

博士論文

コンパクト集合への最小射影法と
二輪車両の障害物回避制御問題への適用

福井 善朗

2013年 2月 20日

奈良先端科学技術大学院大学
情報科学研究科 情報システム学専攻

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に
博士(工学) 授与の要件として提出した博士論文である。

福井 善朗

審査委員：

池田 和司 教授	(主指導教員)
杉本 謙二 教授	(副指導教員)
中村 文一 講師	(東京理科大学)

コンパクト集合への最小射影法と 二輪車両の障害物回避制御問題への適用*

福井 善朗

内容梗概

非線形制御において，非可縮多様体上で定義されたシステムの漸近安定化問題が研究されている．この問題を考える上での主な障害は，非可縮多様体上で定義されたシステムの目標点を大域的漸近安定化する静的な連続状態フィードバックは存在しないことである．これにより，非可縮多様体上で定義されたシステムに対してフィードバック制御系設計を行う場合，時変あるいは不連続な漸近安定化制御を設計する必要がある．

この問題に対し，なめらかではない制御 Lyapunov 関数の設計法である最小射影法と，制御則設計法が提案されている．また，応用例としてホロノミック移動体の静的障害物回避制御や，剛体の姿勢角制御も提案されている．ところが，非ホロノミック拘束を持つ二輪車両の障害物回避問題に対して最小射影法の適用は行われていない．

非ホロノミック拘束を持つシステムの制御を行うために，コンパクトな目標集合の安定化を考えることが行われている．しかし，最小射影法は，コンパクトな目標集合の安定化問題に適用できない問題点があり，適用できるよう拡張可能であるかどうかは未検証である．

そこで，本論文では最小射影法をコンパクトな目標集合への安定化問題に適用できるよう拡張を行う．応用例として二輪車両の障害物回避制御則を提案し，実機・シミュレーションによる有効性確認を行う．

*奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 情報システム学専攻 博士論文, NAIST-IS-DD1061020, 2013年2月20日.

第2章では可微分多様体や、多様体の非可縮性などの数学的概念の導入を行う。第3章では微分不可能な制御 Lyapunov 関数の設計法である最小射影法を紹介し、コンパクト集合への安定化問題に適用できないことを確認する。第4章では非可縮多様体上で定義されたシステムに対するコンパクトな目標集合の漸近安定化問題を定式化し、コンパクト集合への最小射影法を提案する。提案法により車両の障害物回避問題に対して集合への制御 Lyapunov 関数を設計可能となることを示す。第5章では厳密でない集合への制御 Lyapunov 関数を使った二輪車両の障害物回避制御則を提案する。提案する障害物回避制御は静的な状態フィードバック制御であり、解析的に導出している点、大域的制御を実現できている点、予期せぬ障害物の移動に対しても対応可能である点で優れている。

キーワード

非可縮多様体, コンパクト集合の安定性, 制御 Lyapunov 関数, 最小射影法

Minimum projection method toward a compact set and obstacle avoidance control law of a two-wheeled mobile robot.*

Yoshiro Fukui

Abstract

In nonlinear control theory, asymptotic stabilization on noncontractible manifolds is studied by many researchers. The major obstacle of the problem is that if a manifold identified with a state space is not contractible, there does not exist any continuous asymptotically stabilizing state feedback control at a desired equilibrium. In this reason, we must design time-varying or discontinuous stabilizing controller.

For asymptotic stabilization on manifolds, a nonsmooth control Lyapunov function design method named the minimum projection method was proposed. A global asymptotic stabilizing discontinuous controller and its application were also proposed; e.g., obstacle avoidance control of a holonomic mobile robot, and rigid body control. However, an obstacle avoidance problem of a non-holonomic two-wheeled mobile robot is not considered.

To design controller for a non-holonomic system, asymptotic stabilization toward a compact set is studied. However, we can not apply the original minimum projection method to the asymptotic stabilization problem toward a compact set.

In this thesis, we propose an extended minimum projection method that is capable to a compact set. Moreover, obstacle avoidance control of a two-wheeled

*Doctoral Dissertation, Department of Information Systems, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, NAIST-IS-DD1061020, February 20, 2013.

mobile robot is developed as an application of the extended minimum projection method. The effectiveness of the controller is confirmed by experiments and simulation.

Section 2 is a mathematical preliminary of the thesis. The section contains definitions of C^1 differentiable manifold and noncontractible manifold.

Section 3 reviews a nonsmooth control Lyapunov function design method named the minimum projection method. Based on the review, we confirm that the method is not valid to an asymptotic stabilization problem toward a compact set.

Section 4 considers asymptotic stabilization toward a compact set on noncontractible manifolds. The proposed method has an advantage to design a control Lyapunov function of the obstacle avoidance problem of the two-wheeled mobile robot.

In Section 5, we develop an obstacle avoidance controller of two-wheeled mobile robot by using non-strict control Lyapunov function. The proposed controller is a static discontinuous state feedback control law. The controller have such desirable properties that it is obtained by analytic and achieves global control. Moreover, by using the controller, the robot can also avoid an unexpected obstacle is confirmed.

Keywords:

Noncontractible manifold, Stability of compact set, Control Lyapunov function, Minimumu projection method

目次

1. はじめに	1
1.1 はじめに	1
1.2 論文の構成	2
2. 準備	3
2.1 基本的な概念	3
2.2 位相空間・点列の収束・連続写像	4
2.3 位相多様体	5
2.4 連結性とコンパクト性	6
2.5 プロパー写像	9
2.6 可微分多様体	11
2.7 多様体上で定義された写像	12
2.7.1 写像の微分可能性	12
2.7.2 多様体上で定義された局所リプシッツ・局所半凹写像	13
2.8 接空間	14
2.9 非可縮な多様体	15
3. 最小射影法	17
3.1 問題設定	17
3.2 不連続制御の必要性	17
3.3 解コンセプト	18
3.4 制御 Lyapunov 関数	19
3.5 制御システムの再構成	20
3.6 最小射影法	20
3.7 まとめ	21
4. コンパクト集合への最小射影法	22
4.1 モチベーション	22
4.2 問題設定	23

4.3	コンパクト集合への制御 Lyapunov 関数	24
4.4	制御システムの再構成	24
4.5	主結果：コンパクト集合への最小射影法	25
4.6	主定理の証明	26
4.7	コンパクト集合への制御 Lyapunov 関数の設計例	32
4.8	まとめ	33
5.	二輪車両の障害物回避制御	35
5.1	モチベーション	35
5.2	問題設定	36
5.3	障害物回避問題の定式化	37
5.4	集合の漸近安定性	37
5.5	二輪車両の障害物回避制御	38
5.5.1	最小射影法による集合への制御 Lyapunov 関数の設計	38
5.5.2	制御 Lyapunov 関数の減少勾配の定義・計算	39
5.5.3	減少勾配方向へ移動する制御則	40
5.6	定理 11 の証明	41
5.6.1	制御 Lyapunov 関数に関する性質	41
5.6.2	解軌道の局所的な性質	42
5.6.3	解軌道の大域的な性質	45
5.6.4	主定理の証明	47
5.7	Khepera2 を使った実機実験	47
5.8	人工ポテンシャル法との比較実験	49
5.8.1	人工ポテンシャル法とは	49
5.8.2	実機実験	49
5.9	予期せぬ障害物への適用可能性	51
5.10	考察	52
5.10.1	意思決定と制御 Lyapunov 関数の微分不可能領域の関係	53
5.10.2	停留点問題の解決	54
5.10.3	計算量の低減による予期せぬ障害物への適用可能性	54

5.11 まとめ	55
6. おわりに	56
謝辞	57
参考文献	61
付録	66
A. ラプラスポテンシャル法の計算量について	66
A.1 ラプラスポテンシャル法とは	66
A.2 考察	67
B. 研究業績	68
B.1 学術論文	68
B.2 国際学会	68
B.3 査読なし国内学会	69
B.4 査読あり国内学会	70
B.5 解説論文	70
B.6 受賞	70
B.7 研究費	71
B.8 報道	72
B.9 研究会（マイクロマウス支部会での発表など）	72
B.10 その他マイクロマウス大会での結果	73

目 次

1	Example of a proper map	10
2	Control Lyapunov function : The minimum projection method toward a set	34
3	Control Lyapunov function on \tilde{X}	34
4	Model of a two-wheeled mobile robot and an obstacle	37
5	Experiment result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane from $(-24, 2, 0)$	47
6	Experiment result: Time variation of the state from $(-24, 2, 0)$. .	48
7	Experiment result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane from $(-24, 2, -\pi/4)$	48
8	Experiment result: Time variation of the state from $(-24, 2, -\pi/4)$	48
9	Potential function: The artificial potential method	50
10	Experiment result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane by the artificial potential method from $(-24, 2, 0)$	50
11	Experiment result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane by the artificial potential method from $(-24, 2, -\pi/4)$	51
12	Simulation result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane from $(-24, 0, 0)$.	52
13	Simulation result: Time variation of the state from $(-24, 0, 0)$. .	53
14	Image of $\phi(p_d = 2, r_d = 1)$	53

1. はじめに

1.1 はじめに

非線形制御において、非可縮多様体上で定義されたシステムの漸近安定化問題が研究されている。この問題を考える上での主な障害は、非可縮多様体上で定義されたシステムの目標点を大域的漸近安定化する静的な連続状態フィードバックは存在しない [1] ことである。これは可微分である厳密な制御 Lyapunov 関数が存在しない [2] ことを意味しており、非可縮多様体上において制御 Lyapunov 関数を利用した制御系設計を行う際には、微分不可能な Lyapunov 関数を用いる必要がある。

非可縮多様体上で定義されたシステムに対する微分不可能な制御 Lyapunov 関数の設計法として最小射影法 [3] が提案されている。最小射影法により得られた制御 Lyapunov 関数を使った不連続静的状態フィードバック制御則設計法 [4] も提案されており、ホロノミック移動体の障害物回避制御 [4] や、剛体の姿勢角制御 [5] への適用も行われている。一方で、非ホロノミック拘束を持つ二輪車両の障害物回避問題に対して最小射影法の適用は行われていない。

最小射影法を二輪車両の障害物回避問題に適用するにあたって問題となるのは、Brockett の定理 [6] である。Brockett の定理とは、非ホロノミック拘束を持つシステムに対し、目標点を漸近安定化するなめらかな状態フィードバック制御は存在しないというものである。一方で、非ホロノミックシステムに対し、なめらかな状態フィードバックでコンパクト集合の漸近安定化が可能であることも指摘されている [7]。これらの結果より、もし、目標点の漸近安定化にこだわるなら、多様体の非可縮性 [1] とシステムの非ホロノミック性 [6] の両方の意味で制御則に不連続性を組み込む必要がある。コンパクト集合への安定化を考えるのならば、多様体の非可縮性 [1] のみの意味で制御に不連続性を組み込めば、大域的制御を設計できる可能性がある。すなわち、最小射影法による二輪車両の障害物回避制御が実現できる可能性がある。

ところが、最小射影法 [3][5] は、コンパクト集合の安定化問題に適用できない問題点があり、適用できるよう拡張可能であるかどうか未検証である。

そこで、本論文では最小射影法がコンパクト集合の安定化問題に適用できるかどうか検討し、コンパクト集合への最小射影法を提案する。また、応用例として二輪車両の障害物回避制御を提案し、実機実験及びシミュレーション実験にて有効性の確認を行う。

1.2 論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである。2章では、本論文を読む上で必要となる数学的な準備であり、非可縮多様体などの定義を紹介する。3章では、非可縮多様体上で定義されたシステムに対する微分不可能な制御 Lyapunov 関数の設計法である最小射影法について紹介し、コンパクト集合への安定化問題に適用できないことを確認する。4章では、非可縮多様体上で定義されたシステムに対するコンパクト集合の漸近安定化問題を定式化し、コンパクト集合への最小射影法を提案する。提案法はオリジナルの最小射影法の純粋な拡張になっており、車両の障害物回避問題に対して集合への制御 Lyapunov 関数が設計できるメリットがあることを示す。5章は応用の章であり、厳密でない集合への制御 Lyapunov 関数を使った二輪車両の障害物回避制御を提案し、実機実験及びシミュレーション実験により有効性を確認する。提案する障害物回避制御は大域的な状態フィードバック制御を解析的に導出している点で優れており、予期せぬ障害物の移動に対して即座に対応できるメリットもあることを示す。

これの終わ集合を変えた写像.

2. 準備

本論文を読む上で必要な数学について準備を行う.

2.1 基本的な概念

\mathbb{R} は実数全体の集合, \mathbb{N} は自然数全体の集合, \mathbb{C} は複素数全体の集合とする.
 $\mathbb{R}_{\geq 0} = [0, \infty) \subset \mathbb{R}$ とする.

定義 1 (集合の相当 [8]). 以下が成立するとき, 2つの集合 X, X' は等しいといい,
 $X = X'$ と書く.

$$x \in X \iff x \in X' \quad (1)$$

定義 2 (部分集合 [8]). 集合 X, X' を考える. 任意の $x \in X$ に対し, $x \in X'$ が成立するとき, X は X' の部分集合であるといい, $X \subset X'$ と書く.

明らかに, $X = X'$ であることの必要十分条件は $X \subset X'$ かつ $X' \subset X$ が満たされることである.

さらに, 集合 X と X の部分集合 U_1, U_2 に対し, 以下が成立する.

$$U_1 \subset U_2 \iff X \setminus U_2 \subset X \setminus U_1 \quad (2)$$

定義 3 (像 [8]). 以下で定義される集合 $\phi(M)$ を, 写像 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$ による集合 $\tilde{M} \subset \tilde{X}$ の像という.

$$\phi(\tilde{M}) = \{x | \phi(\tilde{x}) = x \text{ を満たす } \tilde{x} \in \tilde{M} \text{ が存在}\} \quad (3)$$

(3) を省略して, $\phi(\tilde{M}) = \{\phi(\tilde{x}) | \tilde{x} \in \tilde{M}\}$ と書くこともある.

定義 4 (逆像 [8]). 以下で定義される集合 $\phi^{-1}(M)$ を, 写像 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$ による集合 $M \subset X$ の逆像という.

$$\phi^{-1}(M) = \{\tilde{x} | \phi(\tilde{x}) \in M\} \quad (4)$$

定義 5 (写像の制限 [8]). 写像 $f : X \rightarrow Y$, 集合 $M \subset X$ に対し, $f|M(x) = f(x)$ で定義される写像 $f|M : M \rightarrow Y$ を, 写像 f の集合 M による制限という.

定義 6 (点列 [9]). 集合 X に対し, $f : \mathbb{N} \rightarrow X$ の形で定義される写像 f を X 上の点列という. 点列は X の要素に番号付けをしたリスト x_1, x_2, \dots として記述することができる. これを省略して $\{x_i\}_{i \in \mathbb{N}}$, あるいは, 単に $\{x_i\}$ として記述する.

2.2 位相空間・点列の収束・連続写像

定義 7 (位相空間 [9]). X を一つの空でない集合, L を適当な添え字集合とする. X の部分集合系 \mathcal{O} が次の条件を満たす時, \mathcal{O} は X における一つの位相であるという.

- $X \in \mathcal{O}, \emptyset \in \mathcal{O}$.
- $\{O_i\}_{i \in L}$ が \mathcal{O} の要素からなる集合族とし, L が有限集合ならば, $\bigcap_{i \in L} O_i \in \mathcal{O}$.
- $\{O_i\}_{i \in L}$ が \mathcal{O} の要素からなる集合族とすれば, $\bigcup_{i \in L} O_i \in \mathcal{O}$.

集合 X と X における位相 \mathcal{O} の対 (X, \mathcal{O}) を位相空間という. \mathcal{O} の要素を開集合とよぶ. 以降, 必要に応じて位相空間 (X, \mathcal{O}) を略して単に位相空間 X と書く.

定義 8 (近傍 [9]). 位相空間 X を考える. $x \in U$ を満たす開集合 U のことを $x \in X$ の近傍という.

注意 1. 近傍の概念は文献によって定義が異なることに注意する. 例えば, 文献 [8][10] では, $x \in U_1, U_1 \subset U_2$ を満たす開集合 U_1 が存在する集合 U_2 を近傍と呼んでいる (文献 [8][10] の定義の場合, U_2 は開集合とは限らない).

定義 9 (点列の収束 [9]). 位相空間 X 上の点列 $\{x_i\}$ を考える. 以下が成立するとき, 点列 $\{x_i\}$ は点 $x_\omega \in X$ に収束するという.

- 任意の x_ω の近傍 U に対し, 任意の $i \geq N$ に対し $x_i \in U$ となるような $N \in \mathbb{N}$ が存在する.

点 $x_\omega \in X$ を収束点とよぶ.

定義 10 (連続写像 [9]). 2つの位相空間 X, \tilde{X} を考える. 写像 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$ が以下の条件をみたすとき, 写像 ϕ は連続であるという.

- 任意の開集合 $U \subset X$ に対し, $\phi^{-1}(U)$ は位相空間 \tilde{X} の開集合になっている.

定義 11 (同相写像 [9]). 2つの位相空間 X, \tilde{X} を考える. 写像 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$ が以下の条件をみたすとき, 写像 ϕ は同相写像であるという.

- ϕ は全単射.
- ϕ は連続写像.
- ϕ の逆写像 ϕ^{-1} は連続写像.

位相空間 X, \tilde{X} の間に同相写像が存在するとき, X と \tilde{X} は位相同型, あるいは単に, 同相であるとよぶ.

2.3 位相多様体

位相多様体を定義するために, いくつかの概念を導入する.

定義 12 (ハウスドルフ空間 [9]). 位相空間 X が次の性質を満たす時, X をハウスドルフ空間という.

- X の任意の相異なる点 x_1, x_2 に対し, $U_1 \cap U_2 = \emptyset$ となる x_1 の近傍 U_1 と x_2 の近傍 U_2 が存在する.

定義 13 (基 [9]). 集合 X を考える. 以下の条件を満たす X の部分集合系 \mathcal{B} を基という.

- 任意の X の要素は \mathcal{B} のいずれかの要素に属している. すなわち, $X = \cup_{U \in \mathcal{B}} U$ が成立する.
- $U_1, U_2 \in \mathcal{B}$, $x \in U_1 \cap U_2$ であるなら, $x \in U_3 \subset U_1 \cap U_2$ を満たす \mathcal{B} の要素 $U_3 \in \mathcal{B}$ が存在する.

定義 14 (第2可算 [9]). 位相空間 X に対し, 可算な基が存在するとき, 位相空間 X は第2可算であるという.

定義 15 (n 次元局所ユークリッド [9]). 位相空間 X を考える. 任意の点 $x \in X$ に対し, \mathbb{R}^n の開部分集合と同相である x の近傍が存在するとき, X は n 次元局所ユークリッドであるという.

以下の補題が成立するため, 必要に応じて定義をおきかえて考えても良い.

補題 1 (n 次元局所ユークリッドであることの同値条件 [9]). 位相空間 X が n 次元局所ユークリッドであるための必要十分条件は以下のどちらかが成立することである.

- 任意の点 $x \in X$ に対し, \mathbb{R}^n 内の開球と同相である x の近傍が存在する.
- 任意の点 $x \in X$ に対し, \mathbb{R}^n と同相である x の近傍が存在する.

以上のような概念をもとに, 位相多様体は以下のように定義される.

定義 16 (n 次元位相多様体 [9]). 第2可算で n 次元局所ユークリッドなハウスドルフ空間を, n 次元位相多様体とよぶ.

本論文では, 必要に応じ, n 次元位相多様体を単に位相多様体とよぶ.

2.4 連結性とコンパクト性

本論文では弧状連結な多様体を取り扱う.

定義 17 (弧状連結 [9]). 位相空間 X と点 $x_1, x_2 \in X$ を考える. $f(0) = x_1, f(1) = x_2$ を満たす連続写像 $f: [0, 1] \rightarrow X$ を, x_1 から x_2 への道 f とよぶ.

任意の $x_1, x_2 \in X$ に対し, x_1 から x_2 への道 f が存在するとき, 位相空間 X は弧状連結であるという.

コンパクト集合の定義を行うため, 部分空間の定義を行う.

定義 18 (部分空間 [9]). 位相空間 (X, \mathcal{O}) , 集合 $M \subset X$ を考える. 以下で定義される位相 \mathcal{O}_M を M における相対位相とよぶ.

$$\mathcal{O}_M = \{U \subset M \mid U = M \cap V \text{ となる開集合 } V \in \mathcal{O} \text{ が存在}\} \quad (5)$$

集合 M に相対位相 \mathcal{O}_M を入れた空間 (M, \mathcal{O}_M) を位相空間 (X, \mathcal{O}) の部分空間とよぶ.

本論文では, 位相空間 X の部分集合 M には, 常に相対位相が入れられていると考える. すなわち, これ以降に出てくる集合 $M \subset X$ はすべて, X の部分空間 (M, \mathcal{O}_M) を略記したものであることに注意する.

コンパクトな位相空間の定義を行う.

定義 19 (開被覆 [9]). 位相空間 (X, \mathcal{O}) を考える. \mathcal{O} の開集合系 $\mathcal{U} = \{U_i\}_{i \in L} \subset \mathcal{O}$ に対し, $\cup_{i \in L} U_i = X$ が満たされるとき, \mathcal{U} は位相空間 X の開被覆であるという. ただし, L は適当な添え字集合である.

\mathcal{U} の部分集合 \mathcal{U}' が位相空間 X の開被覆になっているとき, \mathcal{U}' を \mathcal{U} の部分開被覆という.

定義 20 (コンパクトな位相空間 [9]). 位相空間 (X, \mathcal{O}) を考える. X の任意の開被覆が有限な部分開被覆を持つ時, 位相空間 X はコンパクトであるという.

別の言い方をすると, X の任意の開被覆 $\mathcal{U} = \{U_i\}_{i \in L} \subset \mathcal{O}$ に対し, $X = U_1 \cup U_2 \cup \dots \cup U_k$ を満たす有限個の要素 $U_1, U_2, \dots, U_k \in \mathcal{U}$ が存在するとき, 位相空間 (X, \mathcal{O}) はコンパクトであるという.

定義 21 (局所コンパクト空間 [11]). 位相空間 X を考える. 任意の $x \in X$ に対し, コンパクト集合を部分集合に持つ x の近傍が存在するとき, X は局所コンパクト空間であるという.

注意 2 (ユークリッド空間の部分空間に対するコンパクト性 [8]). ユークリッド空間 R^n の部分集合 M について, M がコンパクトであることの必要十分条件は, M が有界な閉集合であることである.

コンパクトな位相空間と連続写像に関する定理を紹介する.

定理 1 (コンパクトな位相空間の像 [9]). 位相空間 \tilde{X} から位相空間 X への写像 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$ を考える. 位相空間 \tilde{X} がコンパクトであるなら, $\phi(\tilde{X})$ はコンパクトである.

注意 3. 本節で前述したとおり, 本論文では位相空間の部分集合には, 常に相対位相が入っていると仮定する. 定理 1 で述べられている ϕ による X の像 $\phi(X)$ は, X の部分空間 $(\phi(\tilde{X}), \mathcal{O}_{\phi(\tilde{X})})$ を省略した表記になっている.

以下は定理 1 の明らかな系である.

系 1. 位相空間 X , \tilde{X} , 部分集合 $\tilde{M} \subset \tilde{X}$, 位相空間 \tilde{X} から位相空間 X への連続写像 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$ を考える. 集合 \tilde{M} がコンパクトであるなら, 集合 $\phi(\tilde{M})$ はコンパクトである.

証明. 文献 [9] 命題 3.4(c) より, 連続写像 ϕ の \tilde{M} による制限 $\phi|_{\tilde{M}}: \tilde{M} \rightarrow X$ は連続である. 制限 $\phi|_{\tilde{M}}: \tilde{M} \rightarrow X$ を使って定理 1 を適用することにより, 題意は示された. □

点列コンパクト空間に関する定理を紹介する.

定義 22 (点列コンパクト空間 [9]). 位相空間 X を考える. 位相空間 X 内の任意の点列が X 内に収束する部分列 $\{x_i\}$ を含んでいる時, 位相空間 X は点列コンパクト空間であるという.

命題 1 (コンパクト位相空間と点列コンパクト空間の関係 [9]). 位相空間 X がコンパクトで第 2 可算なハウスドルフ空間であることの必要十分条件は, X が点列コンパクトで第 2 可算なハウスドルフ空間であることである.

位相多様体が第 2 可算なハウスドルフ空間であることに注意すると, 以下の系がただちに成立する.

系 2. コンパクトな位相多様体は点列コンパクト空間である. すなわち, コンパクトな位相多様体 X 内の任意の点列は, X 内に収束する部分列 $\{x_i\}$ を含んでいる.

2.5 プロパー写像

本節では、制御 Lyapunov 関数を導入する上で必要となるプロパー写像を導入する。

プロパー写像を定義するために、閉写像の概念を導入する。

定義 23 (閉集合 [10]). 位相空間 X を考える. X における開集合の補集合を閉集合とよぶ.

定理 2 (閉集合の連続写像による逆像 [8]). 集合 X, Y , 連続写像 $f : X \rightarrow Y$ を考える. このとき, 閉集合 $U \subset Y$ による f の逆像 $f^{-1}(U)$ は閉集合である.

定義 24 (閉写像 [10]). 位相空間 X, \tilde{X} , 写像 $\phi : \tilde{X} \rightarrow X$ を考える.

任意の閉集合 U による ϕ の像 $\phi(U)$ が閉集合となるとき, ϕ は閉写像であるという.

命題 2 (コンパクト空間内の閉部分集合はコンパクト [11]). コンパクト空間内の閉部分集合はコンパクト集合である.

プロパー写像は以下のように定義できる.

定義 25 (プロパー写像 [10]). 位相空間 X, \tilde{X} , 連続写像 $f : \tilde{X} \rightarrow X$ を考える. この時, 任意の位相空間 X' に対し, 写像 $f \times id_{X'} : \tilde{X} \times X' \rightarrow X \times X'$ が閉写像であるとき, f はプロパー写像であるという. ただし, $id_{X'} : X' \rightarrow X'$ は恒等写像であり, $id_{X'}(x) = x$ で定義される.

以下の命題が知られている.

命題 3 (命題 7[10]). ハウスドルフ空間 X , 局所コンパクト空間 Y , 連続写像 $f : X \rightarrow Y$ を考える. 写像 f がプロパー写像であるための必要十分条件は, 任意の Y のコンパクト部分集合による f の逆像がコンパクト集合となることである.

位相空間 X から $\mathbb{R}_{\geq 0}$ への写像を考える場合, 以下の定理が成立する.

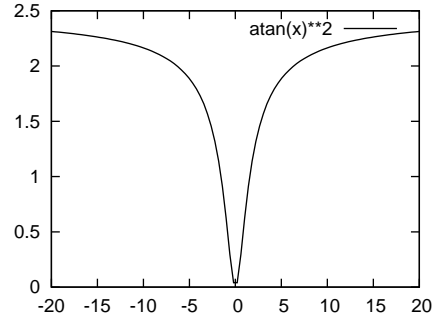


図 1 Example of a proper map

定理 3. 位相空間 $X, \mathbb{R}_{\geq 0}$, 定数 $L_{max} \in (0, \infty]$, 連続写像 $V : X \rightarrow [0, L_{max})$ を考える.

任意の $L \in [0, L_{max})$ に対し, 集合 $\{x | V(x) \leq L\}$ がコンパクトであることの必要十分条件は, V がプロパー写像であることである.

証明. $(\Leftarrow) \{x | V(x) \leq L\} = V^{-1}([0, L])$, 命題 3 により成立する.

(\Rightarrow) 注意 2 より, $[0, L_{max})$ の任意のコンパクト部分集合は実数 $a, b (0 \leq a < b)$ を使って, $[a, b]$ と書ける. $[a, b]$ は閉集合で V は連続写像だから, 定理 2 より, $V^{-1}([a, b])$ は閉集合である. 一方, $V^{-1}([a, b]) \subset V^{-1}([0, b]) = \{x | V(x) \leq b\}$, $\{x | V(x) \leq b\}$ のコンパクト性, 命題 2 より, $V^{-1}([a, b])$ はコンパクト集合である. これと命題 3 より, V はプロパー写像であることが示せた. \square

例 1. $V(x) = (\tan^{-1}(x))^2$ で定義される $V : \mathbb{R} \rightarrow [0, \pi^2/4)$ はプロパー写像である. 実際, 任意の $L \in [0, \pi^2/4)$ に対し $V^{-1}([0, L]) = [-\tan(L), \tan(L)]$ であり, 定理 3 の条件を満たしている. 一方, $V(x) = (\tan^{-1}(x))^2$ で定義される $V : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ はプロパー写像ではない. 実際, $V^{-1}([0, 1000]) = \mathbb{R}$ であり, 命題 3 の条件を満たしていない.

$V(x) = (\tan^{-1}(x))^2$ のグラフを Fig. 1 に示す.

注意 4. 位相空間 X から $\mathbb{R}_{\geq 0}$ への連続写像を考える場合は, 命題 3, 定理 3 より, 定義 25 と同値な命題が複数存在する. 文献によっては, 同値な命題をプロパー写像の定義としている場合があるため注意する.

例えば, 任意の $\mathbb{R}_{\geq 0}$ のコンパクト部分集合 U に対し, 逆像 $f^{-1}(U)$ がコンパクト集合であることをプロパー写像としたり [11], 任意の $L > 0$ に対し集合 $\{x | V(x) \leq L\}$ がコンパクト集合であることをプロパー写像とする [1][3][4] ことがある.

注意 5. 連続写像 $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ を考える場合, 以下式を満たす必要十分条件は V がプロパーであると主張している論文がある [12][13].

$$\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \|V(x)\| = \infty \quad (6)$$

ただし, $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムである. そのため, 取り扱う空間が多様体の中でもユークリッド空間 \mathbb{R}^n に限定される場合は, (6) をプロパー性の定義とすることがある [14]. ただし, 例えば, $V(x) = -x^T x$ など, プロパーだが (6) を満たさないものもある. 暗黙のうちに正定性を仮定する必要があるなど, (6) を使う場合には注意が必要である.

2.6 可微分多様体

可微分多様体を定義するために, チャートの概念を導入する.

定義 26 (チャート [11]). 位相多様体 X , X の開部分集合 W , \mathbb{R}^n の開部分集合 \tilde{W} , 同相写像 $\eta : W \rightarrow \tilde{W}$ を考える. W と η の対 (W, η) をチャートとよぶ.

位相多様体の定義より, 位相多様体 X に属する任意の点 $x \in X$ に対し, $x \in W$ を満たすチャート (W, η) が存在することになる. これを, x まわりのチャート (W, η) とよぶ.

以下のように定義される座標近傍系を使い, 多様体の可微分構造を定義することができる.

定義 27 (座標近傍系 [11]). 位相多様体 X を考える.

$W_1 \cap W_2 = \emptyset$ を満たす X のチャート $(W_1, \eta_1), (W_2, \eta_2)$ に対し, $\eta_2 \circ \eta_1^{-1} : \eta_1(W_1 \cap W_2) \rightarrow \eta_2(W_1 \cap W_2)$ が C^1 級微分同相であるとき, $(W_1, \eta_1), (W_2, \eta_2)$ は C^1 級で両立¹しているとよぶ.

¹smoothly compatible の適切な訳語が見つからなかったため, 本論文では C^1 級で両立しているとよぶ.

X のチャートを集めた集合 $\{(W_i, \eta_i)\}$ に対し, $\{W_i\}$ が X の開被覆になっているとき, $\{(W_i, \eta_i)\}$ を座標近傍系とよぶ. 座標近傍系 $\{(W_i, \eta_i)\}$ に対し, 任意の2つのチャートが C^1 級で両立しているとき, $\{(W_i, \eta_i)\}$ は C^1 級座標近傍系であるとよぶ.

定義 28 (C^1 級可微分構造 [11]). 位相多様体 X, C^1 級座標近傍系 $\{(W_i, \eta_i)\}$ を考える. $\{(W_i, \eta_i)\}$ を自身よりも大きな座標近傍系に含めることができない時, $\{(W_i, \eta_i)\}$ は極大²であるとよぶ.

極大な C^1 級座標近傍系 $\{(W_i, \eta_i)\}$ のことを位相空間 X における C^1 級可微分構造とよぶ.

以上のような概念をもとに, C^1 級可微分多様体は以下のように定義される.

定義 29 (C^1 級可微分多様体 [11]). 位相多様体 X , 位相多様体 X における C^1 級可微分構造 $\{(W_i, \eta_i)\}$ の対 $(X, \{(W_i, \eta_i)\})$ を, C^1 級可微分多様体とよぶ.

注意 6. 文献 [28] では極大でない座標近傍系をもつ多様体を可微分多様体とよんでいる. 本論文では, 極大な座標近傍を持つ多様体のみを可微分多様体とよぶ流儀を採用する.

本論文では, 必要に応じ, C^1 級可微分多様体 $(X, \{(W_i, \eta_i)\})$ を C^1 級可微分多様体 X とかく. あるいは, 単に多様体 X と略記する.

2.7 多様体上で定義された写像

2.7.1 写像の微分可能性

可微分多様体上で定義された写像に対し, 微分可能性を定義することができる.

定義 30 (多様体上で定義された C^1 級写像 [11]). C^1 級可微分多様体 X , 写像 $V : X \rightarrow \mathbb{R}^k$ を考える. 任意のチャート (W, η) に対し, 合成写像 $V \circ \eta^{-1} : \eta(W) \rightarrow \mathbb{R}^k$ が C^1 級であるとき, V は C^1 級であるという.

C^1 級写像 $V : X \rightarrow \mathbb{R}$ 全体からなる集合を $C^1(X)$ と書く.

²maximal の訳語

定義 31 (多様体間の可微分写像 [11]). C^1 級可微分多様体 X, \tilde{X} , 写像 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$ を考える. (W, η) を X のチャート, $(\tilde{W}, \tilde{\eta})$ を \tilde{X} のチャートとする. このとき, 任意のチャート $(W, \eta), (\tilde{W}, \tilde{\eta})$ に対し, 合成写像 $\eta \circ \phi \circ \tilde{\eta}^{-1}: \tilde{\eta}(\tilde{W} \cap \phi^{-1}(W)) \rightarrow \eta(W)$ が C^1 級であるとき, ϕ は C^1 級であるという.

C^1 級の同相写像を C^1 級微分同相写像と呼ぶ.

2.7.2 多様体上で定義された局所リプシッツ・局所半凹写像

ユークリッド空間上で定義された写像に対し, 局所リプシッツ性 [15]・局所半凹性 [16][17] を持たせることがある. これら 2 つの概念を自然に拡張することで, 多様体上で定義された写像に対する局所リプシッツ性・局所半凹性を定義することができる.

n 次元実数ベクトル $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]^T \in \mathbb{R}^n$ に対し, 以下のようにユークリッドノルムを定義する.

$$\|\xi\| = \left(\sum_{i=1}^n \xi_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

ただし, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ である.

定義 32 (局所リプシッツ連続写像 [3][18][19][20][21]). C^1 級可微分多様体 X , 写像 $V: X \rightarrow \mathbb{R}$ を考える. 任意の $x \in X$ に対し, 以下を満たす定数 $K > 0$ と x の近傍 U が存在する時, $V: X \rightarrow \mathbb{R}$ は局所リプシッツ写像であるという.

- 任意の $y \in U \subset W$ に対し, $|V(x) - V(y)| \leq K \|\eta(x) - \eta(y)\|$.

ただし, (W, η) は x まわりのチャートである.

局所リプシッツ性はチャートの取り方に非依存であることに注意する. このことは, C^1 級可微分多様体の各チャートは C^1 級で両立していること, C^1 級写像とリプシッツ写像の合成写像はリプシッツ写像であることから確認することができる.

同様にして, 多様体上で定義された局所半凹写像を以下のように定義できる.

定義 33 (局所半凹写像 [3][18]). C^1 級可微分多様体, 写像 $V : X \rightarrow \mathbb{R}$ を考える. 任意の $x \in X$ に対し, 以下を満たす定数 $C > 0$ と x の近傍 U が存在する時, $V : X \rightarrow \mathbb{R}$ は局所半凹写像であるという.

- 任意の $y \in U \subset W$ に対し, $V(x) + V(y) - 2V_W \left(\frac{1}{2}(\eta(x) + \eta(y)) \right) \leq C \|\eta(x) - \eta(y)\|^2$.

ただし, (W, η) は x まわりのチャート, V_W は V の局所座標表現であり, $V_W = V \circ \eta^{-1}$ である.

局所半凹性もチャートの取り方に非依存であることに注意する. このことは, C^1 級可微分多様体の各チャートは C^1 級で両立していること, 文献 [16] の命題 2.1.12(ii) によって確認することができる.

2.8 接空間

定義 34 (接空間 [11]). C^1 級可微分多様体 X を考える.

ある点 $x \in X$ 上において, 任意の $f, g \in C^1(X)$ に対し, 以下が満たされる線形写像 $v : C^1(X) \rightarrow \mathbb{R}$ を x における接ベクトルとよぶ.

$$v(fg) = f(x)vg + g(x)vf \quad (8)$$

ただし, $fg \in C^1(X)$ は $fg(x) = f(x)g(x)$ で定義される写像, vg, vf は $v(g), v(f)$ の省略記法である.

x における接ベクトル全体からなる集合を接空間 $T_x X$ とよぶ.

定義 35 (接写像 [11]). C^1 級可微分多様体 X, \tilde{X} , C^1 級写像 $\phi : \tilde{X} \rightarrow X$ を考える. 各 $x \in X$ において以下のように定義される写像 $\phi_* : T_{\tilde{x}} \tilde{X} \rightarrow T_{\phi(\tilde{x})} X$ を, ϕ の押し出し, あるいは, 接写像とよぶ.

$$(\phi_* \tilde{v})(f) = \tilde{v}(f \circ \phi) \quad (9)$$

ただし, $f \in C^1(X)$ である.

注意 7. 接写像の定義式 (9) において, それぞれの記号が何を意味しているか見失いやすいため, 整理を行う.

$C^1(X)$ は C^1 級写像 $V : X \rightarrow \mathbb{R}$ 全体からなる集合であることに注意する. 接写像の定義式 (9) 左辺において, $\tilde{v} \in T_{\tilde{x}}\tilde{X}$, $\phi_*\tilde{v}$ は $\phi_*(\tilde{v})$ の省略記法であり, $\phi_*\tilde{v} \in T_{\phi(\tilde{x})}X$, $f \in C^1(X)$, $(\phi_*\tilde{v})(f) \in \mathbb{R}$ である. 右辺において, $f \circ \phi \in C^1(\tilde{X})$, $\tilde{v}(f \circ \phi) \in \mathbb{R}$ である.

そのため, 接写像の定義式は意味をなす³ものになっている.

接写像に対し, 以下の定理が知られている.

定理 4 (多様体に対する逆写像定理 ([11] 定理 4.5)). C^1 級可微分多様体 X, \tilde{X} , C^1 級写像 $\phi : \tilde{X} \rightarrow X$ を考える. 任意の点 $\tilde{x} \in \tilde{X}$ に対し, $\phi_* : T_{\tilde{x}}\tilde{X} \rightarrow T_{\phi(\tilde{x})}X$ が全単射であれば, $\phi|U : U \rightarrow \phi(U)$ が C^1 級微分同相となるような x の近傍 U が存在する.

2.9 非可縮な多様体

本論文では非可縮な多様体上の制御を考える. そのために, 多様体の非可縮性 [29] について紹介する.

定義 36 (ホモトピー同値 [29]). 位相空間 X, \tilde{X} , 写像 $f_0, f_1 : \tilde{X} \rightarrow X$ に対し, $F(x, 0) = f_0(x), F(x, 1) = f_1(x)$ を満たす連続写像 $F : \tilde{X} \times [0, 1] \rightarrow X$ が存在する時, f_0, f_1 はホモトピックであるといい, $f_0 \simeq f_1$ と書く.

位相空間 X, \tilde{X} の間に $f \circ g \simeq id, g \circ f \simeq id$ を満たす連続写像 $f : \tilde{X} \rightarrow X, g : X \rightarrow \tilde{X}$ が存在するとき, X と \tilde{X} はホモトピー同値であるといい, $X \simeq \tilde{X}$ と書く. ただし, id は恒等写像であり, $id(x) = x$ で定義される.

位相空間 X, \tilde{X} がホモトピー同値でないとき, $X \not\simeq \tilde{X}$ と書く.

定義 37 (可縮な多様体 [29]). 多様体 X が 1 点 $\{0\}$ とホモトピー同値であるとき, X は可縮であるという.

³make sense の訳語.

定義 38 (非可縮な多様体). 可縮でない多様体を非可縮な多様体とよぶ.

可縮な多様体の例としてユークリッド空間 \mathbb{R}^n , 非可縮な多様体の例として円周 S^1 , トーラス $S^1 \times S^1$, ユークリッド平面 \mathbb{R}^2 から 1 点を除いた集合などが挙げられる.

3. 最小射影法

最小射影法とは、非可縮多様体上で定義されたシステムに対する微分不可能な制御 Lyapunov 関数の設計法である。本章では最小射影法について紹介を行う。

3.1 問題設定

弧状連結な n 次元 C^1 級可微分多様体上 X 上で定義された以下のシステムを考える。

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (10)$$

ただし、 $x \in X$, $u \in \mathcal{U} \subset \text{Map}(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}^m)$; $t \mapsto u(t) \in U \subset \mathbb{R}^m$, $f : X \times U \rightarrow T_x X$ は x, u に関して連続であり、 $\text{Map}(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}^m)$ は $\mathbb{R}_{\geq 0}$ から \mathbb{R}^m への写像である。また、 $f(0, 0) = 0$ を仮定する。ただし、 $0 \in X$ は漸近安定化したい点であり、原点とよぶ。

3.2 不連続制御の必要性

非可縮多様体上で定義されたシステムの大域的漸近安定性を論じるにあたり、以下の定理が知られている。

定理 5 (Sontag の定理 [1]). X 上のシステム (10), 静的状態フィードバック $u : X \rightarrow \mathbb{R}^m$ を考える。解軌道 $\psi(t, x, u)$ が x, t に関し連続であると仮定する。すると、収束点 $x_\omega \in X$ に対する集合 $\{x | x \in X, \lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t, x, u) = x_\omega\}$ は可縮である。

ただし、静的状態フィードバックは以下で定義される。

定義 39 (静的状態フィードバック). X 上のシステム (10) に対し、適当な写像 $k : X \rightarrow \mathbb{R}^m$ を使って以下のように書ける入力 $u \in \mathcal{U} \subset \text{Map}(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}^m)$ を静的状態フィードバックとよぶ。

$$u(t) = k(x(t)) \quad (11)$$

写像 $k(x)$ を、静的状態フィードバック制御入力とよぶ。

この定理より，連続な静的状態フィードバック則では原点0を大域的に漸近安定化できない．時変な制御か不連続な制御を取扱う必要があり，古典解だけでは微分方程式の解を解析できないことになる．

3.3 解コンセプト

入力 $u(t)$ が不連続になる場合，システム (10) は不連続な微分方程式となる．不連続な微分方程式は古典解を持つとは限らないから，古典解以外の解が必要となる．これに対し，任意の形の微分方程式に対して有効な不連続微分方程式に対する解は提案されていないから，システムの形によって，微分方程式の解の定義を変えることがなされている [30]．

ある不連続制御を提案しようという時に，複数提案されている不連続微分方程式の解が適用可能か個別に議論することは煩雑である．

そこで，最小射影法の原論文 [3] では，最小射影法が成立するために微分方程式の解が満たすべき条件をまとめ，その条件を満たす微分方程式の解すべてに理論が適用できると主張している．

定義 40 (解コンセプト [3])．以下の条件を満たす写像 $\psi: \mathbb{R}_{\geq 0} \times X \times \mathcal{U} \rightarrow X$ を，制御システム (10)，初期値 $x \in X$ ，制御 $u \in \mathcal{U}$ に対する解コンセプトという．

- 固定した $x \in X$ に対し，写像 $\psi: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow X$ は連続．
- 集合 $\tilde{X} \subset X$ ，微分同相写像 $\phi: X \rightarrow \tilde{X}$ を考える．この時， $\phi^{-1}(\psi(t, x, u))$ が \tilde{X} 上のシステム $\dot{\tilde{x}} = \phi_*^{-1}(f(\phi(\tilde{x}(t)), u(t)))$ の解であることの必要十分条件は， $\psi(t, x, u)$ が \tilde{X} 上のシステムの解であることである．

注意 8. 解が満たすべき条件をまとめることで，微分方程式の解に対する個別議論が不要になる．これは大変大きなメリットであると思うから，本論文ではこの考え方を支持する．

以下に解コンセプトの条件を満たしている例を与えよう．

定義 41 (カラテオドリ解). システム (10) を考える. 以下の写像 $\psi(t, x, u) : \mathbb{R}_{\geq 0} \times X \times \mathcal{U} \rightarrow X$ を初期値 p , 入力 u に対するカラテオドリ解という.

$$\psi(t, x, u) = \int_0^t f(\psi(s, x, u), u(s)) ds \quad (12)$$

定義 42 (時刻の分割). 以下の条件を満たす $\mathbb{R}_{\geq 0}$ 上の点列 $\{t_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ を, $\mathbb{R}_{\geq 0}$ の分割という.

$$0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots \quad (13)$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} t_i = \infty \quad (14)$$

また, 分割 $\{t_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ に対し, $\text{diam}(\pi) = \sup_{i \in \mathbb{N}} (t_{i+1} - t_i)$ を直径という.

定義 43 (サンプル・ホールド解 (π 軌道)[4]). フィードバック則 $u : X \rightarrow \mathbb{R}^m$, 分割 $\{t_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ に対し, 以下を再帰的に解いて得られる写像 $\psi(t, x, u) : \mathbb{R}_{\geq 0} \times X \times \mathcal{U} \rightarrow X$ を, システム (10) に対するサンプル・ホールド解 (π 軌道) とよぶ.

$$\psi(0, x, u) = x \quad (15)$$

$$\dot{\psi}(t, x, u) = f(\psi(t, x, u), u(t_i)) \quad t \in [t_i, t_{i+1}] \quad (16)$$

3.4 制御 Lyapunov 関数

定義 44 (制御 Lyapunov 関数). 弧状連結な n 次元 C^1 級可微分多様体 X 上で定義されたシステム (10) を考える.

この時, 以下を満たす連続写像 $V : X \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ を制御 Lyapunov 関数という.

- V はプロパー写像
- V は正定 : $V(0) = 0$, 任意の $x \neq 0$ に対し $V(x) > 0$.
- V は無限小時間減少性⁴を持つ :
任意の $x \in X \setminus \{0\}$ に対し, 以下を達成する時刻 $\rho \in (0, \infty]$ と制御 u が存在

⁴infinitesimal decreasing property の訳語

する.

$$V(\psi(t, x, u)) \leq V(x) \quad \forall t \in [0, \rho] \quad (17)$$

$$V(\psi(\rho, x, u)) < V(x) \quad (18)$$

ただし, $\psi(t, x, u)$ は解コンセプトである.

3.5 制御システムの再構成

本論文では, X 上の制御 Lyapunov 関数を設計するため, X より位相的な意味で簡単な構造を持つ多様体 \tilde{X} を考える. 多様体 \tilde{X} に対し, 以下を満たす C^1 級写像 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$ の存在を仮定する.

(A 1) ϕ は全射.

(A 2) $\phi(\tilde{0}) = 0$ を満たす点 $\tilde{0} \in \tilde{X}$ が存在する.

(A 3) 任意の $\tilde{x} \in \tilde{X}$ に対し, 連続写像 $\phi_*: T_{\tilde{x}}\tilde{X} \rightarrow T_{\phi(\tilde{x})}X$ は全単射.

以上の仮定より, 多様体 X 上の制御システム (10) に対し, 以下の制御システムを一意に定義することができる.

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}, u) \quad (19)$$

$$\tilde{f}(\tilde{x}, u) = \phi_*^{-1}f(\phi(\tilde{x}), u) \quad (20)$$

ただし, $\tilde{x} \in \tilde{X}$ は $x = \phi(\tilde{x})$ を満たす点である.

このような手続きで X 上のシステムから \tilde{X} 上のシステムを定義することをシステムの持ち上げという.

3.6 最小射影法

以上のような問題設定のもと, 最小射影法は以下のようにまとめられる.

(1) 条件 (A 1)-(A 3) を満たす多様体 \tilde{X} , 全射 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$, 要素 $\tilde{0} \in \tilde{X}$ を設計する.

(2) \tilde{X} 上のシステム $\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}, u)$ に対し, 原点 $\tilde{0}$ への制御 Lyapunov 関数 \tilde{V} を設計する.

(3) 以下で定義される写像は X 上のシステムに対する制御 Lyapunov 関数である.

$$V(x) = \min_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x}) \quad (21)$$

最小射影法に関し, 以下の定理が成立する.

定理 6 (最小射影法 [3]). 条件 (A 1)-(A 3) を満たす多様体 \tilde{X} , 全射 $\phi: \tilde{X} \rightarrow X$, 要素 $\tilde{0} \in \tilde{X}$ を考える. もし, \tilde{X} 上で定義される写像 $\tilde{V}: \tilde{X} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ が制御 Lyapunov 関数であるなら, 以下で定義される X 上の写像 $V: X \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ は, 制御 Lyapunov 関数になる.

$$V(x) = \min_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x}) \quad (22)$$

もし制御 Lyapunov 関数 \tilde{V} が制御に都合の良い性質を持つなら, 以下の定理のように, 都合の良い制御 Lyapunov 関数 V を設計することができる.

定理 7. もし, \tilde{V} が局所リプシッツ連続な制御 Lyapunov 関数であるなら, 最小射影法による導出 (22) で得られる写像は, 局所リプシッツ連続な制御 Lyapunov 関数になる.

さらに, もし, \tilde{V} が局所半凹関数な制御 Lyapunov 関数であるなら, 最小射影法による導出 (22) で得られる写像は, 局所半凹な制御 Lyapunov 関数になる.

3.7 まとめ

本章では従来法である最小射影法について紹介を行った. 最小射影法は非可縮多様体上で定義された非線形システムに対する微分不可能な制御 Lyapunov 関数の設計法であり, 局所リプシッツ, あるいは, 局所半凹な制御 Lyapunov 関数も設計できることがわかる.

最小射影法は原点 0 の漸近安定化を取り扱っており, 制御 Lyapunov 関数の定義も原点 0 を安定化問題に対する概念になっている. そのため, オリジナルの最小射影法はコンパクト集合の漸近安定化問題を考慮していないことがわかる.

4. コンパクト集合への最小射影法

前章では最小射影法を紹介した。最小射影法は原点 $0 \in X$ を大域的漸近安定化するための微分不可能な制御 Lyapunov 関数の設計法であり、集合の安定化問題に適用することはできない。

そこで、本章では最小射影法をコンパクト集合の安定化に適用できるように拡張を行う。

4.1 モチベーション

以下の $X = (\mathbb{R}^2 \setminus D) \times S^1$ 上で定義された二輪車両システムを考える。

$$\dot{x} = g(x)u \quad (23)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} \cos x_3 & 0 \\ \sin x_3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$M = \{x \mid x_1 = x_2 = 0, x_3 \in S^1\} \quad (25)$$

ただし、 $x = [x_1, x_2, x_3]^T$, $u = [u_1, u_2]^T$, D は、 \mathbb{R}^2 に埋め込まれた以下の空間である。

$$D = \{[x_1, x_2]^T \in \mathbb{R}^2 \mid \|[x_1, x_2]^T - [p_d, 0]^T\|_2 \leq r_d\} \quad (26)$$

$$p_d > r_d \quad (27)$$

このシステムのある点 $x_\omega \in X$ を漸近安定化する制御則を設計する問題に対し、以下の定理が知られている。

定理 8 (Brockett の定理 [6]). 以下のような \mathbb{R}^n 上の対象アファインなシステムを考える。

$$\dot{x} = g(x)u \quad (28)$$

ただし, $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m$ である. g の列ベクトルが一次独立である時, ある平衡点を漸近安定化させる滑らかな状態フィードバック則が存在するための必要十分条件は, $m = n$ を満たすことである.

この定理より, $x_w \in X$ の安定化問題に対しては, 定理 5・定理 8 の両方の意味で不連続制御が必要であることがわかる.

一方で, システム (24) に対し, 以下のコンパクト集合 M を漸近安定化する制御則を設計する問題を考える.

$$M = \{x | x_1 = x_2 = 0, x_3 \in S^1\} \quad (29)$$

すると, この問題は定理 8 の条件から外れるから, 定理 5 の意味での不連続性だけを考えれば良い.

ゆえに, コンパクト集合に対する最小射影法があれば, このような非ホロノミック移動ロボットの障害物回避問題に対しても大域的制御を設計できると考えられる.

4.2 問題設定

本章では, 弧状連結な n 次元 C^1 級可微分多様体上 X 上で定義された以下のシステムを考える.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (30)$$

ただし, $x \in X, u \in \mathcal{U} \subset F(\mathbb{R}, \mathbb{R}^m); t \mapsto u(t) \in U \subset \mathbb{R}^m$ であり, $F(\mathbb{R}, \mathbb{R}^m)$ は \mathbb{R} から \mathbb{R}^m への写像全体の集合である. また, 写像 $f: X \times U \rightarrow T_x X$ は, x, u に関し連続であり, $M \subset X$ を仮定する. ただし, M は空でないコンパクトな X の部分集合 M である. M を目標集合とよぶ.

集合への最小射影法では, 任意の $x \in M, t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ に対し, $\psi(t, x, u) \in X$ を満たす制御 $u \in \mathcal{U}$ の存在を仮定する. ただし, $\psi: \mathbb{R}_{\geq 0} \times X \times \mathcal{U} \rightarrow X$ は定義 40 で定義した解コンセプトである.

注意 9. 本論文では M に弧状連結性を仮定しない.

4.3 コンパクト集合への制御 Lyapunov 関数

定義 45 (コンパクト集合への制御 Lyapunov 関数). 弧状連結な n 次元 C^1 級可微分多様体 X 上で定義されたシステム (30) を考える.

この時, 以下を満たす連続写像 $V : X \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ をシステム (30) に対するコンパクト集合 M への制御 Lyapunov 関数という.

(B 1) V はプロパー写像.

(B 2) V は正定: 任意の $x \in M$ に対し $V(x) = 0$. また, 任意の $x \in X \setminus M$ に対し, $V(x) > 0$.

(B 3) V は無限小時間減少性⁵を持つ:

任意の $x \in X \setminus M$ に対し, 以下を達成する時刻 $\rho \in (0, \infty]$ と制御 u が存在する.

$$V(\psi(t, x, u)) \leq V(x) \quad \forall t \in [0, \rho) \quad (31)$$

$$V(\psi(\rho, x, u)) < V(x) \quad (32)$$

ただし, $\psi(t, x, u)$ は解コンセプトである.

4.4 制御システムの再構成

本章では, 前章で紹介した最小射影法と同様に, 制御システムの持ち上げについて定義する.

多様体 \tilde{X} に対し, 以下を満たす C^1 級写像 $\phi : \tilde{X} \rightarrow X$ の存在を仮定する.

(C 1) ϕ は全射.

(C 2) $\phi(\tilde{M}) = M$ を満たす点 $\tilde{M} \subset \tilde{X}$ が存在する.

(C 3) 任意の $\tilde{x} \in \tilde{X}$ に対し, 連続写像 $\phi_* : T_{\tilde{x}}\tilde{X} \rightarrow T_{\phi(\tilde{x})}X$ は全単射.

⁵infinitesimal decreasing property の訳語

以上の仮定より，多様体 X 上の制御システム (10) に対し，以下の制御システムを一意に定義することができる．

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}, u) \quad (33)$$

$$\tilde{f}(\tilde{x}, u) = \phi_*^{-1} f(\phi(\tilde{x}), u) \quad (34)$$

ただし， $\tilde{x} \in \tilde{X}$ は $x = \phi(\tilde{x})$ を満たす点である．

このような手続きで X 上のシステムから \tilde{X} 上のシステムを定義することをシステムの持ち上げとよぶ．

本章で定義した持ち上げの概念と，前章で紹介した持ち上げの概念では，条件 (A 2)，(C 2) のみが異なる点に注意しよう．

4.5 主結果：コンパクト集合への最小射影法

以下の通り，コンパクト集合への最小射影法を提案する．

- (1) 条件 (C 1)-(C 3) を満たす多様体 \tilde{X} ，全射 $\phi : \tilde{X} \rightarrow X$ ，集合 $\tilde{M} \subset \tilde{X}$ を設計する．
- (2) \tilde{X} 上のシステム $\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}, u)$ に対し， \tilde{M} への制御 Lyapunov 関数 \tilde{V} を設計する．
- (3) 以下で定義される写像は X 上のシステムに対する M への制御 Lyapunov 関数である．

$$V(x) = \min_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x}) \quad (35)$$

以下の定理は本章の主定理である．

定理 9 (集合への最小射影法)．条件 (C 1)-(C 3) を満たす多様体 \tilde{X} ，全射 $\phi : \tilde{X} \rightarrow X$ ，集合 $\tilde{M} \subset \tilde{X}$ を考える．もし， \tilde{X} 上で定義される写像 $\tilde{V} : \tilde{X} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ が \tilde{M} への制御 Lyapunov 関数であるなら，以下で定義される X 上の写像 $V : X \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ は， M への制御 Lyapunov 関数になる．

$$V(x) = \min_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x}) \quad (36)$$

もし制御 Lyapunov 関数 \tilde{V} が制御に都合の良い性質を持つなら、以下の定理のように、都合の良い制御 Lyapunov 関数 V を設計することができる。

定理 10. もし、 \tilde{V} が局所リプシッツ連続な \tilde{M} への制御 Lyapunov 関数であるなら、最小射影法による導出 (36) で得られる写像は、局所リプシッツ連続なコンパクト集合 $M \subset X$ への制御 Lyapunov 関数になる。

さらに、もし、 \tilde{V} が局所半凹関数な \tilde{M} への制御 Lyapunov 関数であるなら、最小射影法による導出 (36) で得られる写像は、局所半凹なコンパクト集合 $M \subset X$ への制御 Lyapunov 関数になる。

4.6 主定理の証明

本節では定理 9, 定理 10 の証明を行う。定理を直接定理を証明することは難しいため、11 の補題を用意する。

原点 0 のみからなる集合 $\{0\}$ はコンパクトであることに注意すると、最小射影法に関する論文 [3] で用意されている補題の多くが本章の問題設定に適用できる。

具体的に言えば、[3] の補題 2~ 8, 11 については、本章の問題設定に対してもそのまま成立する。[3] の補題 9, 補題 10 は本章の問題設定に適用できないことに注意する。

補題 2. \tilde{X} のコンパクト部分集合 \tilde{W} を考える。このとき、任意の $x \in X$ に対し、 $\{\tilde{x} \in \tilde{W} | \phi(\tilde{x}) = x\}$ は有限集合である。

証明. 背理法で示す。 $\{\tilde{x} \in \tilde{W} | \phi(\tilde{x}) = x\}$ が無限集合と仮定すると、 $\phi(\tilde{x}_1) = \phi(\tilde{x}_2) = \dots = x$ を満たす W 上の無限点列 $\{\tilde{x}_i\}$ が存在する。 W はコンパクト集合だから、系 2 より、 W 内に収束する $\{\tilde{x}_i\}$ の部分点列 $\{\tilde{x}'_i\}$ が存在する。

$\{\tilde{x}'_i\}$ の収束点を $\tilde{x}'_\infty \in W$ とすると、定理 4 より、 $\phi|_U : U \rightarrow \phi(U)$ が同相写像となるような \tilde{x}'_∞ の近傍 U が存在する。 $\phi|_U$ の同相性より、 $\phi(\tilde{x}) = x$ を満たす $\tilde{x} \in U$ は \tilde{x}'_∞ 以外には存在しない。すなわち、任意の $i \in \mathbb{N}$ に対し、 $\tilde{x}'_i \notin U$ を満たす \tilde{x}'_∞ の近傍 U が存在する。

ところが、これは $\{\tilde{x}'_i\}$ が収束列の定義 (定義 9) を満たしていないことを意味しており、矛盾している。ゆえに、 $\{\tilde{x} \in \tilde{W} | \phi(\tilde{x}) = x\}$ は有限集合である。 \square

補題 3. 各 $x \in X$ に対し, 以下で定義される写像 $V : X \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ は well-defined である.

$$V(x) = \min_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x}) \quad (37)$$

証明. ϕ は全射だから, 任意の $x \in X$ に対し, $\phi(\tilde{x}_0) = x$ を満たす $\tilde{x}_0 \in \tilde{X}$ が存在する. 命題 3 より, 任意の $\tilde{x}_0 \in \tilde{X}$ に対し, 以下で定義される部分空間 $L_{\tilde{x}_0}$ はコンパクト集合.

$$L_{\tilde{x}_0} = \tilde{V}^{-1}([0, V(\tilde{x}_0)]) = \{\tilde{x} | \tilde{V}(\tilde{x}) \leq \tilde{V}(\tilde{x}_0)\} \subset \tilde{X} \quad (38)$$

補題 2 より $\{\tilde{x} \in L_{\tilde{x}_0} | \phi(\tilde{x}) = x\}$ は有限集合である. ゆえに (37) は well-define である. \square

補題 4. 任意の $x \in X$ に対し, 以下で定義される集合 $\operatorname{argmin}_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x})$ は有限集合である.

$$\operatorname{argmin}_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x}) = \{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x) | \tilde{V}(\tilde{x}) = \min_{\tilde{y} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{y})\} \quad (39)$$

証明. (38) で定義される $L_{\tilde{x}_0}$ を考える. すると, 明らかに以下が成立する.

$$\operatorname{argmin}_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x}) \subset \{\tilde{x} \in L_{\tilde{x}_0} | \phi(\tilde{x}) = x\} \quad (40)$$

ゆえに, $\operatorname{argmin}_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x})$ は有限集合である. \square

定義 46 (柱状近傍 [3]). 任意の点 $x \in X, \tilde{x} \in \phi^{-1}(x)$ に対し, 以下を満たすような \tilde{x} の近傍 $N(\tilde{x})$ が存在するとき, 集合 $C(x)$ を x の柱状近傍とよぶ.

$$C(x) = \bigcup_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} N(\tilde{x}) \quad (41)$$

補題 5. 点 $x \in X$ の小さな近傍内の点 x' を考える. すると, 以下を満たすような柱状近傍 $C(x)$ が存在する.

$$\operatorname{argmin}_{\tilde{x}' \in \phi^{-1}(x')} \tilde{V}(\tilde{x}') \subset C(x) \quad (42)$$

証明. 補題 4 より, $\operatorname{argmin}_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x})$ は有限集合である. また, 以下を満たす $\delta > 0$ が存在する.

$$\{x \mid \|x - x'\| < \delta\} \subset \bigcap_{\substack{\tilde{x}' \in \operatorname{argmin}_{\tilde{x}' \in \phi^{-1}(x')} \tilde{V}(\tilde{x}') \\ \tilde{x}' \in \phi^{-1}(x')}} \{\phi(\tilde{x}) \mid \tilde{x} \in N(\tilde{x}')\} \quad (43)$$

ただし, (43) の右辺は有限個の集合に対して積集合を取っていることに注意しよう.

ゆえに, 任意の $x' \in \{x' \mid \|x' - x\| < \delta\}$ に対し, 以下が成立する.

$$\operatorname{argmin}_{\tilde{x}' \in \phi^{-1}(x')} \tilde{V}(\tilde{x}') \subset C(x) \quad (44)$$

□

補題 6. もし \tilde{V} が連続写像なら, (36) で定義される写像 V は連続写像である.

証明. $\tilde{V}(\tilde{x})$ は連続写像. 補題 4 より, $\operatorname{argmin}_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x})$ は有限集合. さらに, $x \in X$ の小さな近傍内の点 x' に対し, 以下が成立することに注意する.

$$\operatorname{argmin}_{\tilde{x}' \in \phi^{-1}(x')} \tilde{V}(\tilde{x}') \subset C(x) \quad (45)$$

補題 5 より, 以下が成立する.

$$V(x') \in \{\tilde{V}(\tilde{x}) \mid \tilde{x} \in C(x)\} \quad (46)$$

ゆえに, V は連続写像である. □

補題 7. 写像 \tilde{V} が局所リプシッツ連続ならば, (36) で定義される写像 V は局所リプシッツ連続である.

証明. 定理 4 より, 任意の \tilde{x}_i に対し, $\phi_i(\tilde{x}_i) = \phi(\tilde{x}_i)$ を満たす \tilde{x}_i 近傍上の局所微分同相写像 ϕ_i が存在する. 写像 \tilde{V} は局所リプシッツ連続だから, 任意の $x \in X$ に対し, $\tilde{V}_W(\eta \circ \phi_i^{-1}(x))$ はリプシッツ定数 K_i を持つ.

補題 4~ 補題 6 より, V は局所リプシッツ連続であり, x 上のリプシッツ定数は $K = \max K_i$ により得られる. □

補題 8. もし \tilde{V} が局所半凹関数なら, (36) で定義される写像 V は局所半凹関数である.

証明. $\phi_i(\tilde{x}_i) = \phi(\tilde{x}_i)$ を満たす \tilde{x}_i 近傍上の局所微分同相写像 ϕ_i を考えよう. ϕ_i は局所リプシッツ勾配を持つ C^1 級写像を含んでいることに注意する. すると, ϕ_i の全ての要素は局所半凹関数になる [22][16]. ゆえに, 以下で定義される V_i は局所半凹関数 [16].

$$V_i = \tilde{V}(\phi_i^{-1}(x)) \quad (47)$$

補題 4 より $\operatorname{argmin}_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x})$ は有限集合であること, V_i が有限個の局所半凹関数であれば, $\min\{\tilde{V}_i\}$ は局所半凹関数 [16] であることに注意すると, 題意は成立する. \square

補題 9. 任意の $x \in X \setminus M$ に対し, 以下を達成する時刻 $\rho \in (0, \infty]$ と制御 u が存在する.

$$V(\psi(t, x, u)) \leq V(x) \quad \forall t \in [0, \rho) \quad (48)$$

$$V(\psi(\rho, x, u)) < V(x) \quad (49)$$

証明. $\phi(\tilde{x}_0) = x_0$ を満たす点 \tilde{x}_0 を考える. \tilde{V} は仮定より制御 Lyapunov 関数だから, 以下を満たす入力 u と解 $\tilde{\psi}$ が存在する.

$$\tilde{V}(\tilde{\psi}(t, \tilde{x}_0, u)) \leq \tilde{V}(\tilde{x}_0) \quad \forall t \in [0, \rho) \quad (50)$$

$$\tilde{V}(\tilde{\psi}(\rho, \tilde{x}_0, u)) < \tilde{V}(\tilde{x}_0) \quad (51)$$

$\tilde{V}(\tilde{\psi}(t, \tilde{x}_0, u)) \geq V(\phi(\tilde{\psi}(t, \tilde{x}_0, u)))$, $\tilde{V}(\tilde{x}_0) = V(x_0)$ に注意すると, u は以下を満たす.

$$V(\psi(t, x_0, u)) \leq V(x_0) \quad \forall t \in [0, \rho) \quad (52)$$

$$V(\psi(\rho, x_0, u)) < V(x_0) \quad (53)$$

\square

補題 10. 各 $\alpha > 0$ に対し, $\{x \in X | V(x) \leq \alpha\} = \{\phi(\tilde{x}) | \tilde{x} \in \tilde{X}, \tilde{V}(\tilde{x}) \leq \alpha\}$ が成立する.

証明. (1) $\{x \in X | V(x) \leq \alpha\} \subset \phi(W_\alpha)$ を示す. 写像の像の定義より, 以下が成立する.

$$\phi(W_\alpha) = \{x \in X | \phi(\tilde{x}) = x \text{ を満たす } \tilde{x} \in W_\alpha \text{ が存在}\} \quad (54)$$

$$= \{x \in X | [\phi(\tilde{x}) = x, \tilde{V}(\tilde{x}) \leq \alpha] \text{ を満たす } \tilde{x} \in \tilde{X} \text{ が存在}\} \quad (55)$$

補題3 より V は well-define だから, 任意の $x \in X$ に対し, $\phi(\tilde{x}) = x, V(x) = \tilde{V}(\tilde{x})$ を満たす $\tilde{x} \in \tilde{X}$ が存在する. このことから, 以下が成立する.

$$x \in \{x \in X | V(x) \leq \alpha\} \quad (56)$$

$$\Rightarrow x \in \{x \in X | [\phi(\tilde{x}) = x, V(x) = \tilde{V}(\tilde{x}) \leq \alpha] \text{ を満たす } \tilde{x} \in \tilde{X} \text{ が存在}\} \quad (57)$$

$$\Rightarrow x \in \phi(W_\alpha) \quad (58)$$

すなわち, $\{x \in X | V(x) \leq \alpha\} \subset \phi(W_\alpha)$ が成立する.

(2) $\phi(W_\alpha) \subset \{x \in X | V(x) \leq \alpha\}$ を示す. 明らかに, 以下が成立する.

$$X \setminus \phi(W_\alpha) = \{x \in X | [\phi(\tilde{x}) = x, \tilde{V}(\tilde{x}) > \alpha] \text{ を満たす } \tilde{x} \in \tilde{X} \text{ が存在}\} \quad (59)$$

$$X \setminus \{x \in X | V(x) \leq \alpha\} = \{x \in X | V(x) > \alpha\} \quad (60)$$

補題3 より V は well-define だから, 任意の $x \in X$ に対し, $\phi(\tilde{x}) = x, V(x) = \tilde{V}(\tilde{x})$ を満たす $\tilde{x} \in \tilde{X}$ が存在する. このことから, 以下が成立する.

$$x \in X \setminus \{x \in X | V(x) \leq \alpha\} \quad (61)$$

$$\Rightarrow x \in \{x \in X | [\phi(\tilde{x}) = x, V(x) = \tilde{V}(\tilde{x}) > \alpha] \text{ を満たす } \tilde{x} \in \tilde{X} \text{ が存在}\} \quad (62)$$

$$\Rightarrow x \in X \setminus \phi(W_\alpha) \quad (63)$$

すなわち, $x \in X \setminus \{x \in X | V(x) \leq \alpha\} \subset X \setminus \phi(W_\alpha)$ が成立する. 部分集合の性質 (2) より, $\phi(W_\alpha) \subset \{x \in X | V(x) \leq \alpha\}$ が成立する.

以上より, $\{x \in X | V(x) \leq \alpha\} \subset \phi(W_\alpha)$, $\phi(W_\alpha) \subset \{x \in X | V(x) \leq \alpha\}$ であるから, 題意は成立する. \square

補題 11. V はプロパー写像.

証明. 定数 $\alpha > 0$ と集合 $W_\alpha = \{\tilde{x} \in \tilde{X} | \tilde{V}(\tilde{x}) \leq \alpha\}$ を考える. ϕ の連続性, W_α のコンパクト性より, W_α の ϕ による像 $\phi(W_\alpha)$ はコンパクト集合である.

$\phi(W_\alpha) = \{\phi(\tilde{x}) | \tilde{x} \in \tilde{X}, \tilde{V}(\tilde{x}) \leq \alpha\}$ と補題 10 より, $\phi(W_\alpha) = \{x \in X | V(x) \leq \alpha\}$.

以上より, 各 $\alpha > 0$ に対し, $\{x \in X | V(x) \leq \alpha\}$ はコンパクト集合であるから, V はプロパー写像である. \square

補題 12. 任意の $x \in M$ に対し, $V(x) = 0$ が成立する. また, 任意の $x \in X \setminus M$ に対し, $V(x) > 0$ が成立する.

証明. \tilde{V} は集合 \tilde{M} への制御 Lyapunov 関数だから, \tilde{V} の正定性 (B 2) より, 任意の $\tilde{x} \in \tilde{M}$ に対し $\tilde{V}(\tilde{x}) = 0$ が成立する. ϕ の全射性 (C 1) より, 任意の $x \in M$ に対し, $\phi(\tilde{x}) = x$ を満たす $\tilde{x} \in \tilde{M}$ が存在し, $\tilde{V}(\tilde{x}) = 0$ である. $\tilde{V}(\tilde{x}) \geq 0, V$ の定義 (36) より, 任意の $x \in M$ に対し $V(x) = 0$ であることがわかる.

ある固定した $x \in X \setminus M$ を考える. ϕ の性質 (C 2) より $\phi(\tilde{M}) = M$ だから, 任意の $\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)$ に対し, $\tilde{x} \in \tilde{X} \setminus \tilde{M}$. これと \tilde{V} の正定性 (B 2) より, 任意の $\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)$ に対し, $\tilde{V}(\tilde{x}) > 0$. 補題 3 より V は well-define だから, 任意の $x \in X \setminus M$ に対し, $V(x) = \min_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x}) > 0$ が成立する. \square

以上の 11 補題より, 定理 9, 定理 10 を証明する準備が整った.

定理 9 の証明. 補題 6 より V は連続写像である. 補題 11 より V はプロパー写像であり, 条件 (B 1) が成立. 補題 12 より V は正定写像であり, 条件 (B 2) が成立. さらに, 補題 9 より V は無限時間減少性を持つため, 条件 (B 3) も成立する. 以上より, V はコンパクト集合 M への制御 Lyapunov 関数の条件をすべて満たしているため, 題意は成立する. \square

定理 10 の証明. 定理 9, 補題 7, 補題 8 より, 題意は成立する. \square

4.7 コンパクト集合への制御 Lyapunov 関数の設計例

$X = (\mathbb{R}^2 \setminus D) \times S^1$ 上で定義されたシステム (24) に対し, 制御 Lyapunov 関数を設計することで, 提案法の有効性を確認してみよう.

以下のような C^1 級写像 ϕ と簡単な空間 $\tilde{X} := \mathbb{R}^2 \times S^1$ を用意する.

$$\phi(\tilde{x}) := [\phi_1(\tilde{x}), \phi_2(\tilde{x}), \phi_3(\tilde{x})]^T \quad (64)$$

$$\phi_1(\tilde{x}) = r_{polar}(\tilde{x}) \cos \tilde{x}_2 - p_d \quad (65)$$

$$\phi_2(\tilde{x}) = r_{polar}(\tilde{x}) \sin \tilde{x}_2 \quad (66)$$

$$\phi_3(\tilde{x}) = \tilde{x}_3 \quad (67)$$

$$r_{polar}(\tilde{x}) = \begin{cases} \tilde{x}_1 + p_d & (\tilde{x}_1 \geq 0) \\ \frac{2}{\pi}(p_d - r_d) \tan^{-1}\left(\frac{\pi \tilde{x}_1}{2p_d - r_d}\right) + p_d & (\tilde{x}_1 < 0) \end{cases} \quad (68)$$

ただし, $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3]^T \in \tilde{X}$ である. \tilde{X} 上に持ち上げたシステムに対する制御 Lyapunov 関数を以下のように用意する.

$$\tilde{V}(\tilde{x}) = \frac{1}{2}(\tilde{x}_1^2 + \tilde{x}_2^2) \quad (69)$$

制御 Lyapunov 関数 V はコンパクト集合への最小射影法を用いて以下のように求まる.

$$V(x) = \frac{1}{2}(\varphi_m(x)^2 + r_m(x)^2) \quad (70)$$

$$\varphi_m(x) = \arg(x_1 + p_d + x_2 i) \quad (71)$$

$$r_m(x) = \begin{cases} d(x) - p_d & (p_d \leq d(x)) \\ \frac{2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi(d(x) - p_d)}{2(p_d - r_d)}\right) & (r_d < d(x) < p_d) \end{cases} \quad (72)$$

$$d(x) = \sqrt{(x_1 + p_d)^2 + x_2^2} \quad (73)$$

ただし, i は複素数, $\arg : \mathbb{C} \rightarrow (-\pi, \pi]$ は複素数の偏角を与える関数であり, $\arg(0) = 0$ とする. $r_d = 1, p_d = 2$ の場合の制御 Lyapunov 関数 V を Fig.2 に, \tilde{V} を Fig.3 に示す. 制御 Lyapunov 関数の値は x_3 に依存しないので, それぞれ $\mathbb{R}^2 \setminus D$, \mathbb{R}^2 平面を定義域にとった 3 次元グラフで表示している.

グラフより，制御 Lyapunov 関数 V は以下の集合 Ω 上において微分不可能であることがわかる．

$$\Omega = \{[x_1, x_2, x_3]^T \in X \mid x_1 < -p_d - r_d\} \quad (74)$$

このように，拡張した最小射影法を考えることで，集合への安定化問題に対する微分不可能な制御 Lyapunov 関数を簡単に設計できることがわかる．

4.8 まとめ

本章では，最小射影法をコンパクト集合への安定化問題に拡張した．コンパクト集合への最小射影法をまとめた定理9は本章の主定理であり，最小射影法はコンパクト集合への安定化問題に適用可能であることがわかった．

提案したコンパクト集合への最小射影法はオリジナルの最小射影法に対する純粋な拡張になっている．また，非ホロノミック拘束を持つシステム (24) などに対して制御 Lyapunov 関数を設計できるメリットがある．

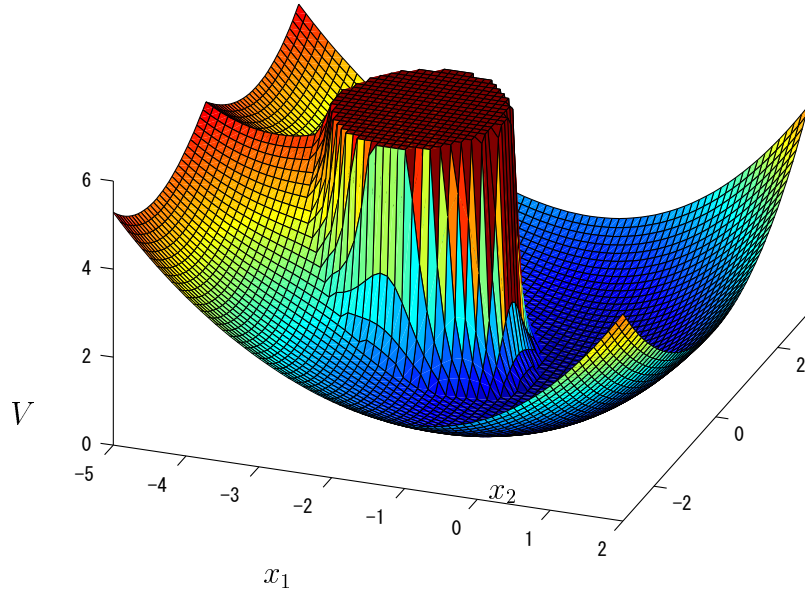


图 2 Control Lyapunov function : The minimum projection method toward a set

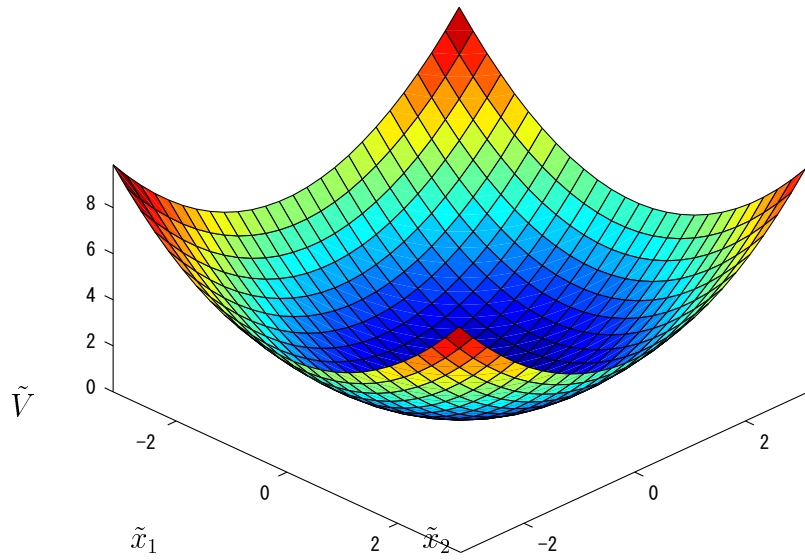


图 3 Control Lyapunov function on \tilde{X}

5. 二輪車両の障害物回避制御

本章ではコンパクト集合への最小射影法の応用例として、二輪車両の障害物回避制御を考える。大域的な不連続状態フィードバック制御を提案し、シミュレーションおよび実機実験により提案法の有効性を確認する。

5.1 モチベーション

前章ではコンパクト集合への最小射影法を提案した。二輪車両ロボットシステムに対する集合への制御 Lyapunov 関数が設計できることを示したが、制御 Lyapunov 関数を使った状態フィードバック制御則の設計法については議論されていない。

制御 Lyapunov 関数になめらかである場合には、目標点を大域的漸近安定化する一般的な静的状態フィードバックの設計法が提案されている [33]。一方、制御 Lyapunov 関数になめらかでない場合には、最小射影法を使って得られた制御 Lyapunov 関数を用いた制御則の設計法 [4] などが提案されている。ただし、[4] で提案されている制御則を使うには、 \tilde{V} が厳密な制御 Lyapunov 関数である必要がある。すなわち、任意の $\tilde{x} \in \tilde{X}$ に対し、以下の条件を満たす必要がある。

$$\inf_u \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{x}}(\tilde{g}(\tilde{x})u) < 0 \quad (75)$$

ただし、 $\tilde{g}(\tilde{x})u$ はシステム (24) の持ち上げであり、システムの持ち上げの定義式 (34) を使って以下のように計算される。

$$\tilde{g}(\tilde{x})u = \phi_*^{-1}g(x)u \quad (76)$$

ところが、前章 (70) 式で示した集合への制御 Lyapunov 関数 V はこの条件を満たしていない。実際、以下の集合を考える。

$$\left\{ \tilde{x} \mid \tilde{x} \text{ は集合 } \{\tilde{x} \mid \tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 = 0\} \text{ の近傍, } \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \tilde{x}_1} & \frac{\partial \phi_1}{\partial \tilde{x}_2} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial \tilde{x}_1} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \tilde{x}_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos \tilde{x}_3 \\ \sin \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = 0 \right\} \quad (77)$$

すると、この集合上で以下が成立するから、条件 (75) が満たされない。

$$\inf_u \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{x}}(\tilde{g}(\tilde{x})u) \quad (78)$$

$$= u_1 \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \tilde{x}_1} & \frac{\partial \phi_1}{\partial \tilde{x}_2} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial \tilde{x}_1} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \tilde{x}_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos \tilde{x}_3 \\ \sin \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \quad (79)$$

$$= 0 \quad (80)$$

このように、前章で示した制御 Lyapunov 関数は厳密な制御 Lyapunov 関数とならず、従来法 [4] を適用できない。

ゆえに、多くの応用例を持つ二輪車両ロボットシステムに対し、提案した集合への最小射影法を使って状態フィードバック制御の設計できるかどうかの問題となる。

5.2 問題設定

本論文では独立型二輪車両に対して、障害物回避と目標地点への到達を保証する制御則設計問題を考える。障害物は単一の静止した円盤状であるとし、目標地点において車両の姿勢角は問わない。さらに、次のような仮定をおく。

1. 車両・目標点の位置は既知である。
2. 二輪車両は各車輪が独立して動作可能である。
3. 車両の横滑りは発生しない。
4. 車両は任意の速度で走行可能である。
5. 二輪車両は中心から半径 $r_{robot} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ の円に収まる。
6. 半径 $r_{obstacle}$ の円盤状障害物が目標点と $p_d \in (0, \infty)$ だけ離れて配置されている。
7. 二輪車両は目標点において障害物と干渉しない。

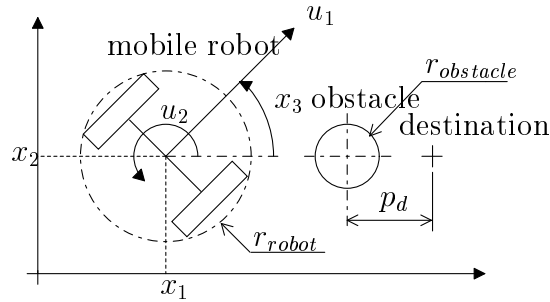


図 4 Model of a two-wheeled mobile robot and an obstacle

二輪車両と円盤状障害物は, Fig.4 のようにモデル化できる.

ただし, $[x_1, x_2, x_3]^T \in \mathbb{R}^2 \times S^1$ は二輪車両の現在位置と姿勢角. $[u_1, u_2]^T \in \mathbb{R}^2$ は制御入力であり, ロボットの並進移動速度入力, 回転角速度入力の対である.

この時, 到着時の角度を問わず, 目標点にロボットを導く状態フィードバック制御入力を求めることが問題である.

5.3 障害物回避問題の定式化

システムが定義される空間をコンフィグレーション空間 [39] と取ると, 対象問題は, (23) であらわされる非可縮多様体 X 上で定義されたシステムに対するコンパクト集合 M への漸近安定化問題として定式化できる. ただし, $r_d = r_{obstacle} + r_{robot}$ である.

この時, サンプルング解の意味で, コンパクト集合 M を漸近安定化する状態フィードバック則 $u : X \rightarrow \mathbb{R}^2$ を求めることが問題である.

ただし, コンパクト集合の漸近安定性は次節で定義される.

5.4 集合の漸近安定性

本節では漸近安定性の定義を行う.

定義 47 (大域的アトラクタ [38]). $A(M) = X$ であるとき, M は大域的アトラク

タという。ただし、 $A(M)$ は以下のように定義される集合である。

$$A(M) = \{x | x \in X, \Lambda^+(x) \neq \emptyset, \Lambda^+(x) \subset M\} \quad (81)$$

$$\Lambda^+(x) = \{x_\omega | x_\omega \in X \text{ に対し, } \psi(t_n, x, u) \rightarrow x_\omega \text{ かつ } t_n \rightarrow \infty \\ \text{を満たす } \mathbb{R} \text{ 上の点列 } \{t_n\}_{n \in \mathbb{N}} \text{ が存在する}\} \quad (82)$$

定義 48 (正不変集合 [38]). 任意の初期点 $x \in U \subset X, t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ に対し、 $\psi(t, x, u) \in U$ である時、 U を正不変集合という。

定義 49 (安定 [38]). M の任意の近傍が、 M の近傍である正不変集合 U を含む時、 M は安定であるという。

定義 50 (大域的漸近安定 [38]). M が大域的アトラクタで安定であるとき、 M は大域的漸近安定であるという。

5.5 二輪車両の障害物回避制御

本節では二輪車両の障害物回避制御を提案する。提案法は、以下の3ステップで記述される。

1. コンパクト集合への制御 Lyapunov 関数を最小射影法を使って設計する。
2. 減少勾配を計算する。
3. 減少勾配方向へ移動する制御則を得る。

5.5.1 最小射影法による集合への制御 Lyapunov 関数の設計

まず、最小射影法を用いて、多様体 X に対する制御 Lyapunov 関数 V を設計する。制御 Lyapunov 関数は前章で述べたように (70) で得られる。

5.5.2 制御 Lyapunov 関数の減少勾配の定義・計算

(70) で得られた制御 Lyapunov 関数 V は, (74) で定義された集合 Ω 上で微分不可能である. そのため, 減少勾配の概念を拡張した概念を取り扱う必要がある. 以下で定義される制御 Lyapunov 関数 V の減少劣勾配 $[V_{x_1}(x), V_{x_2}(x), V_{x_3}(x)]$ を考える.

$$[V_{x_1}(x), V_{x_2}(x), V_{x_3}(x)] = - \left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{x}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \tilde{x}} \right)^{-1} \right) (s(x)) \quad (83)$$

ただし, 写像 $s : X \rightarrow \tilde{X}$ は以下を満たす任意の写像である.

$$\phi(s(x)) = x \quad (84)$$

$$V(x) = \tilde{V}(s(x)) \quad (85)$$

注意 10. V の微分可能領域においては, V の減少勾配と劣勾配は一致する. そのため, ここで定義した V の減少勾配は, 減少勾配の拡張といえる.

注意 11. ϕ に単射が仮定されていないため, ある $x \in X$ に対し, $\phi(\tilde{x}) = x$ を満たす $\tilde{x} \in \tilde{X}$ が複数存在する可能性がある. \tilde{V} の勾配を V の勾配として利用するためには, どの点 \tilde{x} における勾配 $\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{x}}$ を V の勾配として採用するか決定しなければならない. $s(x)$ は集合 $\phi^{-1}(x)$ の中から \tilde{V} が最小となる要素を一つ定める写像である.

5.5.3 減少勾配方向へ移動する制御則

本論文では、減少劣勾配方向へ姿勢角を合わせるように移動する以下の制御則を提案する。

$$u_1(x) = k_1 (V_{x_1}(x) \cos x_3 + V_{x_2}(x) \sin x_3) \quad (86)$$

$$u_2(x) = \begin{cases} k_2 \arg((V_{x_1}(x) + V_{x_2}(x)i) \exp(-x_3 i)) \\ \quad (-\pi/2 \leq e(x) \leq \pi/2) \\ k_2 \arg((V_{x_1}(x) + V_{x_2}(x)i) \exp(-x_3 i) \exp(\pi i)) \\ \quad (-\pi < e(x) < -\pi/2, \pi/2 < e(x) \leq \pi) \end{cases} \quad (87)$$

$$e(x) = \arg((V_{x_1}(x) + V_{x_2}(x)i) \exp(-x_3 i)) \quad (88)$$

$$s(x) = [s_1(x), x_2(x), s_3(x)]^T \quad (89)$$

$$s_1(x) = r_m(x) \quad (90)$$

$$s_2(x) = \varphi_m(x) \quad (91)$$

$$s_3(x) = x_3 \quad (92)$$

ただし、 k_1, k_2 は任意の正の定数である。

注意 12. (86) の不連続性⁶は $\mathbb{R}^2 \setminus D$ の非可縮性から、(87) は S^1 の非可縮性から誘導される不連続性である。

この制御則は制御目標集合 M を大域的漸近安定化するためのものであり、以下に示す本論文の主定理が成立する。

定理 11. $X = (\mathbb{R}^2 \setminus D) \times S^1$ 上で定義される非ホロノミックシステム (23) および制御則 (86), (87) を考える。このとき、サンプリング解の意味で、制御目標集合 M は大域的に漸近安定である。

⁶ V_{x_1}, V_{x_2} を導出する際に使った $s(x)$ が不連続関数である。もう少し詳しくいえば、 $\varphi_m(x)$ にある \arg 関数が不連続関数となっている。

5.6 定理 11 の証明

本節では、本論文の主定理である定理 11 の証明を行う。そのために、サンプリング解の意味で成立している 12 の補題を用意する。分割 $\pi = \{t_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ の直径 $\text{diam}(\pi)$ は十分小さいものとする。

サンプリング解を記号 $\psi(t_i, x, u)$ であらわし、 $\psi = (\psi_x, \psi_y, \psi_\theta)$ と書く。

5.6.1 制御 Lyapunov 関数に関する性質

制御 Lyapunov 関数 V について、2 つの補題が成立する。

補題 13. $(V_{x_1}(x), V_{x_2}(x)) = (0, 0)$ であることの必要十分条件は $(s_1(x), s_2(x)) = (0, 0)$ である。

証明. $(V_{x_1}(x), V_{x_2}(x))$ の定義より、

$$\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{x}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \tilde{x}} \right)^{-1} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, 0] \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \tilde{x}_1} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \tilde{x}_1} & 0 \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial \tilde{x}_2} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \tilde{x}_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (93)$$

である。 $|\partial \phi / \partial \tilde{x}| \neq 0$ であるから、 $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$ に $(s_1(x), s_2(x))$ を代入して、題意が成立する。 \square

補題 14. $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = (0, 0)$ を満たす任意の点 \tilde{x} に対し、 $(\phi_1(\tilde{x}), \phi_2(\tilde{x})) = (0, 0)$ である。

証明. ϕ に $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = (0, 0)$ を代入することで確認できる。 \square

補題 15. $(V_{x_1}(x), V_{x_2}(x)) = (0, 0)$ であることの必要十分条件は、 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ である。

証明. (十分条件) 補題 13, 補題 14 より、仮定のもとで $(\phi_1(s_1(x)), \phi_2(s_2(x))) = (0, 0)$ 。 s の定義より、任意の x に対して $s(x) \in \phi^{-1}(x)$ が成立しているから、 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ が成立する。

(必要条件) V の定義 (70) より, $(x_1, x_2) = (0, 0)$ であれば $V(x) = 0$ である. \tilde{V} の定義 (69) より $\tilde{V}(\tilde{x}) = 0$ の十分必要条件は, $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = (0, 0)$ であることに注意する. すると, $(x_1, x_2) = (0, 0)$ であれば $(s_1(x), s_2(x)) = 0$ である必要がある. 補題 13 によって題意が成立する. \square

補題 16. $V_{x_1}(x) \cos x_3 + V_{x_2}(x) \sin x_3 = 0$ かつ $(x_1, x_2) \neq (0, 0)$ であれば, 以下が成立する.

$$-V_{x_1}(x) \sin x_3 + V_{x_2}(x) \cos x_3 \neq 0 \quad (94)$$

証明. (1) $\cos x_3 = 0$ の場合を考える. 仮定より, $\sin x_3 \neq 0$ かつ $V_{x_2}(x) = 0$ である. 補題 15 より, $(V_{x_1}(x), V_{x_2}(x)) \neq (0, 0)$ である. ゆえに, $V_{x_1}(x) \neq 0$ となり, $-V_{x_1}(x) \sin x_3 + V_{x_2}(x) \cos x_3 \neq 0$.

(2) $\cos x_3 \neq 0$ かつ $V_{x_2}(x) = 0$ の場合を考える. $V_{x_1}(x) = -V_{x_2}(x) \frac{\sin x_3}{\cos x_3}$ より, $-V_{x_1}(x) \sin x_3 + V_{x_2}(x) \cos x_3 = \frac{V_{x_2}(x)}{\cos x_3}$ である. $V_{x_1}(x) \cos x_3 + V_{x_2}(x) \sin x_3 = 0$ に注意すると, $V_{x_1}(x) = 0$ である. これは $(V_{x_1}(x), V_{x_2}(x)) \neq (0, 0)$ に矛盾するため, このような場合は存在しない.

(3) $\cos x_3 \neq 0$ かつ $V_{x_2}(x) \neq 0$ の場合を考える. $-V_{x_1}(x) \sin x_3 + V_{x_2}(x) \cos x_3 = \frac{V_{x_2}(x)}{\cos x_3}$ より, $-V_{x_1}(x) \sin x_3 + V_{x_2}(x) \cos x_3 \neq 0$ である. \square

5.6.2 解軌道の局所的な性質

解軌道の局所的な性質を用いた5つの補題を用意する. これにより, 制御目標が安定であることを示す.

補題 17. 正の時刻方向に対し, サンプルング解が局所的には一意に存在する.

証明. システム (23) に対し, $g(x)$ は連続である. (69) で定義される \tilde{V} , ϕ は C^1 級であるため, V_{x_1}, V_{x_2} を計算すると, これらは局所有界である. ゆえに, 制御則 (86), (87) も局所有界である. X は開集合であることに注意すると, 十分小さな区間 $[t_i, t_{i+1})$ 上で \dot{x} はリーマン積分可能であり, サンプルング解が局所的には一意に定まる. \square

補題 18. $V_{x_1}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i) + V_{x_2}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i) = 0, (\psi_x(t_i), \psi_y(t_i)) \neq (0, 0)$ であるとき, $\psi_\theta(t_{i+1}) - \psi_\theta(t_i) \neq 0$ が成立する.

証明. 仮定 $V_{x_1}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i) + V_{x_2}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i) = 0$ を制御則 (86) に代入して $u_1(t_i) = 0$ である. システムの定義 (23)(24) より, $\dot{x}_1 = u_1 \cos x_3, \dot{x}_2 = u_1 \sin x_3$ であるので $\dot{x}_1(t_i) = 0, \dot{x}_2(t_i) = 0$. また, 補題 15 より $(V_{x_1}(\psi(t_i)), V_{x_2}(\psi(t_i))) \neq (0, 0)$ に注意すると,

$$\begin{aligned} \cos(e(\psi(t_i))) &= \cos(\psi_\theta(t_i) - \arg(V_{x_1}(\psi(t_i)) + V_{x_2}(\psi(t_i))i)) \\ &= \frac{V_{x_1}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i) + V_{x_2}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i)}{\sqrt{V_{x_1}^2(\psi(t_i)) + V_{x_2}^2(\psi(t_i))}} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{95}$$

が成立する. ゆえに $e(\psi(t_i)) \neq 0$ となり, $u_2(t_i) \neq 0$. $\dot{x}_3(t_i) = u_2(t_i)$ であるため, $\psi_\theta(t_{i+1}) - \psi_\theta(t_i) = (t_{i+1} - t_i)\dot{x}_3(t_i) \neq 0$ が成立する. \square

補題 19. $V_{x_1}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i) + V_{x_2}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i) = 0, (\psi_x(t_i), \psi_y(t_i)) \neq (0, 0)$ であるなら $V_{x_1}(\psi(t_{i+1})) \cos \psi_\theta(t_{i+1}) + V_{x_2}(\psi(t_{i+1})) \sin \psi_\theta(t_{i+1}) \neq 0$ が成立する.

証明. 補題 18 より $\Delta\theta = \psi_\theta(t_{i+1}) - \psi_\theta(t_i) \neq 0$ であるため, $\sin \Delta\theta \neq 0, \cos \Delta\theta \neq 0$ である. また,

$$\begin{aligned} &V_{x_1}(\psi(t_{i+1})) \cos \psi_\theta(t_{i+1}) + V_{x_2}(\psi(t_{i+1})) \sin \psi_\theta(t_{i+1}) \\ &= \cos \Delta\theta (\Delta V_{x_1}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i) + \Delta V_{x_2}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i)) \\ &+ \sin \Delta\theta (-\Delta V_{x_1}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i) + \Delta V_{x_2}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i)) \\ &- \sin \Delta\theta (-V_{x_1}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i) + V_{x_2}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i)) \end{aligned} \tag{96}$$

$$\Delta V_{x_1} = V_{x_1}(t_{i+1}) - V_{x_1}(t_i) \tag{97}$$

$$\Delta V_{x_2} = V_{x_2}(t_{i+1}) - V_{x_2}(t_i) \tag{98}$$

である.

$|\sin \Delta\theta| \neq 0$ であるから, (96) 右辺第 1 項, 第 2 項が (96) 右辺第 3 項より十分小さくなる t_{i+1} の存在は, (96) 左辺が 0 でないことを意味する.

$\psi(t_i) \in \Omega$ である場合、微小時間で $\psi(t_{i+1}) \in X \setminus \Omega$ となる。 $\psi(t_i) \in X \setminus \Omega$ である場合、 V は局所的に C^1 級であるため、 V_{x_1}, V_{x_2} は局所的に連続的である。 ゆえに、 $t_{i+1} - t_i$ を十分小さくとると、 $|\Delta V_{x_1}|, |\Delta V_{x_2}|$ はそれぞれ $|V_{x_1}(\psi(t_i))|, |V_{x_2}(\psi(t_i))|$ より十分小さい。

以上より、 (96) 左辺が 0 でないことがわかり、 題意は成立する。 \square

補題 20. $V_{x_1}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i) + V_{x_2}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i) \neq 0$ であるとき、 $V(\psi(t_{i+1})) - V(\psi(t_i)) < 0$ が成立する。

証明. \tilde{V} は C^1 級なので、 以下の $\tilde{H} : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ が定義できる。

$$\tilde{H}(t_{i+1}, t_i) = \tilde{V}(s(\psi(t_{i+1}))) - \tilde{V}(s(\psi(t_i))) - (t_{i+1} - t_i) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t}(s(\psi(t_i))) \quad (99)$$

$t_{i+1} - t_i \neq 0$ より、 \tilde{H} の定義式 (99) を適宜移項し、 両辺を $t_{i+1} - t_i$ で割ると、

$$\begin{aligned} & \lim_{t_{i+1} \rightarrow t_i} \frac{\tilde{H}(t_{i+1}, t_i)}{t_{i+1} - t_i} \\ &= \frac{\tilde{V}(t_{i+1}) - \tilde{V}(t_i)}{t_{i+1} - t_i} - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t}(t_i) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (100)$$

である。 $V(x) = \tilde{V}(s(x))$, $V(x) = \min_{\tilde{x} \in \phi^{-1}(x)} \tilde{V}(\tilde{x})$ に注意すると、 以下が成立する。

$$\begin{aligned} & V(\psi(t_{i+1})) - V(\psi(t_i)) \\ & \leq \tilde{V}(\psi(t_{i+1})) - \tilde{V}(\psi(t_i)) \\ &= (t_{i+1} - t_i) \left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial t}(s(\psi(t_i))) + \frac{\tilde{H}(t_{i+1}, t_i)}{t_{i+1} - t_i} \right) \\ &= (t_{i+1} - t_i) \left(\left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{x}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \tilde{x}} \right)^{-1} \right) (s(\psi(t_i))) g(\psi(t_i)) u(\psi(t_i)) + \frac{\tilde{H}(t_{i+1}, t_i)}{t_{i+1} - t_i} \right) \\ &= -(t_{i+1} - t_i) \left(\left[V_{x_1}(\psi(t_i)) \quad V_{x_2}(\psi(t_i)) \quad 0 \right] g(\psi(t_i)) u(\psi(t_i)) + \frac{\tilde{H}(t_{i+1}, t_i)}{t_{i+1} - t_i} \right) \\ &= -(t_{i+1} - t_i) \left(k_1 (V_{x_1}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i) + V_{x_2}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i))^2 + \frac{\tilde{H}(t_{i+1}, t_i)}{t_{i+1} - t_i} \right) \\ & < 0 \end{aligned} \quad (101)$$

□

補題 21. 制御目標集合 M は安定.

証明. 制御目標集合 M の任意の近傍が正不変集合を部分集合として持つことを示すために, 任意の t_i に対し, $V(\psi(t_{i+\rho})) - V(\psi(t_i)) < 0$ を満たす $\rho > 0$ の存在を示す.

$(\psi_x(t_i), \psi_y(t_i)) = (0, 0)$, すなわち, $\psi(t_i) \in M$ であれば, システムはその場で停止する. ゆえに, $(\psi_x(t_i), \psi_y(t_i)) \neq (0, 0)$ である場合を考える.

補題 20 より, $V_{x_1}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i) + V_{x_2}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i) \neq 0$ なら $V(\psi(t_{i+1})) - V(\psi(t_i)) < 0$.

補題 19 より, $V_{x_1}(\psi(t_i)) \cos \psi_\theta(t_i) + V_{x_2}(\psi(t_i)) \sin \psi_\theta(t_i) = 0$ であっても, 次のステップ t_{i+1} で, $V_{x_1}(\psi(t_{i+1})) \cos \psi_\theta(t_{i+1}) + V_{x_2}(\psi(t_{i+1})) \sin \psi_\theta(t_{i+1}) \neq 0$ となる. そのため, $V(\psi(t_{i+2})) - V(\psi(t_i)) < 0$ が成立する.

次に, 具体的に, M に含まれている正不変集合の存在性を示そう. M の任意の近傍 U を考える. 近傍の定義より, U は M を含む開集合を部分集合に持っている. V の連続性より, 任意の $V(x) = V_{min}$ を満たす $x \in X$ に対し $x \in U$ が成立する $V_{min} > 0$ が存在する.

$V(\psi(t_{i+2})) - V(\psi(t_i)) < 0$ だから, $\{x_l \in X | V(x_l) \leq V_{min}\} \subset U$ は明らかに M に含まれる正不変集合となる. □

5.6.3 解軌道の大域的な性質

解軌道の大域的な性質を用いた3つの補題を用意する. これによって, 制御目標集合が大域的アトラクタであることを示す.

補題 22. 正の時刻方向に対し, サンプルング解が大域的に一意に存在する.

証明. 補題 17, 補題 21 より, M は安定で局所的に解軌道が一意に定まるため, 解軌道が大域的に一意に定まる. □

補題 23. 任意の初期点 $x \in X$ に対し, $\Lambda^+(x) \neq \emptyset$ が成立する.

証明. コンパクトな制御目標集合 M は安定であるため, 点 x_0 を初期点とする解軌道はコンパクト集合 $\{x_l | x_l \in X, V(x_l) \leq V(x_0)\} \subset U$ 内に属し, $\{\psi(t_i)\}_{i \in \mathbb{N}}$ はこのコンパクト集合内の点列になっている.

コンパクト集合内の点列は, 収束点列を部分点列としてもつことが知られている.

$$\{\psi(t_{a(i)})\}_{i \in \mathbb{N}} \quad (102)$$

ただし, $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ は部分列を決定づける単調増加写像である.

そこで, 以下のような点列を考えると, 題意の成立が確認できる.

$$\{t_{a(i)}\}_{i \in \mathbb{N}} \quad (103)$$

□

補題 24. 制御目標集合 M は大域的アトラクタ

証明. M が大域的アトラクタでないと仮定する. すると, 補題 23, アトラクタの定義より $\Lambda^+(x) \not\subset M$ を満たす初期点 $x \in X$ が存在する. すなわち, $x_\omega \in \Lambda^+(x), x_\omega \notin M$ を満たす点 $x_\omega \in X$ と, $a_i \rightarrow \infty$ で $\psi(a_i, x) \rightarrow x_\omega$ となる \mathbb{R} 上の収束点列 $\{a_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ が存在する.

V は連続だから, $a_i \rightarrow \infty$ で $V(\psi(a_i)) \rightarrow V(x_\omega(a_i))$ である. 補題 20 の証明より, V の減少量は $(V_{x_1}(\psi(a_i)) \cos \psi_\theta(a_i) + V_{x_2}(\psi(a_i)) \sin \psi_\theta(a_i))^2$ であるから,

$$\lim_{a_i \rightarrow \infty} V_{x_1}(\psi(a_i)) \cos \psi_\theta(a_i) + V_{x_2}(\psi(a_i)) \sin \psi_\theta(a_i) = 0 \quad (104)$$

である. $x_\omega \notin M$ より $(\lim_{a_i \rightarrow \infty} V_{x_1}(\psi(a_i)), \lim_{a_i \rightarrow \infty} V_{x_2}(\psi(a_i))) \neq (0, 0)$. ゆえに,

$$\begin{aligned} 0 &= \lim_{a_i \rightarrow \infty} V_{x_1}(\psi(a_i)) \cos \psi_\theta(a_i) + V_{x_2}(\psi(a_i)) \sin \psi_\theta(a_i) \\ &= \lim_{a_i \rightarrow \infty} \sqrt{V_{x_1}^2(\psi(a_i)) + V_{x_2}^2(\psi(a_i)) \cos(\psi_\theta(a_i) - \arg(V_{x_1}(\psi(a_i)) + V_{x_2}(\psi(a_i))i))} \\ &= \lim_{a_i \rightarrow \infty} \cos(\psi_\theta(a_i) - \arg(V_{x_1}(\psi(a_i)) + V_{x_2}(\psi(a_i))i)) \\ &= \lim_{a_i \rightarrow \infty} \cos(e(\psi(a_i))) \end{aligned} \quad (105)$$

よって, $a_i \rightarrow \infty$ で $e(\psi(a_i)) \neq 0, \omega(\psi(a_i)) \neq 0$. これは $a_i \rightarrow \infty$ で $\psi(a_i, x) \rightarrow x_\omega$ となることに矛盾する. ゆえに題意は成立. □

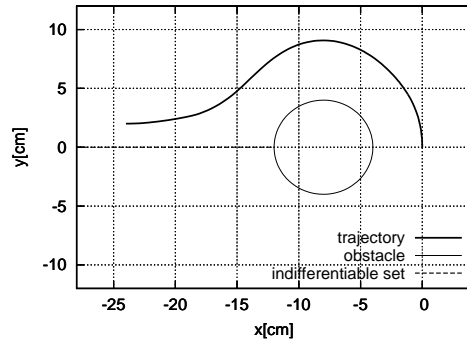


図 5 Experiment result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane from $(-24, 2, 0)$

5.6.4 主定理の証明

ここまでに挙げた 12 の補題によって、本論文の主定理である定理 11 を証明する準備が整った。

定理 11 の証明. 補題 22 より任意の初期点に対して解軌道が存在し、システムは X の内部を移動する. また、補題 21, 補題 24 より M は安定で大域的アトラクタであるため、題意は成立する. \square

5.7 Khepera2 を使った実機実験

本節では、非ホロノミック移動ロボットに対する障害物回避制御法として提案した制御則を Khepera2 移動ロボットに実装し、有効性を検証する。

Khepera2 は、(23) としてモデル化できる独立二輪車両型移動ロボットであり、制御則 (86), (87) がそのまま適用できる。

$p_d = 8[\text{cm}]$, $r_d = 4[\text{cm}]$ の時、Fig.5, Fig.6 に初期値 $(-24, 3, 0)[\text{cm}, \text{cm}, \text{rad}]$ の結果を、Fig.7, Fig.8 に初期値 $(-24, 2, -\pi/4)[\text{cm}, \text{cm}, \text{rad}]$ の結果を示す。パラメータ k_1, k_2 は $k_1 = 10, k_2 = 10$ を選んだ。Khepera2 は障害物を回避し、原点への収束が確認できる。

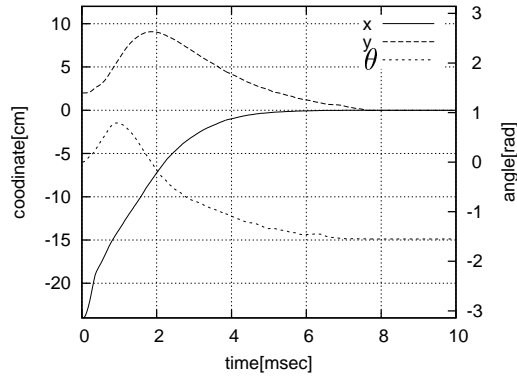


Figure 6 Experiment result: Time variation of the state from $(-24, 2, 0)$

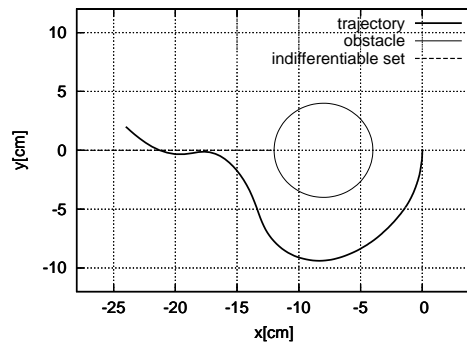


Figure 7 Experiment result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane from $(-24, 2, -\pi/4)$

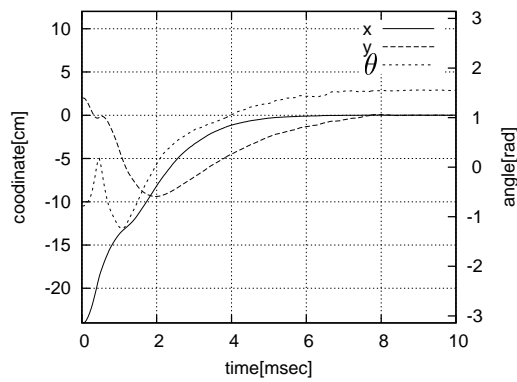


Figure 8 Experiment result: Time variation of the state from $(-24, 2, -\pi/4)$

5.8 人工ポテンシャル法との比較実験

リアルタイム性に優れたポテンシャル場の作成法として、人工ポテンシャル法 [35][36] が知られている。本節では、二輪車両の単一障害物回避問題に対する人工ポテンシャル法の適用可能性を検討する。

5.8.1 人工ポテンシャル法とは

人工ポテンシャル法は、以下のようにポテンシャル場 $V : X \rightarrow \mathbb{R}$ を作成する手法である。

$$V_a(x) = V_{xd}(x) + V_o(x) \quad (106)$$

$$V_{xd}(x) = \frac{1}{2}k_p(x_1^2 + x_2^2) \quad (107)$$

$$V_o(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\eta\left(\frac{1}{\rho(x)} - \frac{1}{\rho_0}\right)^2 & (\rho(x) \leq \rho_0) \\ 0 & (\rho(x) > \rho_0) \end{cases} \quad (108)$$

$$\rho(x) = \sqrt{(x_1 + p_d)^2 + x_2^2} - r_d \quad (109)$$

ただし、 $V_{xd} : X \rightarrow \mathbb{R}$ は目標状態からの引力ポテンシャル、 $V_o : X \rightarrow \mathbb{R}$ は障害物からの斥力ポテンシャル、 $\rho(x)$ はロボットから障害物までの距離、 k_p, ρ_0, η は正の重み定数である。

$k_p = 10, \rho_0 = 1, \eta = 200, p_d = 2$ の時のポテンシャル場を Fig.9 に示す。Fig.2 と比べると、障害物を中心とした目標地点の正反対地点に、微分不可能領域が作られるか、鞍点が作られるかの違いがあることがわかる。

5.8.2 実機実験

制御 Lyapunov 関数を人工ポテンシャル法で得られた関数 V_a で置き換えた制御則の有効性を検証する。

以下のように、制御 Lyapunov 関数の減少劣勾配 V_{x_1}, V_{x_2} を V_a の減少勾配 $\frac{\partial V_a}{\partial x_1}, \frac{\partial V_a}{\partial x_2}$ で置き換えた制御則を考える。

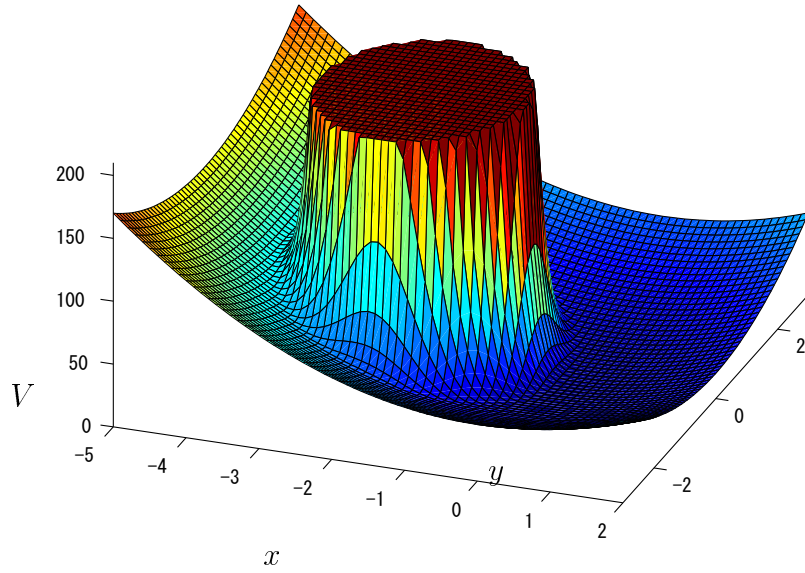


图 9 Potential function: The artificial potential method

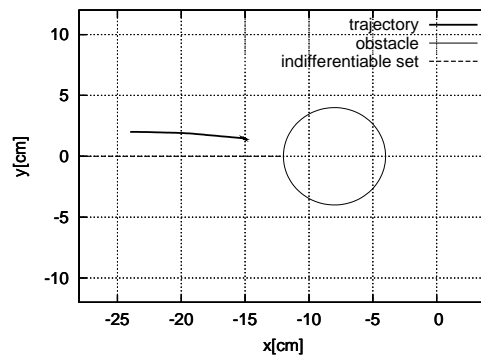


图 10 Experiment result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane by the artificial potential method from $(-24, 2, 0)$

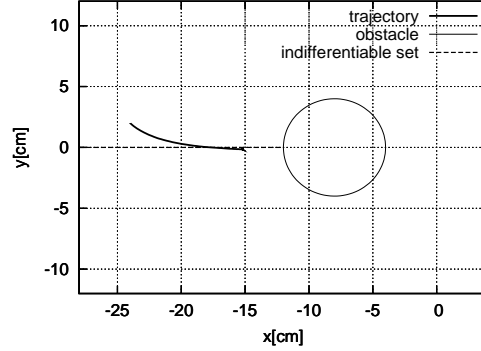


図 11 Experiment result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane by the artificial potential method from $(-24, 2, -\pi/4)$

$$u_1(x) = k_1 \left(\frac{\partial V_a}{\partial x_1}(x) \cos x_3 + \frac{\partial V_a}{\partial x_2}(x) \sin x_3 \right) \quad (110)$$

$$u_2(x) = \begin{cases} k_2 \arg \left(\left(\frac{\partial V_a}{\partial x_1}(x) + \frac{\partial V_a}{\partial x_2}(x)i \right) \exp(-x_3 i) \right) & (-\pi/2 \leq e_a(x) \leq \pi/2) \\ k_2 \arg \left(\left(\frac{\partial V_a}{\partial x_1}(x) + \frac{\partial V_a}{\partial x_2}(x)i \right) \exp(-x_3 i) \exp(\pi i) \right) & (-\pi < e_a(x) < -\pi/2, \pi/2 < e_a(x) \leq \pi), \end{cases} \quad (111)$$

$$e_a(x) = \arg \left(\left(\frac{\partial V_a}{\partial x_1}(x) + \frac{\partial V_a}{\partial x_2}(x)i \right) \exp(-x_3 i) \right) \quad (112)$$

$p_d = 8[\text{cm}]$, $r_d = 4[\text{cm}]$ の時, Fig.10 に初期値 $(-24, 2, 0)[\text{cm}, \text{cm}, \text{rad}]$ の実験結果を, Fig.11 に初期値 $(-24, 2, -\pi/4)[\text{cm}, \text{cm}, \text{rad}]$ の実験結果を示す. パラメータ k_1, k_2 は $k_1 = 10, k_2 = 5$ を選んだ. 実験結果から, かなり遠くであっても, $(x_1, x_2) = (-15, 0)$ にある鞍点に向かって引き込まれる現象が確認できる.

5.9 予期せぬ障害物への適用可能性

車両が初期に計測した障害物の位置と, 実際に行動してから判明した障害物の正しい位置が異なる場合がよくある. 本節では, このような予期せぬ障害物に対する提案手法の適用可能であることをシミュレーション実験により確認する.

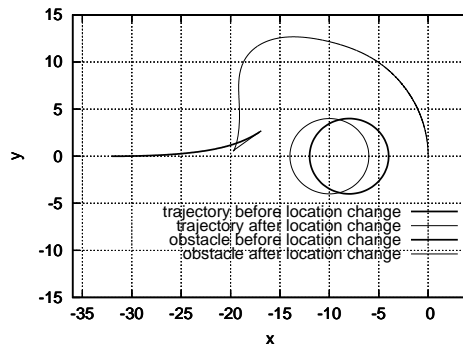


図 12 Simulation result: Trajectory in the $\mathbb{R}^2 \setminus D$ plane from $(-24, 0, 0)$

初期時刻では $p_d = 8[\text{cm}]$, $r_d = 4[\text{cm}]$ だったが, $t = 2[\text{sec}]$ になった瞬間, 障害物が $p_d = 12[\text{cm}]$, $r_d = 4[\text{cm}]$ に移動した状況を考える. このような場合にも障害物が切り替わった瞬間に制御則を作り直すことで対応が可能である. すなわち, 障害物の位置が変更された場合は, (72) の p_d を変更するだけで簡単に対応することができる.

Fig. 12, Fig. 13 に初期値 $(-24, 0, 0)[\text{cm}, \text{cm}, \text{rad}]$ のシミュレーション結果を示す. パラメータ k_1, k_2 は $k_1 = 1, k_2 = 1$ を選んだ. 太いラインが障害物の移動前, 細いラインが移動後であることを意味している. 時刻 $t = 2[\text{sec}]$ となった時に制御則が切り替わっていることがわかる. また, 制御則が切り替わった瞬間, 車両は衝突の危険があると自律的に判断して後退し, 障害物から離れていることがわかる. そして, 障害物を回避し, 目的地へ到達したことが確認できる.

このように, 提案手法は予期せぬ障害物への対応にも有効である. さらに, これを応用することで, 提案手法は動的な障害物回避問題へ適応できる可能性があることがわかる.

5.10 考察

定理 11 より, 厳密でない制御 Lyapunov 関数を使い, 非ホロノミック移動車両の障害物回避制御則を設計できる.

提案法は大域的な状態フィードバック制御であり, 応用面でも従来法と比べて

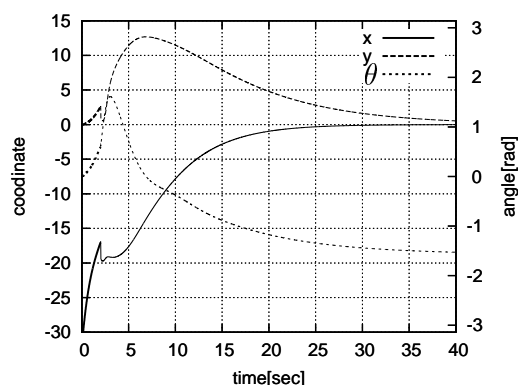


図 13 Simulation result: Time variation of the state from $(-24, 0, 0)$

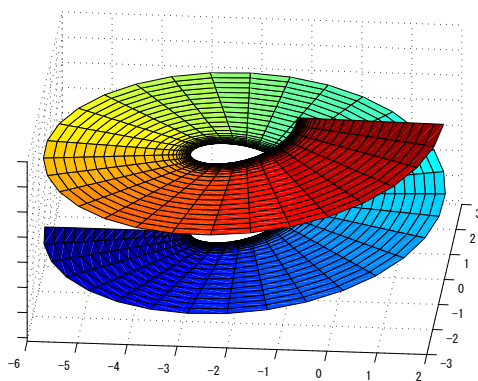


図 14 Image of $\phi(p_d = 2, r_d = 1)$

メリットがある。

5.10.1 意思決定と制御 Lyapunov 関数の微分不可能領域の関係

制御則の意味と制御 Lyapunov 関数の微分不可能領域の関係を考察してみよう。

C^1 級写像 ϕ は、もとの空間を障害物まわりに、半径 \tilde{x}_1 、偏角 \tilde{x}_2 として極座標表示したものとイメージすることができる。Fig. 14 は \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 平面における格子の像を $\mathbb{R}^2 \setminus D$ 上で表示したイメージである。また、(69) より、ポテンシャル場はもとの xy 平面を障害物まわりに極座標表示した時の二次形式である。

提案する制御則は、半径 \tilde{x}_1 、偏角 \tilde{x}_2 の重みづけ和を常に減少させる。半径 \tilde{x}_1 ,

偏角 \tilde{x}_2 それぞれが減少するのではなく、重みづけ和が減少することに注意すると、半径 \tilde{x}_1 が十分大きな減少量を持つなら、偏角 \tilde{x}_2 が増加量を持つことがある。初期値によっては制御 Lyapunov 関数の微分不可能領域 Ω を横断することも考えられる。

実際、実験結果の Fig.7 から障害物まわりの半径 \tilde{x}_1 の減少量が十分大きいと、偏角 \tilde{x}_2 は増加したとしても、ポテンシャル場 V の値は減少することがあり、微分不可能領域を横断していることが確認できる。

この結果より、制御 Lyapunov 関数の微分不可能集合が、上まわりか下まわりのもどちらかで回避するかを決定している訳ではないことがわかった。

5.10.2 停留点問題の解決

提案法は解析的に大域的制御を実現している。解析的に制御を導出する従来法としては、人工ポテンシャル法が知られている [35][36]。人工ポテンシャル法を使ってポテンシャル場を設計すると、目標点以外の停留点が必ず存在することが知られている。望まれない停留点は測度を持つとは限らないことから、一見、人工ポテンシャル法を使っても問題ないように思える。

ところが、5.8 節の比較実験により、ポテンシャル場の鞍点と車両の非ホロノミック拘束は、かなり広い安定領域を作成することがわかる。人工ポテンシャル法は軌道計画法としては有用ではあるが、制御に直接組み入れることは難しいことがわかる。これに対して提案法は大域的制御を実現しており、停留点問題を解決していることがわかる。

5.10.3 計算量の低減による予期せぬ障害物への適用可能性

ロードマップ法 [45][46]・セル分割法 [47]・Path-following 制御 [36] などは、連続な制御空間をいったん離散空間に変換し、離散空間上で経路を計算することで大域的な制御を実現している。ところが、離散化には刻み幅を細かく取り過ぎると計算量が爆発するトレードオフの問題点がある。

これに対し，提案法は解析的に導出できるため，このような繰り返し計算を不要としない点で優れていることがわかる．この利点から，5.9節で述べたように，予期せぬ障害物に対して，複雑な経路計算による遅延なしに，直ちに対応できるメリットがある．

5.11 まとめ

本章では，最小射影法を使って得られた厳密でない制御 Lyapunov 関数を使い，非ホロミック移動車両の障害物回避制御則を設計できるかどうか検証した．定理 11 より，大域的な状態フィードバック制御を設計できることを確認した．

まず，実機実験により，実機実験により，制御 Lyapunov 関数の微分不可能領域が障害物の避け方について意思決定しているわけではないことを予期せぬ知見として得ることができた．

従来法との比較実験では，ポテンシャル場の作成法として最小射影法を採用しなければ，大域的制御が実現できないことを明らかにした．

さらに，シミュレーション実験により，提案手法は予期せぬ障害物に対して即座に対応可能であることを示した．

6. おわりに

本論文では、非可縮多様体上で定義されたシステムに対するコンパクト集合への制御 Lyapunov 関数設計法ならびにコンパクト集合の漸近安定化制御則設計問題について考えた。

3章では、従来の微分不可能な制御 Lyapunov 関数の設計法である最小射影法 [3] を紹介し、コンパクト集合の漸近安定化問題への適用可能性が未検証であることを述べた。

4章では、最小射影法を集合への大域的漸近安定化問題に適用できるよう、拡張を行い、二輪車両の障害物回避制御問題に対して微分不可能な制御 Lyapunov 関数が設計できる利点を示した。

5章では、4章の応用例として車両の障害物回避制御を提案した。まず、実機実験により、実機実験により、制御 Lyapunov 関数の微分不可能領域が障害物の避け方について意思決定しているわけではないことを予期せぬ知見として得ることができた。従来法である人工ポテンシャル法との比較実験では、ポテンシャル場に微分不可能領域がなければ大域的制御が実現できないことを明らかにした。さらに、シミュレーション実験により、提案手法は予期せぬ障害物に対して即座に対応可能であることを示した。

謝辞

本研究を進めるにあたり、私にこのような研究の場を提供していただき、主指導教員として終始暖かくご指導ご鞭撻して下さった池田和司教授に心より御礼申し上げます。D3の冬に教えていただいた Scientific-Writing-and-Communication という本に大変助けられました。

東京理科大学電気電子情報工学科講師中村文一先生には、博士前期課程1年から博士後期課程3年まで、実に5年間もの間お世話をいただきました。一流の研究についてだけでなく、マイクロマウス合宿の立ち上げに関する考え方、一般的な物事の考え方など、ありとあらゆることを教えていただきました。第2の父と言えるかもしれません。感謝いたします。心苦しい・申し訳ないこととして、先生にご指導を受けるにあたり、博士過程に入ってからアドバイスを自分に生かす、あるいは行動につなげられなくなったことがあります。思えば、ハンガリーで行われた国際会議のランチにて、「福井君はいったんうちの研究室出て行かないと苦しいよ」みたいなことを仰っていましたが、その予言が的中したのだと思います。先生はしばしば「福井君は~ したほうがいいよー」と何気なくおっしゃられますが、何気なくおっしゃられることほど、私の問題点を鋭くえぐる指摘になっていました。特に、「善意で行動しよう」という先生のアドバイスは私の心の在り方を大きく、大きく変えました。いただいたアドバイスはまだまだたくさんあり、未消化分を相当に残してしまいましたが、何とか解決したいと思います。

中村研究室後輩の藤井君とは、地味に長い付き合いでした。先生の言葉を生かせない仲間で、卒業までお互いグダグダしていたような気がします。藤井君の卒業時に挨拶をできなくてすみません。2012年の全日本マイクロマウス大会では、非常に晴れやかな表情をしていました。就職先でうまくいっていることがうかがえ、なによりです。

東京理科大学中村研究室の皆さんには、研究室でのイベント・ゼミ・勉強会などでお世話になりました。彼らとの付き合いや勉強会で後輩・先輩との触れあい方を教えていただきました。研究室旅行では誕生日を祝ってくれてありがとう！初めての経験で感動しました。感謝いたします。

奈良先端科学技術大学院大学数理情報学講座の皆様には情報科学研究科での生

活全般についてお世話になりました。特に、大林千尋君や小沢哲君には博士論文のチェックもしていただきました。数理情報学講座足立敏美女史、谷本史女史ならびにシステム制御・管理講座入江由美女史には、RAの事務手続きなどでお世話になりました。感謝いたします。

代表取締役中川友紀子様をはじめとする株式会社アールティの皆様には、マウス合宿第一回の企画開始時からご指導・ご鞭撻を賜りました。それにとどまらず、合宿の宣伝・プロジェクトの貸し出し・当日の会計管理・受付・景品の提供など、現場で汗を流してのお手伝いもいただきました。マイクロマウス地区大会では、現地までの移動車に同乗させていただいたり、飲み会のマナーも教えていただいたり、さらには、手作り餃子をごちそうしていただくなど、家族ぐるみでのお世話をいただきました。感謝いたします。

公益財団法人ニューテクノロジー振興財団事務局長田代泰典様にはマイクロマウス競技に関すること全般でお世話になりました。マイクロマウス合宿では裏側よりサポートをいただきました。マイクロマウス2012の運営では、WEB担当の私に対し、終始暖かいご指導をいただきました。感謝いたします。

福井大学笹谷禎伸さんとは、マイクロマウス北信越地区大会で、中川さんのご紹介で仲良くなりました。何となしに言った「金沢勢と関西勢で合宿やろう」の一言でマイクロマウス合宿は生まれました。特に、第2回マイクロマウス合宿は、「順風満帆に成功」ということになっていますが、開催にこぎつけるまでは大変で、笹谷さんには大変なご負担をおかけしました。感謝いたします。

東京工芸大学鈴木秀和先生、渡邊香さんをはじめとする東京工芸大からくり工房の皆様にはマイクロマウス合宿の引き継ぎを行っていただきました。マイクロマウス合宿の3回幹事を行い、4回目以降も幹事を続けることになるのかなあ？と思っていた所に、引き継ぎを行っていただき、大変助かりました。彼らは全日本大会や学生大会でも、裏方として大きく貢献されており、彼らのおかげもあって、快適に全日本大会を楽しむこともできました。感謝いたします。

京都大学小島宏一さんにはマイクロマウス委員会関西支部復活・マイクロマウス合宿の立ち上げで大変お世話になりました。マイクロマウス合宿の準備の時は、ここぞという時にメールでの意見発信のフォローをしていただきました。また、

合宿当日も、模範的なロボットの調整風景を参加者に示していただいたり、講演会の発表を行っていただきました。イベントというのは色々な種類の人がいて初めて面白くなるもので、幹事タイプのみでも、初心者だけでも、中級者だけでも、飲み会の盛り上げ役だけでも成功しません。彼のように献身的にイベントに協力してくれる玄人タイプは貴重で、彼がいなかったらマイクロマウス合宿は成功していなかったと思います。また、彼の技術公開によって、ものつくりの発想を大いに学ぶことが出来ました。私のロボット作りにおける設計思想には、小島さんの考え方が多く反映されています。感謝いたします。

京都大学機械研究会の安齋秀香さんには、マイクロマウス委員会関西支部復活の初期メンバーとしてお世話になりました。また、一緒に各地のマイクロマウスの地区大会も転戦し、共にマイクロマウス仲間の輪を広げました。マイクロマウス業界はおとなしい人が多く、他人を巻き込み、イベントを立ち上げる人がほとんどいません。安齋さんはイベント立ち上げができる貴重な人材で、懇親会の開催などをしていただきました。特に、関東に移る私と中村先生の送別会を開いてくれたのは大変にうれしかった。感謝いたします。

マイクロマウス委員会金沢同好会、福井大学からくり工房I'sys、からくり工房A:Mac、京都コンピュータ学院、京都大学機械研究会、東京工芸大からくり工房の皆さんには、マイクロマウス合宿の開催でお世話になりました。私自身は飲み会でコミュニケーションを取るのが下手だったり、幹事業務で疲れ果てて十分な時間、一緒に懇親会を楽しむことはできませんでしたが、皆様と一緒に一晩、マイクロマウスについて語りあうことで大変楽しい時間を共に過ごすことができました。感謝いたします。

京都コンピュータ学院久保田英司先生にはマイクロマウス委員会関西支部復活でお世話になりました。感謝いたします。

早稲田大学杉浦紗也香さんには、D3夏からお世話になりました。杉浦さんの悩みは私の悩みと似たようなところがあって、彼女の相談に乗るうちに、私の悩みも整理されたのではないかと思います。論文書けないなあと悩む私に、「書き始めたら案外すらすら書けたり……することもあるかもしれない」などと声をかけていただきました。彼女の言葉は私にとって大きな勇気になりました。感謝いたし

ます.

私を見守り続けていただいた家族へ感謝いたします.

博士論文の完成にあたり, ご支援くださった皆様に感謝致します.

参考文献

- [1] E. D. Sontag: Mathematical Control Theory, Springer (1991)
- [2] Z. Artstein: Stabilization with relaxed controls, Nonlinear Analysis TMA, 7:1163-1173, 1983
- [3] H. Nakamura, Y. Yamashita and H. Nishitani: Minimum projection method for nonsmooth control Lyapunov function design on general manifolds, Systems & Control Letters, **58**, 716/723 (2009)
- [4] H. Nakamura, Y. Yamashita and H. Nishitani: Asymptotic stabilization of nonlinear systems on general manifolds via minimum projection method, European Control Conference, 2757/2762 (2009)
- [5] Hisakazu Nakamura, Nami Nakamura, Yoshiro Fukui, Hirokazu Nishitani: Desingularization by minimum projection method and its application to rigid body control, Proceedings of the 2010 IEEE Multi-conference on Systems and Control (MSC 2010), Yokohama, 1115-1121 (2010).
- [6] R. W. Brockett: Asymptotic stability and feedback stabilization, Differential Geometric Control Theory, **27**, 181/208 (1983)
- [7] A.-R. Mansouri: Local asymptotic feedback stabilization to submanifold, Topological Conditions, Systems & Control Letters, **56** 525/528 (2007)
- [8] 松坂: 集合・位相入門, 岩波書店(1968)
- [9] John M. Lee: Introduction to Topological Manifolds, Spriger (2000)
- [10] Nicolas Bourbaki: General Topology: Chapters 1-4 (Elements of Mathematics), Springer(1999)
- [11] John M. Lee: Introduction to Smooth Manifolds second edition, Springer (2012)

- [12] Wu, F., Desoer, C. : Global inverse function theorem , Circuit Theory, IEEE Transactions on ,**19**-2, 199/201(1972)
- [13] Global inverse function theorems , Circuits and Systems, IEEE Transactions on ,**27**-11, 998/1004(1980)
- [14] Hassan K.Khalil: Nonlinear Systems third edition,Prentice Hall(2002)
- [15] Searcoid, Micheal O (2006), Metric spaces, Springer undergraduate mathematics series, Berlin, New York: Springer-Verlag, ISBN 978-1-84628-369-7, section 9.4
- [16] P. Cannarsa, C. Sinestrari: Semiconcave Functions, Hamilton-Jacobi Equations, and Optimal Control, Cambridge University Press, 2002.
- [17] L. Rifford : Existence of Lipschitz and semiconcave control-Lyapunov functions, SIAM Journal on control and Optimization, Vol. 39, No. 4,1043/1064, 2000
- [18] Hisakazu Nakamura, Yoshiro Fukui, Nami Nakamura, Hirokazu Nishitani: Multilayer minimum projection method for nonsmooth strict control Lyapunov funciton design, Systems & Control Letters, Vol. 59, No. 9, 563-570 (2010) DOI: 10.1016/j.sysconle.2009.07.002.
- [19] 阿部 考順 : 同変リプシッツ同相群の 1 次元ホモロジー群, 数理解析研究所講究録 1612, 69-75, 2008-09
- [20] 阿部 考順 : 余次元 1 軌道を持つ G-多様体の同変リプシッツ同相群の構造, 数理解析研究所講究録 1569, 132-137, 2007-09
- [21] K. Fukui and H. Imanishi : On commutators of foliation preserving lipschitz homeomorphisms, J. Math. Kyoto Univ. Volume 41, Number 3 , 507-515(2001)

- [22] L. Rifford : Semiconcave control-Lyapunov functions and stabilizing feedbacks, SIAM Journal on control and Optimization, Vol. 41, No. 3, 659/681,2002
- [23] Hisakazu Nakamura, Yoshiro Fukui, Nami Nakamura, Hirokazu Nishitani: Multilayer Minimum Projection Method with Singular Point Assignment for Nonsmooth Control Lyapunov Function Design, 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2010), Atlanta, 5924-5929, 2010/12/15-17.
- [24] Yoshiro Fukui, Hisakazu Nakamura and Hirokazu Nishitani: Minimum Projection Method for Asymptotic Stabilization toward A Set, The SICE Annual Conference 2010 (SICE 2010), 1573/1576, 2010/08/18-21
- [25] Yoshiro Fukui, Hisakazu Nakamura and Hirokazu Nishitani: Real-time Obstacle Avoidance of a Two-wheeled Mobile Robot via the Minimum Projection Method, The 19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2010), 877-881, 2010/07/05-09
- [26] Hisakazu Nakamura, Nami Nakamura, Yoshiro Fukui and Hirokazu Nishitani: Multilayer Minimum Projection Method with Infinity Layers, 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2010), 1104/1109, 2010/09/01-03
- [27] 坪井: 幾何学 I 多様体入門, 東京大学出版 (2005)
- [28] 松本: 多様体の基礎, 東京大学出版 (1988)
- [29] A. Hatcher: Algebraic Topology, Cambridge University Press (2002)
- [30] J. Cortes: Discontinuous dynamical systems, IEEE Control Systems Magazine, **28-3**, 36/73 (2008)
- [31] A. Astolfi: Exponential stabilization of a wheeled mobile robot via discontinuous control, ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, **12-1**, 121/125 (1999)

- [32] F. H. Clarke, Y. S. Ledyaev, E. D. Sontag, and A. I. Subbotin: Asymptotic controllability implies feedback stabilization, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 42, No. 10, 1394-1407(1997)
- [33] E. D. Sontag: A 'universal' construction of artstein's theorem on nonlinear stabilization, Systems & Control Letters, **13**, 117/123 (1989)
- [34] 三宅: 入門線形代数, 培風館 (1991)
- [35] O. Khatib: Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, Int. J. Robot. Res, **5-1**, 90/98 (1986)
- [36] E. Rimon and E. Koditschek: Exact robot navigation using artificial potential functions, IEEE Transactions on Robotics and Automation, **8-5**, 501/518 (1992)
- [37] 金井喜美雄, 石川正俊, 河内啓二, 坪内孝司, 吉田和哉, 石井抱, 川口淳一郎, 川邊武俊, 登尾啓史: ビークル, 144/152, コロナ社, (2003)
- [38] Nam Parshad Bhatia, Giorgio P.Szego: Stability Theory of Dynamical Systems, Springer (2002)
- [39] 奥富, 森: ポテンシャル場を用いたロボットの動作決定, 日本ロボット学会誌, **1-3**, 66/79 (1983)
- [40] 佐藤: 極小点のないポテンシャル場を用いたロボットの動作計画, 日本ロボット学会誌, **11-5**, 702/709 (1993)
- [41] 根, 福島, 松野: 予測時刻間の障害物回避を考慮したモデル予測制御に基づく軌道計画法, 計測自動制御学会論文集, **45-8**, 406/413 (2009)
- [42] 桜間, 中野: 衝突回避を考慮した複数ロボットのデッドロックフリー軌道追跡制御, 計測自動制御学会論文集, **45-8**, 422/429 (2009)

- [43] H. Khenouf and C. C. de Wit: On the construction of stabilizing discontinuous controllers for nonholonomic systems, Proc. of IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium, 747/752 (1995)
- [44] 池田, 南, 美多: 浮遊機械のノンホロノミック可変高速制御の提案と収束性の検討, 日本ロボット学会誌, **20-4**, 89/97 (2000)
- [45] N. Sarkar, X. Yun, V. Kumar: Control of Mechanical Systems with Rolling Constraints: Application to Dynamic Control of Mobile Robots, International Journal of Robotics Research, **13-1**, 55/69 (1994)
- [46] S. Idoi, S. Kosugi, S. Hisano, T. Nagao: An Algorithm and Data Structure for Shortest Path Search Considering Node Costs: a Hiroshima local of IEEE The student Symposium Collected paper, 157/163 (2000)
- [47] L. Zhang, S. M. Lavalle, D. Manocha: Global Vector Field Computation for Feedback Motion Planning, 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 477/482 (2009)
- [48] 都築, 山下: 不連続制御系の解と大域漸近安定化問題, システム制御情報学会誌, **52-3**, 84/89 (2008)
- [49] K. Ohno, T. tsubouchi, and B. Shigematsu: Outdoor navigation of a mobile robot between buildings based on dgps and odometry data fusion, IEEE International Conference on Robotics & Automation, 1978/1984, 2003
- [50] 加地: 二輪車両型ロボットの位置・姿勢制御, 奈良先端科学技術大学院大学修士論文 (2005)
- [51] 金山: マイクロマウス大会への勧誘, Bit : コンピュータ・サイエンス誌. **13-8**, 80/82 (1981)

付録

A. ラプラスポテンシャル法の計算量について

鞍点が存在しないポテンシャル場の作成法として、ラプラスポテンシャル法 [40] が知られている。本節では、二輪車両の単一障害物回避問題に対するラプラスポテンシャル法の適用可能性を、計算量の観点から検討する。

A.1 ラプラスポテンシャル法とは

\mathbb{R}^2 の部分多様体 $X = \{(x_1, x_2)\}$ に対し、ラプラスの微分方程式

$$\Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} = 0 \quad (113)$$

を満たすとき、 $\Phi : X \rightarrow \mathbb{R}$ を調和関数という。この定義式より、ポテンシャル場は与えられた領域内で極小値をとらない。領域を幅 δ の均一セルに分割し、次の差分方程式を解くことで、目標点以外に極小点・鞍点を持たないポテンシャル場を作ることができる。

$$\Phi_{i,j} = \frac{1}{4}(\Phi_{i+1,j} + \Phi_{i-1,j} + \Phi_{i,j+1} + \Phi_{i,j-1}) \quad (114)$$

文献 [40] では、以下の Gauss-Sidel 法を用いたポテンシャル場の導出を提案している。まず、境界条件として、障害物の表面に $\Phi_0 \in (0, \infty)$ を、目標地点に 0 を与える。そして、以下の差分計算を繰り返すことにより、ポテンシャル場を得る。

$$\Phi_{i,j}^{(n)} = \frac{1}{4}(\Phi_{i+1,j}^{(n)} + \Phi_{i-1,j}^{(n)} + \Phi_{i,j+1}^{(n)} + \Phi_{i,j-1}^{(n)}) \quad (115)$$

ただし、 $\Phi_{i,j}^{(n)}$ は n 回目の繰り返し計算で得られた値であり、 $\Phi_{i,j}^{(0)} = \Phi_0$ である。また、繰り返し計算は i および j の小さな順に行うものとする。終了条件は、探索開始点近傍のポテンシャル場の傾きが有効に使える程度に大きくなった場合とする。

A.2 考察

大域的漸近安定性が保証できるか考察する．終了条件より，探索開始点から目標地点までの最短測地線近傍では，ポテンシャル場の減少勾配が計算可能である．また，ラプラス・ポテンシャル法は，制御空間 X を格子点列として近似している．このことから，ポテンシャル場を直接制御に組み入れると，最短測地線近傍外と格子点列への近似部分において，漸近安定性が保証できないことがわかる．

計算量について考察する．例えば，障害物のない空間 \mathbb{R}^2 に対して， $\Phi(x_1, x_2)$ は以下のように近似できる．

$$\Phi(x_1, x_2) \doteq \Phi_0 \left(1 - \left(\frac{\delta}{x_1 + x_2 + \delta} \right)^2 \right) \quad (116)$$

ただし， δ はセル分割幅である．このことから，変数精度は δ^2 程度が必要であることがわかる．また，全離散点 $\Phi_{i,j}^{(n)}$ に対して繰り返し演算を行うので，計算量は $O((\frac{1}{\delta})^2)$ 程度のオーダーであることがわかる． X を正確に近似するには δ を小さく取る必要があることから，ラプラスポテンシャル法は， δ に関して，システムが定義される空間 X の近似精度と計算量・必要計算精度の間にトレードオフ関係を持つことがわかる．

このトレードオフ関係より，ラプラスポテンシャルはオフラインな動作計画には有効だが，オンラインにポテンシャルの計算が必要な用途には有効でないことがわかる．

B. 研究業績

B.1 学術論文

- 福井 善朗, 中村 文一, 西谷 紘一: 最小射影法を用いた二輪車両の障害物回避制御, 計測自動制御学会論文集, Vol.47, No. 2, 90/99, 2011/02
- Hisakazu Nakamura, Yoshiro Fukui, Nami Nakamura, Hirokazu Nishitani: Multilayer minimum projection method for nonsmooth strict control Lyapunov function design, Systems & Control Letters, Vol. 59, No. 9, 563-570 (2010) DOI: 10.1016/j.sysconle.2009.07.002.

B.2 国際学会

- Hisakazu Nakamura, Yoshiro Fukui, Nami Nakamura, Hirokazu Nishitani: Multilayer Minimum Projection Method with Singular Point Assignment for Nonsmooth Control Lyapunov Function Design, 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2010), Atlanta, 5924-5929, 2010/12/15-17.
- Yoshiro Fukui, Hisakazu Nakamura and Hirokazu Nishitani: Minimum Projection Method for Asymptotic Stabilization toward A Set, The SICE Annual Conference 2010 (SICE 2010), 1573/1576, 2010/08/18-21
- Yoshiro Fukui, Hisakazu Nakamura and Hirokazu Nishitani: Real-time Obstacle Avoidance of a Two-wheeled Mobile Robot via the Minimum Projection Method, The 19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2010), 877-881, 2010/07/05-09
- Hisakazu Nakamura, Nami Nakamura, Yoshiro Fukui and Hirokazu Nishitani: Desingularization by Minimum Projection Method and Its Application to Rigid Body Control, 2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control(MSC 2010), 1115/1121, 2010/09/08-10

- Hisakazu Nakamura, Nami Nakamura, Yoshiro Fukui and Hirokazu Nishitani: Multilayer Minimum Projection Method with Infinity Layers, 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2010), 1104/1109, 2010/09/01-03
- Kazutoshi Sakakibara, Yoshiro Fukui and Ikuko Nishikawa: Genetics-Based Machine Learning Approach for Rule Acquisition in an AGV Transportation System, Proc. 8th Int. Conf. on Intelligent Systems Design and Applications(ISDA2008), 115-120, 2008/11/26-28.

B.3 査読なし国内学会

- 福井 善朗, 中村 文一: 時変な多様体上で定義されたシステムに対する状態フィードバック則の設計, 第41回制御理論シンポジウム, 287/290, 2012/09/18-20
- 福井 善朗, 中村 文一: 非有界な範囲を動く動的障害物の大域回避制御, 第44回計測自動制御学会北海道支部学術講演会, 74/77, 2012/03/05-06
- 福井 善朗, 中村 文一, 西谷 紘一: 最小射影法を用いた動的単一障害物の大域的回避制御, 第40回制御理論シンポジウム, 351/354, 2011/09/26-28
- 福井 善朗, 中村 文一, 西谷 紘一: 多層最小射影法を使った二輪車両の障害物回避, 第39回制御理論シンポジウム, 141/144, 2010/09/27-29
- 坂口 寛史, 福井 善朗, 中村 文一, 西谷 紘一: 最小射影法および格子点オブザーバを用いたリアルタイム障害物回避制御, 第54回システム制御情報学会研究発表講演会, 2010/05/19-21
- 中村 文一, 福井 善朗, 中村 奈美: 多層最小射影法を用いた非可縮多様体上の制御 Lyapunov 関数設計, 第38回制御理論シンポジウム, 119/126, 2009/11/25

- 福井 善朗, 岡本 兼太郎, 中村 文一, 西谷 紘一: 祇園祭「白楽天山」の力学的モデルを利用した安全性の検証, 日本機械学会 2009 年度年次大会, 107/108, 2009/09/12
- 福井 善朗, 中村 文一, 西谷 紘一: 最小射影法を使った二輪車両の障害物回避, 第 9 回 計測自動制御学会制御部門大会 (CCS2009), 2009/03/04-06
- 福井 善朗, 榊原 一紀, 西川 郁子: AGV の経路計画システムにおける交渉ルールの遺伝的機械学習による獲得, 第 52 回システム制御情報学会研究発表講演会, 81/82, 2008/05/16

B.4 査読あり国内学会

- 福井 善朗, 中村 文一: 動的障害物回避問題に対する大域的制御, 第 17 回 ロボティクスシンポジウム, 45/50, 2012/03/14-15
- 福井 善朗, 中村 文一, 西谷 紘一: 最小射影法を使った二輪車両の未知空間における探索制御, 第 16 回 ロボティクスシンポジウム, 640/646, 2011/03/14-15
- 福井 善朗, 中村 文一, 西谷 紘一: 最小射影法を用いた二輪車両の障害物回避制御, 第 15 回 ロボティクスシンポジウム, 354/359, 2010/03/15-16

B.5 解説論文

- 小島 宏一, 加藤 雄資, 福井 善朗, 中村 文一: 開かれた環境が育むマイクロマウスの技術進化 (<ミニ特集> 次世代イノベーションにむけたロボット教育・研究モデル), システム制御情報学会誌 Vol. 55, No. 7, 265-270, 2011/07/15

B.6 受賞

- 福井 善朗: マイクロマウス 2008 第 29 回全日本マイクロマウス大会 ハーフサイズマイクロマウスプレ競技 特別賞, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2008

- 福井 善朗:マイクロマウス 2011 第 32 回全日本マイクロマウス大会ハーフサイズマイクロマウス競技「特別賞」,財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2011/11/20
- 福井 善朗:奈良先端科学技術大学院大学優秀学生奨学生, 奈良先端科学技術大学院大学, 2010.10
- 福井 善朗:NAIST 最優秀学生賞, 財団法人 奈良先端科学技術大学院大学支援財団, 2010/03/24
- 福井 善朗:マイクロマウス 2008 第 29 回全日本マイクロマウス大会ハーフサイズマイクロマウスプレ競技「特別賞」,財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2008/11/23
- 福井 善朗,五十嵐 吉輝, 中村 政義:立命館大学父母教育後援会表彰制度 2007 年度学部最優秀団体賞, 2008/03/21
- 福井 善朗,五十嵐 吉輝, 中村 政義:ACM 国際大学対抗プログラミングコンテスト (ACM/ICPC),2007 年度国内予選通過,アジア地区予選出場 20 位, 2007/11/02-03
- 福井 善朗:2004 年度立命館大学入学式 学部特別奨学生代表, 立命館大学, 2004/04/01

B.7 研究費

- NAIST 情報科学研究科 プロジェクト型研究提案 (CICP2009) 採択, 最小射影法による制御則を用いたマイクロマウスの開発, プロジェクトメンバー
- NAIST 情報科学研究科 プロジェクト型研究提案 (CICP2008) 採択, 「祇園祭」山鉦の安全性検証 ~ 伝統と工学の融合~, プロジェクトリーダー

B.8 報道

- 福井 善朗, 笹谷 禎伸 : 2011年マイクロマウス合宿&プチ大会, ロボコンマガジン 2011 7月号
- 福井 善朗 : マイクロマウス委員会関西支部が復活!, ロボコンマガジン, 2010 3月号
- 福井 善朗 : 祇園祭 山鉾重量測定への挑戦 (2), 日本計量新報, 2010/03/07

B.9 研究会 (マイクロマウス支部会での発表など)

- 福井 善朗: 制御一般の話, 第4回マイクロマウス合宿, 2012/06/09-10
- 福井 善朗: 速度制御にPI制御を使う理由, 第4回マイクロマウス合宿, 2012/06/09-10
- 福井 善朗: マイクロマウス合宿の紹介, マイクロマウス委員会東日本支部例会, 2012/04/12
- 福井 善朗: ハーフマウスに関する部品の紹介, マイクロマウス委員会関西支部総会, 2012/02/25
- 福井 善朗: プリント基板 CADEAGLE の grid 操作についての小ネタ, マイクロマウス委員会関西支部総会, 2011/02/26
- 中村 文一, 福井 善朗: 最小射影法の最近の展開, 第1回 MiCANS, 2010/06/19-20
- 福井 善朗: 壁トレース制御について, マイクロマウス委員会関西支部第2回勉強会, 2010/03/27
- 福井 善朗: オドメトリについて, マイクロマウス委員会関西支部第1回勉強会, 2010/02/27

B.10 その他マイクロマウス大会での結果

- 福井 善朗:第 33 回全日本マイクロマウス大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 予選突破 (13 位) 決勝 (9 位), 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2012/11/25
- 福井 善朗:第 27 回全日本学生マイクロマウス大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 第 3 位, 第 27 回全日本学生マイクロマウス大会実行委員会, 2012/10/21
- 福井 善朗:第 21 回マイクロマウス九州地区大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 準優勝, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2011/10/30
- 福井 善朗:第 30 回マイクロマウス中部地区大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 第 3 位, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2011/10/23
- 福井 善朗:第 29 回マイクロマウス北陸信越地区大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 第 2 位, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2011/10/02
- 福井 善朗:第 29 回マイクロマウス東日本地区大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 優勝, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2011/09/25
- 福井 善朗:第 26 回マイクロマウス中部地区初級者大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 優勝, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2011/09/04
- 福井 善朗:金沢草の根大会 2011 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 2 位, マイクロマウス北陸同好会, 2011/08/06
- 福井 善朗:第 29 回マイクロマウス中部地区大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 特別賞, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2010/10/24
- 福井 善朗:第 28 回マイクロマウス北陸信越地区大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 2 位, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2010/10/03
- 福井 善朗:第 28 回マイクロマウス東日本地区大会 マイクロマウス (ハーフサイズ) 競技 2 位, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2010/09/26

- 福井 善朗:第25回マイクロマウス中部地区初級者大会 マイクロマウス(ハーフサイズ) 競技 準優勝, 財団法人ニューテクノロジー振興財団, 2010/09/05