では、第 5.1.2 節の結果から、評価関数の重みを調整することで追従性能を調整できることがわかった。さらに、 x_{e2} 軸に対する重みを大きくすることで目標軌道への追従が早くなるなど、重みと追従性能との関係を直感的に理解しやすい結果が得られた。したがって、本論文における切替え手法に対しても、モデル予測制御による追従の方が適していると思われる。

切替えの際にチャタリングが発生することに対しては、ヒステリシスを用いることでチャタリングを抑えられることが、第 5.2 節からわかった。ヒステリシスを利用する際の α_2 の値については、 α_2 が大きい場合は、切替えは少なくなるが追従が遅くなる。 α_2 が小さい場合は、切替えは若干多くなるが、追従は早いという傾向がある。これらを考慮して、適切に α_2 を決定することができる。

また、衝突回避の手法として、バックワード可到達集合に基づいた手法を用いた。その結果、状態がバックワード可到達集合の付近にあれば衝突回避、離れていれば目標軌道追従、という明確な切替え則に基づいているため、衝突回避と目標軌道追従を個別に扱うことが出来ることが確認できた。その事実より、目標軌道追従に対して別の手法を適用しても、衝突回避と目標軌道追従を同時に達成できる可能性が高いと思われる。

6. おわりに

6.1 まとめ

本論文では、自律移動体の衝突回避および目標軌道追従を同時に達成するための手法を提案した。その際、衝突回避問題として、別の移動体が意図的に接近してくる状況を扱った。提案手法の有効性を検証するため、数値シミュレーションをおこなった。

提案手法では、衝突回避と目標軌道追従の二つの問題に対する手法を個別に用意した。衝突回避問題の中でも、向かってくる移動体に対する衝突回避は困難であり、これを回避しながら目標軌道に追従する問題設定を扱った研究は少ない。そこで本研究では、まず、この衝突回避を実現するために追跡-回避ゲームの中のバックワード可到達集合を用いた。バックワード可到達集合は、有限時間内に衝突が起きる状態の集合を表していた。つぎに、目標軌道追従では、PID制御による追従とモデル予測制御による追従の二つの方法を用意した。これについては最適性を考慮している点や、評価関数の重みによって直感的に追従性能を調整できる点から、モデル予測制御による追従の方が有用であると思われる。

また、本研究のような切替えを用いる場合には、持続的に切替えが起こるチャタリングが発生するという問題があった。これは、ヒステリシスを導入することで、ある程度低減することができた。

6.2 今後の課題

この節では本研究における今後の課題について述べる。

6.2.1 曲線追従

本論文では、目標軌道を直線としていたが、今後は一般的な曲線にも追従することを考える。回避側から最も近い目標軌道上の点で、その接線を目標軌道と設定し直す。これを毎時刻おこなうことで、本論文で扱ったモデル予測制御の定式化をそのまま利用することができると思われる。

6.2.2 統一的手法

衝突回避と目標軌道追従を達成する手法を切替えずに，適切に統合することを考える．そのためには，衝突回避のためのバックワード可到達集合と目標軌道との誤差の両方を考慮した評価関数を考えた上で，モデル予測制御を用いることが考えられる．そうすることで，チャタリングの発生を完全に解消することが出来る可能性がある．

6.2.3 解の存在性

第 6.2.2 節のように，衝突回避と目標軌道追従の両方を考慮したモデル予測制御を考えることで，二台の位置関係や追跡側の入力に依存する解の存在性を示すことが出来る可能性がある．

6.2.4 離散バックワード可到達集合

本論文で扱ったバックワード可到達集合は，連続システムについて数値的に求めたものであり，計算機で扱う際に必ずしも適切ではないと思われる．そこで，離散のバックワード可到達集合について考える必要があると思われる．

謝辞

本研究を進めるにあたり，多大なるご指導およびご助言を頂いた奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科応用システム科学講座の杉本謙二教授に深く感謝いたします．

お忙しい中，副指導教官を引き受けて頂いたシステム制御・管理講座の西谷紘一教授にお礼申し上げます．

定例研究会や，様々な機会でも有益な助言を頂いた平田健太郎助教授に感謝いたします．

本研究において丁寧なご指導を頂いた小木曾公尚助手に感謝致します．

本研究において専門とは異なる立場からの貴重なご意見を頂いた橘拓至助手に感謝致します．

参考文献

- [1] M. Egerstedt and X. Hu, “A hybrid control approach to action coordination for mobile robots”, *Automatica*, vol. 38, pp. 125-130, 2002.
- [2] D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, and P. O. M. Scokaert, “Constrained model predictive control: Stability and optimality”, *Automatica*, vol. 36, pp. 789-814, 2000.
- [3] H. Fukushima, K. Kon, and F. Matsuno, “Distributed model predictive control for multi-vehicle formation with collision avoidance constraints”, in *Proc. of the 44th IEEE Conf. on Decision and Control, and the European Control Conference*, pp. 5480-5485, 2005.
- [4] J. L. Fernandez, R. Sanz, J. A. Benayas, A. R. Dieguez, “Improving collision avoidance for mobile robots in partially known environments: the beam curvature method”, *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 46, pp. 205-219, 2004.
- [5] X. Jing, “Behavior dynamics based motion planning of mobile robots in uncertain dynamic environments”, *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 53, pp. 99-123, 2005.
- [6] 浦久保, 大熊, 多田, “障害物のある水平面上での二輪移動ロボットのフィードバック制御”, 第46回システム制御情報学会研究発表会講演資料, pp. 99-100, 2003.
- [7] B. D. O. Anderson, C. Yu, and J. M. Hendrickx, “Use of meta-formations for cooperative control”, in *Proc. of the 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, pp. 2381-2387, 2006.
- [8] K. N. Krishnanand and D. Ghose, “Formations of minimalist mobile robots using local-templates and spatially distributed interactions”, *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 53, pp. 194-213, 2005.

- [9] Y. Li and X. Chen, “Stability on multi-robot formation with dynamic interaction topologies”, in *Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1325-1330, 2005.
- [10] T. Basar and G. J. Olsder, *Dynamic noncooperative game theory*, second edition, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.
- [11] 小林, “仮想斥力と追従制御を用いた障害物回避制御”, 大阪大学工学研究科修士論文, 2004.
- [12] 桜間, 中野, “衝突回避を考慮した複数ロボットの軌道追従制御”, 第34回制御理論シンポジウム資料, pp. 247-250, 2005.
- [13] 桜間, 中野, “衝突回避を考慮した複数ロボットのオンライン目標軌道修正”, 計測自動制御学会論文集, vol. 42, no. 12, pp. 1305-1312, 2006.
- [14] 志水, “最適制御の理論と計算法”, コロナ社, 1994.
- [15] 儀我, 小池, “粘性解による値関数の特徴づけ”, システム制御情報学会誌, vol. 49, no. 1, pp. 2-7, 2005.
- [16] I. M. Mitchell, A. M. Bayen, and C. J. Tomlin, “A time-dependent Hamilton-Jacobi formulation of reachable sets for continuous dynamic games”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 7, pp. 947-957, 2005.
- [17] J. M. Goncalves, A. Megretski, and M. A. Dahleh, “Global stability of relay feedback systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, no. 4, pp. 550-562, 2001.
- [18] J. M. Maciejowski, 足立, 菅野, “モデル予測制御, 制約のもとでの最適制御”, 東京電機大学出版局.
- [19] I. M. Mitchell, “A toolbox of level set methods”, [Online]. <http://www.cs.ubc.ca/~mitchell/ToolboxLS/toolboxLS.pdf>.

付録

A. 一般的な追跡-回避ゲーム

追跡-回避ゲームは，微分ゲーム理論の中の非協力二人ゼロ和ゲームにあたる．本章では，本研究で扱った追跡-回避ゲームの一般的な場合について述べる．

追跡側と回避側の二人のプレイヤーによるゲームを考える．二人の入力によって制御される対象のダイナミクスが，次のような微分方程式で表されるとする．

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u_e(t), u_p(t)), \quad x(0) = x_0$$

ここで， $x(t) \in \mathbf{R}^n$ ， $u_i(t) \in \mathbf{R}^m$ である． f は t ， u_e ， u_p に対して連続であり， x において連続微分可能である．追跡側の入力 u_p ，回避側の入力 u_e であるとする．また，目標集合 \mathcal{G}_0 は，次のように表される．

$$\mathcal{G}_0 = \{x \mid g(x) \leq 0\}$$

これは，状態が \mathcal{G}_0 に入るとき，ゲームが終了することを意味する．その時刻を次のように T とする．

$$T(x_0) = \inf\{t \in \mathbb{Z}_+ \mid x(t, x_0) \in \mathcal{G}_0\}$$

追跡側は目標集合に向かうための最適行動をとり，回避側は目標集合から離れるための最適行動をとる．

追跡-回避ゲームはゼロ和ゲームであり，最適化のための評価関数は各プレイヤーで同じである．そこで，追跡-回避ゲームの評価関数が次のような形で与えられた場合を考える．

$$J(t, x, u_e, u_p) = \int_{t_0}^T l(t, x, u_e, u_p) dt + q(T, x)$$

つまり，追跡側はこの評価関数を最小化し，回避側は評価関数を最大化するような入力を選びたい．評価関数の最小化，最大化を考慮するために，次のような値関数 v を定義する．現在時刻 t とその状態 $x(t)$ を初期条件として，

$$v(t, x) = \min_{u_p, u_e} \max_{[t \leq s \leq T]} \left(\int_t^T l(s, x, u_e, u_p) ds + q(T, x) \right)$$

とする。最適制御の分野では、値関数に対して Hamilton-Jacobi の方程式を得られ、最適入力 of 導出に有用であることが知られている。追跡-回避ゲームの場合でも同様であり、次のような Hamilton-Jacobi-Isaacs 偏微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \min_{u_p(t)} \max_{u_e(t)} (l(t, x, u_e, u_p) + \frac{\partial v}{\partial x} f(t, x, u_e, u_p)) = 0$$

ここで最適入力を u_e^*, u_p^* とすると、上式は

$$l(t, x, u_e^*, u_p^*) + \frac{\partial v}{\partial x} f(t, x, u_e^*, u_p^*) = -\frac{\partial v}{\partial t}$$

となる。したがって最適入力 u_e^*, u_p^* を、 x と $\frac{\partial v}{\partial x}$ の関数として表すことができる。つまり、 $\frac{\partial v}{\partial x}$ を求めることができれば、 u_e^*, u_p^* を得ることができる。

そこで、 $\frac{\partial v}{\partial x}$ を求めるために有効な定理を用いる。追跡-回避ゲームに対して、最適性の条件にあたる次のような定理が知られている。

<定理 A> 追跡-回避ゲームにおいて、 $u_e^*(t), u_p^*(t)$ が最適入力であり、 $x^*(t)$ が対応する最適軌道であるとき、次の関係を満たす $p(t)$ が存在する。

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t) &= f(t, x^*, u_e^*, u_p^*), \quad x^*(t_0) = x_0 \\ H(x^*, u_e^*, u_p, p, t) &\leq H(x^*, u_e^*, u_p^*, p, t) \leq H(x^*, u_e, u_p^*, p, t) \\ \dot{p}^T(t) &= -\frac{\partial}{\partial x} H(t, p(t), x^*(t), u_e^*(t), u_p^*(t)) \\ p^T(T) &= \frac{\partial}{\partial x} q(T, x^*(T)) \end{aligned}$$

ここで、ハミルトニアン $H = l(t, x, u_e, u_p) + p^T f(t, x, u_e, u_p)$ である。

従って、 $p(t) = \frac{\partial v}{\partial x}$ とすると、この定理より、終端時刻の $\frac{\partial v}{\partial x}(T)$ が得られる。その結果、 x と $\frac{\partial v}{\partial x}$ に対する微分方程式について、初期条件の $x(t_0)$ と終端条件の $\frac{\partial v}{\partial x}(T)$ による二点境界値問題を得る。これを解くことで、最適入力 $u_e^*(t), u_p^*(t)$ が得られる。ただし、一般的な対象を考えるとこのような二点境界値問題は、解析的に解を求められる場合のほうが少ないため、数値的な手法を用いることが多い。

B. Hamilton-Jacobi-Isaacs 偏微分方程式

本節では、動的計画原理に基づいた Hamilton-Jacobi-Isaacs 偏微分方程式の導出について述べる。追跡-回避ゲームの評価関数が、前節と同様に次のような形で与えられた場合を考える。

$$J(t, x, u_e, u_p) = \int_{t_0}^T l(t, x, u_e, u_p) dt + q(T, x)$$

これは評価関数の一般的な形の一つである。本研究で扱った追跡-回避ゲームでは被積分関数 $l = 0$ とした場合に相当する。上記の評価関数に対して、値関数 v が次のように定義される。

$$v(t, x) = \min_{u_p, u_e} \max_{[t \leq s \leq T]} \left(\int_t^T l(s, x, u_e, u_p) ds + q(T, x) \right)$$

ここで、時間区間を微小時間 δt を用いて次のように分割する。

$$\begin{aligned} v(t, x) &= \min_{u_p, u_e} \max_{[t \leq s \leq t + \delta t]} \left(\int_t^{t + \delta t} l(s, x, u_e, u_p) ds + \right. \\ &\quad \left. \min_{u_p, u_e} \max_{[t + \delta t \leq s \leq T]} \left(\int_t^T l(s, x, u_e, u_p) ds + q(T, x) \right) \right) \end{aligned} \quad (20)$$

最適性の原理から、

$$v(t + \delta t, x + \delta x) = \min_{u_p, u_e} \max_{[t + \delta t \leq s \leq T]} \left(\int_t^T l(s, x, u_e, u_p) ds + q(T, x) \right)$$

であることがわかるため、(20) はつぎのようになる。

$$v(t, x) = \min_{u_p, u_e} \max_{[t \leq s \leq t + \delta t]} \left(\int_t^{t + \delta t} l(s, x, u_e, u_p) ds + v(t + \delta t, x + \delta x) \right) \quad (21)$$

ここで、 $x + \delta x = x(t + \delta t)$ である。 $v(t + \delta t, x + \delta x)$ を t, x のまわりでテイラー展開し、2次以上の項を無視すると、次のようになる。

$$v(t + \delta t, x + \delta x) = v(t, x) + \frac{\partial v}{\partial t} \delta t + \frac{\partial v}{\partial x} \delta x$$

また、 $\int_t^{t + \delta t} l(s, x, u_e, u_p) ds = l(t, x, u_e, u_p) \delta t$ なので、(21) は次のようになる。

$$v(t, x) = \min_{u_p(t)} \max_{u_e(t)} \left(l(t, x, u_e, u_p) \delta t + v(t, x) + \frac{\partial v}{\partial t} \delta t + \frac{\partial v}{\partial x} \delta x \right)$$

両辺を δt で割り , $\delta t \rightarrow 0$ の極限操作を行うと , 次のような形が得られる .

$$\begin{aligned} 0 &= \min_{u_p(t)} \max_{u_e(t)} \left(l(t, x, u_e, u_p) + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\delta x}{\delta t} \right) \\ &= \frac{\partial v}{\partial t} + \min_{u_p(t)} \max_{u_e(t)} \left(l(t, x, u_e, u_p) + \frac{\partial v}{\partial x} f(t, x, u_e, u_p) \right) \end{aligned} \quad (22)$$

(22) は Hamilton-Jacobi-Isaacs 偏微分方程式である .