

博士論文

周期運動に対するエネルギー効率に優れた
パワーアシスト制御法に関する研究

畑田 和良

2013年3月15日

奈良先端科学技術大学院大学
情報科学研究科 情報システム学専攻

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に
博士(工学) 授与の要件として提出した博士論文である。

畑田 和良

審査委員：

杉本 謙二 教授 (主指導教員)

小笠原 司 教授 (副指導教員)

平田 健太郎 准教授 (副指導教員)

周期運動に対するエネルギー効率に優れた パワーアシスト制御法に関する研究*

畑田 和良

内容梗概

近年、医療や産業分野への応用を意識したパワーアシストに関する研究が広くおこなわれている。最も素朴なアシスト方法は、人間の力の瞬時値を計測し、その値に比例した力を機械によって発生させて、人間の運動を補助するものである。規則性のない運動を補助する場合には、この手法を用いざるを得ないが、周期運動にこれを適用した場合、周期力の脈動を増幅させることになり、結果的にむらのある運動が実現されてしまうことがある。このような運動は、効率の点からも望ましくないと考えられる。本論文では、周期運動に対して、いかなるパワーアシスト法がエネルギー効率の意味で最適となるかを考える。

まず、周期運動のひとつである自転車のペダリング動作について考える。自転車のペダリングに関する力学モデルを導出し、それを基にしてエネルギー効率が最適となる条件を求める。その結果、考察している周期運動に対しては、入力トルクの脈動を除去することが有効であるという指針が得られる。これは、人間のペダリングトルクをある種の周期外乱と捉え、繰返し制御を適用することでその脈動を除去する従来研究の正当性を裏付けるものである。また、繰返し制御器をある種の有限インパルス応答 (FIR) フィルタと捉え、いわゆる一般化 Kalman-Yakubovich-Popov 補題に基づいて設計する手法が従来提案されているが、本論文では、無限インパルス応答 (IIR) 型制御器を用いることで、所望の周波数特性を満たしつつ、従

*奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 情報システム学専攻 博士論文, NAIST-IS-DD1061016, 2013年3月15日.

来よりも次数の低い制御器の設計法を提案する。さらに、数値シミュレーションおよび実験結果を通じて、提案法の有効性と最適条件の正当性を示す。

次に、提案手法を船舶のエンジン回転数制御へ応用する。規則波中を航行する船舶は、波から受ける周期的な力とプロペラから発生する推力の二つの力が入力となって運動している。この状況は、電動アシスト自転車の運動と類似のものである。そこで、上記提案手法を船舶のエンジン回転数制御へ応用し、数値シミュレーションによって燃費の改善結果を示す。

キーワード

周期運動, パワーアシスト制御, 繰返し制御, 一般化 Kalman-Yakubovich-Popov 補題, エンジン回転数制御

Energy-Efficient Power Assisting Methods for Periodic Motions*

Kazuyoshi Hatada

Abstract

In recent years, the research on the power assist technology is wide spreading because of its potential benefit to our society in medical, welfare, industrial and other fields. The simplest assist method would be to apply additional force generated by machines in proportion to the instantaneous value of the force generated by human. Although there seems to be no other choice when the motion is irregular and unpredictable, in case of the periodic motions, as is typical in our persistent tasks, such a strategy must be undesirable since it amplifies the pulsation of periodic force and results in unsteady, inefficient dynamical behavior. Thus, in this thesis, the optimal power assist control method for periodic motions from the viewpoint of energy-efficiency is investigated.

First we consider the pedaling motion of a human on a bicycle. A dynamical model of the power train of an electric power-assisted bicycle is derived. The optimality condition for the pedaling is examined based on this model. The result implies that to flatten the torque pattern by removing the input pulsation improves the efficiency. This fact justifies the previous work to use a version of the repetitive control to reject the non-dc components of the periodic torque disturbance invoked by the human pedaling action. Another type of repetitive controller synthesis based on the generalized Kalman-Yakubovich-Popov (KYP)

*Doctoral Dissertation, Department of Information Systems, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, NAIST-IS-DD1061016, March 15, 2013.

lemma is proposed in the literature. In this framework, the delay component in the standard repetitive controller is replaced by a Finite Impulse Response (FIR) filter and the gain specifications at a set of independent finite frequency ranges are satisfied by using the gKYP lemma. A power assist controller design via yet another synthesis framework is proposed here. The key feature is that the usage of Infinite Impulse Response (IIR) filter with the gKYP lemma to derive reduced-order controllers satisfying the design specifications. The effectiveness of proposed method is demonstrated by comparing the energy efficiency of each method via numerical simulations and experiments.

Next we consider the engine speed control of a ship cruising in regular heading waves. Such a ship experiences periodic force disturbances and this is an analogous situation to the bicycle pedaling discussed above. Therefore our design procedure can be applied to this problem to obtain a feedback engine speed controller. The energy efficiency of the proposed method against the case of constant throttle opening is evaluated through numerical simulations.

Keywords:

periodic motions, power assist control, repetitive control, generalized Kalman-Yakubovich-Popov lemma, engine speed control

目次

1. はじめに	1
1.1 パワーアシスト	1
1.2 周期運動	2
1.3 研究目的	3
1.4 本論文の構成	4
2. 予備的事項	5
2.1 繰返し制御	5
2.1.1 内部モデル原理	5
2.1.2 繰返し制御系	6
2.1.3 繰返し制御系の数値例	9
2.2 一般化 KYP 補題	11
2.2.1 KYP 補題の概要	11
2.2.2 連続時間系と離散時間系における KYP 補題の統一的表現	12
2.2.3 一般化 KYP 補題の概要	13
2.2.4 一般化 KYP 補題の数値例	18
3. 自転車のペダリングに対するパワーアシスト制御	20
3.1 本章の概要	20
3.2 電動アシスト自転車の開発動向	20
3.3 ペダリング力の周期性	22
3.4 電動アシスト自転車駆動系のモデル	26
3.5 エネルギー効率の最適化	27
3.6 パワーアシスト制御法	30
3.6.1 修正型繰返し制御	31
3.6.2 FIR フィルタ型繰返し制御	33
3.6.3 IIR フィルタ型繰返し制御	35
3.7 有効性の検証	39

3.7.1	パワーアシスト系の設計	39
3.7.2	数値シミュレーション結果	42
3.7.3	実験系の構成	46
3.7.4	実験結果	48
3.8	本章のまとめ	51
4.	船舶のエンジン回転数制御	52
4.1	本章の概要	52
4.2	船舶の運動モデル	52
4.3	エンジン回転数制御系の設計	54
4.3.1	制御系の設計	54
4.3.2	数値シミュレーション結果	57
4.4	本章のまとめ	59
5.	おわりに	60
5.1	本論文のまとめ	60
5.2	広義の移動体への応用	60
5.3	今後の課題	63
	謝辞	67
	参考文献	68
	付録	75
	A. Shur の補題	75

目 次

1	単一フィードバック制御系	5
2	繰返し制御系	6
3	感度関数の周波数応答	7
4	(1) 式のブロック図	8
5	繰返し制御系の時間応答	9
6	目標値と出力の偏差	9
7	繰返し制御系の時間応答 (条件 (2) を満たさない場合)	10
8	目標値と出力の偏差 (条件 (2) を満たさない場合)	10
9	周波数変数の設定	14
10	周波数特性	19
11	位相特性	19
12	実験用電動アシスト自転車	22
13	各クランク角におけるペダリング力	23
14	ペダリング力の実測値	23
15	モーションキャプチャによる計測箇所	24
16	モーションキャプチャによる角度計測値	25
17	電動アシスト自転車のアシスト機構	26
18	電動アシスト自転車の駆動系模式図	27
19	踏力比例制御	30
20	繰返し制御による自転車アシスト系	31
21	離散時間繰返し制御器	32
22	修正型繰返し制御系	32
23	FIR フィルタ型繰返し制御系	33
24	$K_{RC}(z)$ の構造	34
25	IIR フィルタ型繰返し制御系	35
26	$F_I(z)$ の周波数特性	40
27	τ_h から v までの伝達関数の周波数特性	41
28	速度偏差	43

29	速度偏差 (リミッタあり)	45
30	ペダリング機器	46
31	トレーニング機器	47
32	実験系の構成	47
33	速度偏差 (PPC)	48
34	速度偏差 (MRC)	49
35	速度偏差 (IIRRC)	49
36	航続距離	50
37	バッテリー電圧降下量	50
38	船舶運動モデルの座標系	52
39	エンジン回転数制御系	55
40	$G_c(s)$ の周波数特性	57
41	船舶速度の時間応答	58
42	エンジン回転数の時間応答	58
43	ローイングの模式図	61
44	ペダリングトルクのスペクトル密度	64
45	ペダリングトルクのスペクトル密度 (対数グラフ)	65

表 目 次

1	周波数帯域と Ψ の決定	15
2	$K_I(z)$ のパラメータ	41
3	船舶の仕様	55
4	近似直線のパラメータ	66

表記法

\mathbf{R} : 実数の全体

\mathbf{C} : 複素数の全体

$[x]$: ある実数 x に対して, x を超えない最大の整数

$\Re(s)$: 複素数 s の実数部

$\Im(s)$: 複素数 s の虚数部

\bar{s} : 複素数 s の共役複素数

$\mathbf{R}^{n \times m}$: $n \times m$ の実行列の全体

$\mathbf{C}^{n \times m}$: $n \times m$ の複素行列の全体

I_n : n 次の単位行列

A^T : 行列 A の転置

A^* : 行列 A の複素転置

$\text{He}(A)$: 正方行列 A に対する操作 $\text{He}(A) := A + A^*$

\mathbf{H}_n : n 次のエルミート行列

$\text{tr}(A)$: 行列 A のトレース

$A \otimes B$: 行列 A, B のクロネッカ積 $A \otimes B$ の第 (i, j) ブロックは $A = [a_{ij}]$ に対して Ba_{ij} で与えられる.

$\text{Ker}(A)$: 行列 A の零化空間

$\text{Im}(A)$: 行列 A の像空間

L_2 : \mathbf{R} 上の二乗可積分な実関数からなるルベグ空間

$\|G\|_2$: 伝達関数行列 G に対する H_2 ノルム. $\|G\|_2 := \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}(G^*(j\omega)G(j\omega))d\omega}$ で定義される.

$\sigma_{\max}(A)$: 行列 A の最大特異値

$\|G\|_{\infty}$: 伝達関数行列 G に対する H_{∞} ノルム. $\|G\|_{\infty} := \sup_{\omega \in \mathbf{R}} \sigma_{\max}(G(j\omega))$ で定義される.

$\{c, d\}$: 連続時間系と離散時間系を扱うときの統一的表現

λ : 周波数変数を表し, 連続時間系を扱うときには s , 離散時間系を扱うときには z となる.

1. はじめに

1.1 パワーアシスト

我が国は 2007 年に 65 歳以上の人口が総人口の 21%を超過する超高齢社会を迎えた [1]. 今後は更なる労働力の不足が予想されており, その対策の一つとしてパワーアシストが注目を集めている. 単純なパワーアシストの例は人間の力や筋電位を計測し, その瞬時値に比例した力をアクチュエータによって発生させることで人間の運動を補助する系で, 産業分野, 災害救分野, 福祉分野への応用を意識して研究が進められている. 例えば, 産業分野では工場内の重量物の運搬作業の支援 [2], 回転工具使用時の加工外乱の抑制 [3] が挙げられ, 作業環境を改善することで生産効率の向上が見込まれている. また, 災害救助分野では消防隊員の負担を軽減する救助支援型担架ロボット [4] や震災等で発生する瓦礫の撤去支援装具 [5], 福祉分野ではパーキンソン病患者の振戦を抑制する食事支援機器 [6], 身体の不自由な方や高齢者の歩行介助を目的とした人間-ロボット協調系 [7] および運動補助のためのパワードスーツ HAL(Hybrid Assistive Limb)[8] が挙げられる.

パワーアシスト機器の中でも, バッテリ駆動によるものは場所を選ばず使用できるという利点がある反面, 長時間にわたる使用には制限がある. 上で例に挙げた HAL の場合はバッテリーを交換することで連続使用を可能としている. しかし, 常時交換用のバッテリーを携帯するためには, 重量の増加やスペースの確保といった別の問題が発生する. よって, 充電一度あたりの連続使用時間 (航続距離) を改善する必要があるといえる. この対策には, 例えば以下の 3つのアプローチが考えられる.

(a) 回生充電の適用

(b) バッテリの高エネルギー密度化

(c) 駆動力の最適化

パワーアシストを人間とアクチュエータの複数の動力源を持つ系であると考えれば, これはある種のハイブリッド系であるといえる. 近年普及しているハイブ

リッド電気自動車 (Hybrid Electric Vehicle: 以下では HEV と略記) や電気自動車 (Electric Vehicle: 以下では EV と略記) の分野でも同様の問題を争点にして研究開発がおこなわれている [9]. 例えば (a) は車体の減速時に, モータを発電機として作動させて運動エネルギーを電気エネルギーに変換してバッテリーに蓄電する, HEV や EV で用いられている技術であり, 機器を使用しながらも蓄電することでエネルギーを有効活用している興味深い技術である [10]. また (b) に関しては, 現在 HEV で主流となっているニッケル水素電池を将来的にはエネルギー密度で勝るリチウムイオン電池に置き換えることで達成しようとしている [11]. そして (c) については, 文献 [12] で前後輪のトルク配分をモータ効率の面で最適化することによる航続距離延長が報告されている. この (c) はソフト面で問題を解決しているので, 制御工学の観点から非常に興味深く, パワーアシストでも同様のアプローチが有効であるといえよう.

1.2 周期運動

人間が継続的におこなう運動の一部に周期性が存在することが知られている. 例えば身近な周期運動として挙げられる歩行については, 運動の解析やそれに基づいた二足歩行ロボットの研究がおこなわれている [13, 14]. 我々は日常生活で無意識に歩行するとき, 片脚で体を支えながらもう一方の脚を前方に振り出し, 前方に倒れ込みながら前進し, この動作を繰り返すことでエネルギー効率の高い移動を実現している. 次に, 自転車のペダリングに焦点を当てよう. 自転車をこぐときには, 車体と人体の構造上からペダル位置によってペダリング力の入れやすい場所とそうでない場所がある. これらの場所を繰り返し通過することでペダリング力が周期的に変動することから, 自転車のペダリングも周期運動の一例といえる. 人間のペダリング動作の周期は厳密に一定ではないが, 例えば文献 [15] ではシート高の最適化に際して, 被験者が 80 ± 1 [rpm] の周期でペダリングしたときのデータを基に検討をおこなっている. このことから, 定常状態におけるペダリング周期の変動は限定的であるといえる. また, フラフープ持続回転運動も周期運動の一つといえ, これに関しても研究がおこなわれている. フラフープの水平面上の運動に対するモデリングおよび回転維持の条件の導出 [16] や, 回転高さは考慮

しないものの、出力零化制御による回転運動の安定化 [17] について検討されている。また、文献 [18] では、人間がフラフープを地面に落とすことなく回転を維持し続けるためには、回転の基本周期に加えて、その三分の一の周期で体を動作させることが有効であると論じている。この結果は、回転に必要なエネルギーが人体との接触によって低下した際に、体の俊敏な動きによってフラフープにエネルギーを加えることが有効であることを示している。人間の運動だけでなく物体の周期運動についても研究されている。文献 [19] は、ビリヤード台の角部分の接合部を下方向、解放部を上方向に配置（V字型を想像されたい）した重力の作用する平面にあるボールの軌道について考察している。接合部の真上以外の位置からボールを落下させると、ボールは左右の斜面と衝突を繰り返す、十分時間が経過するとある周期軌道に収束することが示されており、文献 [20] ではエアホッケー台を用いた実験がおこなわれている。以上の先行研究の結果より、周期運動のエネルギー効率最適化や安定化には、その周期性を利用することが有効であるといえる。

1.3 研究目的

本論文では 1.1 節で述べた背景に鑑み、周期運動に対するエネルギー効率に優れたパワーアシスト制御法を検討する。対象を周期運動に限定するのは、運動の周期性/規則性によって、何らかの意味での予測が可能となるため、これに基づく最適化を図ることができると考えられるからである。まず、自転車をこぐ運動（ペダリング）が自転車の構造および人体の構造上の制約から概ね周期的な運動となっていることからペダリング運動を取り上げる。電動アシスト自転車は、現在最も広く普及しているパワーアシスト機器といえる。モータの力で人力を補助する電動アシスト自転車は、力の低下した高齢者だけでなく、余剰の力を必要とする坂道が多い場所での移動や親子の 2・3 人乗りに便利な点から利用者が増加傾向にあり [21]、1993 年に市販が開始されて以来、様々な観点から研究開発が進められている [22, 23, 24]。市販品では、人間のペダリング力に比例した力でアシストをおこなう踏力比例制御が採用されており、走行シーンに合わせて比例係数を変更することで航続距離の延長に取り組んでいる。そもそも踏力比例制御は周期的なペダリング力の脈動を増幅させることになり、結果的に走行速度にむらが生じる。この

ような運動は、効率の点からも望ましくないと考えられる。そこで、本論文では周期運動に対して、エネルギー効率の意味ではいかなるパワーアシスト法が最適となるかを考える。そして、最適条件を満たすパワーアシスト系の設計法を提案し、数値シミュレーションおよび実験結果を通じて、提案法の有効性と最適条件の正当性を示すことを目的とする。

さらに、今回導出した最適条件および提案手法が自転車のパワーアシスト以外でも有効であることを示すため、他の移動体へ応用することを考える。例えば規則波中を航行する船舶は、波から受ける周期的な力とプロペラが発生する推力の二つの力が入力となって運動している。この状況は、電動アシスト自転車の運動と類似のものである。燃料価格高騰の対策やCO₂削減を目的に船舶の燃費改善について活発に研究がおこなわれている [25, 26, 27, 28, 29] という社会的な背景からも、船舶の運動は興味深い研究対象といえる。そこで、周期運動に対するパワーアシスト法を船舶のエンジン回転数制御へ応用し、数値シミュレーションによって燃費改善を示すことをもう一つの目的とする。この二つの例により、提案法および最適条件は自転車のパワーアシスト制御に限らず、周期駆動力と補助駆動力の合計の力によって運動する移動体に有効であることを示す。

1.4 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。2章で今回提案するパワーアシスト制御法のアイディアの基礎となる繰返し制御について概説した後、提案手法の鍵となる一般化 Kalman-Yakubovich-Popov 補題について述べる。この二項目については数値例の結果を基に、それぞれの特徴を示す。3章では周期運動の一例として自転車のペダリングに焦点をあてて次の様に議論を進める。まず自転車駆動系のモデリングをおこない、エネルギー効率の意味で最適となるパワーアシスト制御法の条件を導く。その後、繰返し制御に類似した周波数特性を持つ従来手法によるパワーアシスト制御について述べ、系全体の次数を低減する手法を提案する。そして、数値シミュレーションと実験の結果から、それぞれの制御手法の特徴を議論する。さらに4章では、提案手法を船舶のエンジン回転数制御へ応用し、燃費改善を数値シミュレーションの結果により示す。最後に5章で本論文のまとめを述べる。

2. 予備的事項

2.1 繰返し制御

周期目標値への追従や, 周期外乱の除去に有効な制御方法として繰返し制御 [30] が知られている. そもそも繰返し制御は, 陽子シンクロトロン (円形加速器) 電源系の電磁石電流制御のために提案された手法である. この加速器は, 一度運転を開始すると二週間連続して使用され, かつその間の目標電流パターンは同一であるという特徴をもっている. 初期の運転時に大きな偏差が存在しても, 運転を重ねるにつれて偏差を減少させることができるなら, 十分に時間が経過すると高精度の目標値追従ができると考えられる. そこで, 前回の運転時の偏差を記憶しておき, 次回の運転時にこの偏差を考慮することで高精度の目標値追従を達成しようというのが繰返し制御の基本的な考えである. ここでは, 繰返し制御の特徴を概説する.

2.1.1 内部モデル原理

目標値への追従が求められるサーボ系を設計する際に鍵となるのが内部モデル原理 [31, 32] である. 図 1 のような単一フィードバック系を例に考えよう. なお, 図中の r は目標値, y は出力, $K(s)$ は制御器, $G(s)$ は制御対象を表している.

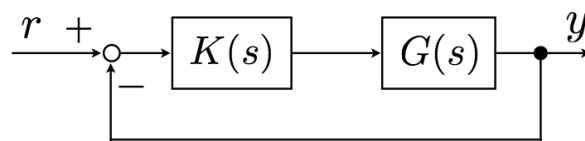


図 1 単一フィードバック制御系

定理 2.1 (内部モデル原理) 図 1 の構造をもつ安定な制御系において, 出力 y が目標値 r に追従するための必要十分条件は, 一巡伝達関数 $(KG(s))$ に目標値発生モデルを含んでいることである. \square

この定理より, 目標値がステップ入力である場合には, 内部モデルとして一巡伝達関数に $1/s$ が含まれていれば定常偏差のない追従が可能となる. この類推から, 目標値が周期 T の周期信号の場合には, T -周期信号を発生する機構を内部モデルとして閉ループ内に組み込むことが有効であると考えられる. しかし, 文献 [31] の結果は集中定数系に対するもので, むだ時間系には適用できない. これに対して, あるクラスの伝達関数に対して定常偏差のない周期目標への追従を達成するためには図 1 の系において一巡伝達関数の分母に $e^{sT} - 1$ を含めばよいことが示されている. (詳細は, 例えば文献 [33] を参照.) 次節ではこの繰返し制御系の概要を紹介する.

2.1.2 繰返し制御系

簡単な繰返し制御系のブロック図を図 2 に示す. 破線内は繰返し制御器を表し,

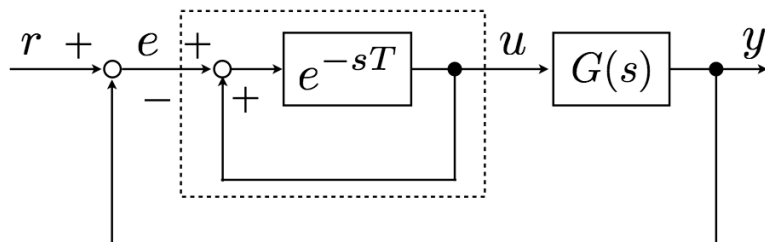


図 2 繰返し制御系

周期 T の周期関数発生器の役割を果たしている. 繰返し制御器の伝達関数 $R_c(s)$ は次のようになる.

$$\begin{aligned} R_c(s) &= \frac{e^{-sT}}{1 - e^{-sT}} \\ &= \frac{1}{e^{sT} - 1} \end{aligned}$$

したがって, 繰返し制御器の周波数伝達関数は

$$R_c(j\omega) = \frac{1}{e^{j\omega T} - 1}$$

となる。いま,

$$\frac{1}{R_c(j\omega)} = 0$$

となるのは, ω が以下となるときである.

$$\omega = \frac{2\pi k}{T}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

一例として $T = 1$, $G(s) = (0.9s + 0.8)/(s + 1)$ としたときの感度関数 ($1/(1 + R_c G(s))$) の周波数応答を図3に示す. 図3より, 繰返し制御系の感度が周期 T の

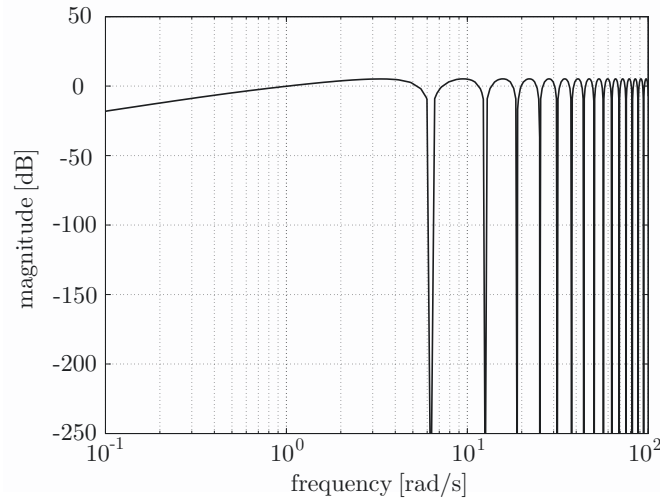


図3 感度関数の周波数応答

基本調波とその高調波に対応する周波数でゲインが低くなっていることがわかる. 感度関数は目標値から偏差までの伝達関数を表しているので, 周期 T の周期目標値への追従が可能となると考えられる. 次に繰返し制御系の安定性, 偏差の収束について1入出力系を例にして述べる. 図2で表される系の偏差, 出力, 制御入力はいずれも

$$e(s) = r(s) - y(s)$$

$$y(s) = Gu(s)$$

$$u(s) = \frac{e^{-sT}}{1 - e^{-sT}} e(s)$$

となる. この関係を $e(s)$ についてまとめると,

$$e(s) = (1 - G(s))e^{-sT}e(s) + D_e(s) \quad (1)$$

が得られる. ただし,

$$D_e(s) = (1 - e^{-sT})r(s)$$

である. ここで, (1) 式で表される, 図2と等価なブロック図を図4に示す. この系

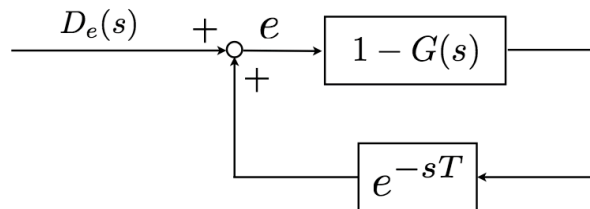


図4 (1) 式のブロック図

に対してスモールゲイン定理 [34] を適用することで, 次の定理が得られる.

定理 2.2 [30] $G(s)$ が安定な有理伝達関数で,

$$\|1 - G(s)\|_\infty < 1 \quad (2)$$

が成立するとき, 偏差 e は L_2 に属する周期目標値に対して, L_2 に属する関数となる. □

厳密にプロパな系では上記の条件が成立しない. これに対して, ある程度以上の高周波成分に追従する必要はないという実際上の観点から, むだ時間ブロックの前にローパスフィルタを挿入する修正繰返し制御が提案されている. 一般に修正繰返し制御とは, この制御手法を指す. 一方, 3章で述べる修正型繰返し制御は周期外乱の交流成分のみを除去する手法を指しており, 一般的な「修正繰返し制御」とは異なるものである点に注意する.

2.1.3 繰返し制御系の数値例

ここでは前述の安定性を図2に示した繰返し制御系の数値例により確認する.
今回はパラメータを

$$T = 1, \quad r(t) = \sin 2\pi t + 1, \quad G(s) = \frac{0.9s + 0.8}{s + 1}$$

と定めた. いま, $\|1 - G(s)\|_{\infty} = 0.2$ であり条件(2)を満たしていることがわかる.
数値シミュレーション結果を図5および図6に示す.

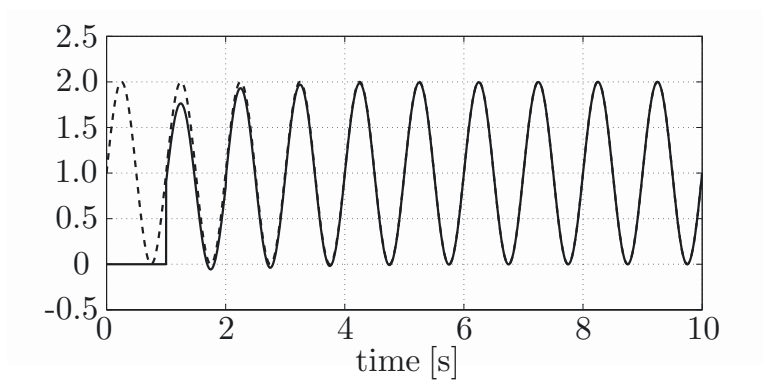


図5 繰返し制御系の時間応答

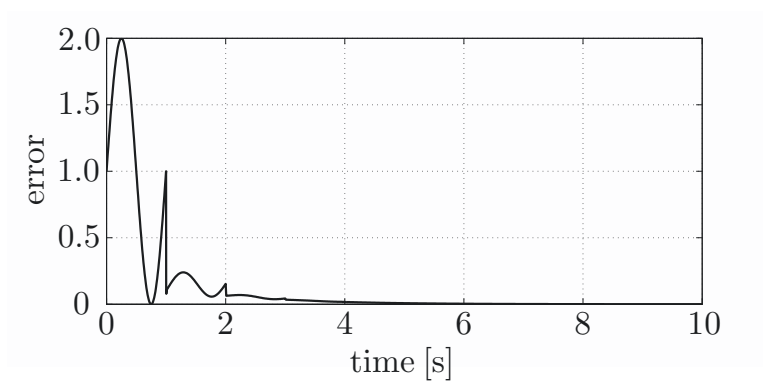


図6 目標値と出力の偏差

図5中の破線は目標値 r を表しており、実線は出力 y を表している。両図より、時間の経過にともなって出力が目標値に追従できていることが確認できる。

スモールゲイン定理は位相条件を考慮していないため、十分条件であることに注意する。例えば、制御対象を厳密にプロパーな

$$G(s) = \frac{7.5s + 7.5}{s^2 + 10s + 7.5}$$

と選ぶとき、 $\|1 - G(s)\|_{\infty} = 1$ となり条件 (2) を満たさない。しかし以下の数値例から、この閉ループ系は安定であると考えられる。

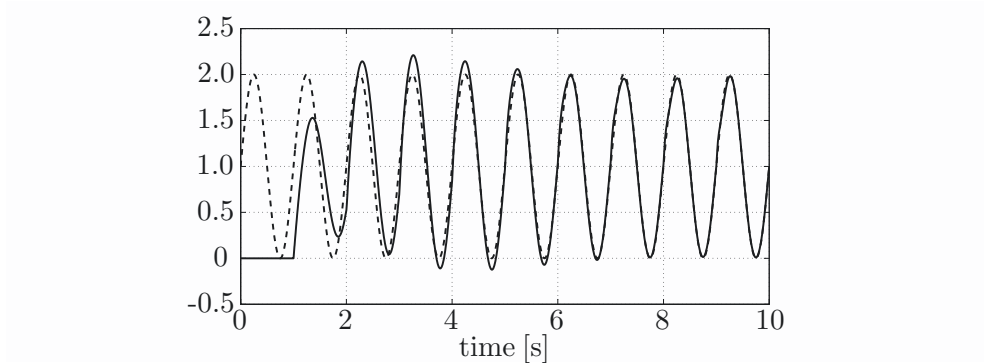


図7 繰返し制御系の時間応答（条件(2)を満たさない場合）

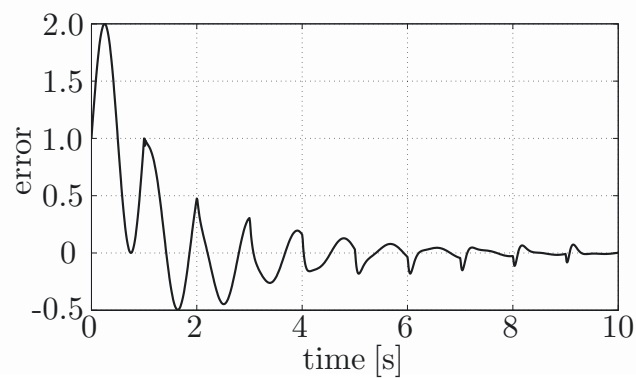


図8 目標値と出力の偏差（条件(2)を満たさない場合）

これまでに見てきたように、繰返し制御における周期目標値追従や周期外乱除去性能は、系の周波数特性に全面的に依存している。次節では、周波数整形を代数的に取り扱うことができ、近年の線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality: 以下では LMI と略記) に基づく制御系設計において重要な役割をはたしている Kalman-Yakubovich-Popov 補題 (以下では KYP 補題と略記) について述べる。

2.2 一般化 KYP 補題

線形時不変系の有界実性や正実性といった周波数特性を代数的に特徴づける条件として KYP 補題が知られている [35, 36]。通常、KYP 補題では全周波数帯域において条件が成立するか否かの判定をおこなう。しかし、実際の制御系設計では、特定の周波数帯域だけにおいて仕様が設定されることもしばしばである。そこで、通常の KYP 補題を有限周波数区間で成立するように拡張した一般化 KYP 補題が提案されている [37]。ここでは、通常の KYP 補題と一般化 KYP 補題を概説する。

2.2.1 KYP 補題の概要

ここではまず、 n_u 入力 n_y 出力 n_p 次の連続時間の線形時不変系

$$G(j\omega) = C(j\omega I - A)^{-1}B + D \quad (3)$$

について考える。周波数特性の一種である有界実性 (ゲイン条件) と正実性 (位相条件) は、

$$\text{有界実性} : G^*(j\omega)G(j\omega) < \gamma^2 I, \quad \forall \omega \in \mathbf{R} \quad (4)$$

$$\text{正実性} : G(j\omega) + G^*(j\omega) > 0, \quad \forall \omega \in \mathbf{R} \quad (5)$$

で定義される。いま $G \in \mathbf{C}^{n_y \times n_u}$ と $\Pi \in \mathbf{H}_{n_y+n_u}$ に対して関数 σ を以下のように定義すると

$$\sigma(G, \Pi) := \begin{bmatrix} G \\ I_{n_u} \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} G \\ I_{n_u} \end{bmatrix}$$

(4) 式および (5) 式で示した連続時間系の周波数特性は

$$\sigma(G(j\omega), \Pi) < 0, \quad \forall \omega \in \mathbf{R} \quad (6)$$

と書ける. いま, (6) 式において有界実性を扱いたいときには,

$$\Pi = \Pi_{br} := \begin{bmatrix} I_{n_y} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I_{n_u} \end{bmatrix}$$

また, 正実性を扱いたいときには

$$\Pi = \Pi_{pr} := \begin{bmatrix} 0 & -I_{n_u} \\ -I_{n_u} & 0 \end{bmatrix}$$

と定めればよい. これらの関係に基づいて, 連続時間関係に対する KYP 補題 [35, 36] は, 以下の 2 つの条件の等価性を与える.

1. (6) 式が成立する.
2. 以下の不等式を満たす $n_p \times n_p$ 対称行列 P が存在する.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} 0 & P \\ P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix} + \Theta < 0 \quad (7)$$

ただし,

$$\Theta := \begin{bmatrix} C & D \\ 0 & I_{n_u} \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} C & D \\ 0 & I_{n_u} \end{bmatrix}$$

である.

2.2.2 連続時間系と離散時間系における KYP 補題の統一的表現

離散時間系でも前述の (6) 式で示した周波数特性の統一的な表現ができる [38]. 連続時間系に対する周波数変数である虚軸 Λ_c と離散時間系に対する周波数変数である単位円周 Λ_d は, 周波数変数 λ を用いて以下の集合として定義できる.

$$\Lambda_{\{c,d\}} := \{ \lambda \in \mathbf{C} \mid \sigma(\lambda, \Phi_{\{c,d\}}) = 0 \} \quad (8)$$

ここで, Λ_c と Λ_d に対応して $\Phi_{\{c,d\}}$ をそれぞれ

$$\Phi_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \Phi_d := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

と定めればよい. このとき,

$$\begin{bmatrix} 0 & P \\ P & 0 \end{bmatrix} = \Phi_c \otimes P$$

と書けるので, 以下の2つの条件の等価性が成り立つ.

1. 以下の不等式が成立する.

$$\sigma(G(\lambda), \Pi) < 0, \quad \forall \lambda \in \Lambda_{\{c,d\}} \quad (9)$$

2. 以下の不等式を満たす $n_p \times n_p$ 対称行列 P が存在する.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix}^* (\Phi_{\{c,d\}} \otimes P) \begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix} + \Theta < 0$$

これが, 連続時間・離散時間系 KYP 補題の統一的表現である.

2.2.3 一般化 KYP 補題の概要

ここでは, 連続時間・離散時間 KYP 補題の統一的表現をさらに拡張し, 低周波 (LF)・中間周波 (MF)・高周波 (HF) 帯域など有限周波数に限定した周波数特性の条件を与える統一的な LMI 条件を紹介する. 周波数変数を表す複素数のクラスを $\Phi, \Psi \in \mathbf{H}_2$ を用いて, 次のように表すとする.

$$\Lambda(\Phi, \Psi) := \{ \lambda \in \mathbf{C} \mid \sigma(\lambda, \Phi) = 0, \sigma(\lambda, \Psi) \geq 0 \} \quad (10)$$

いま, Ψ を

$$\Psi_c = \begin{bmatrix} -1 & \lambda_c \\ \bar{\lambda}_c & r^2 - |\lambda_c|^2 \end{bmatrix}$$

と定めると,

$$\sigma(\lambda, \Psi_c) = r^2 - |\lambda - \lambda_c|^2$$

となり, 中心 λ_c , 半径 r の円領域を設定することができる. 同様に, Ψ を

$$\Psi_l = \begin{bmatrix} 0 & a + jb \\ a - jb & 2c \end{bmatrix}$$

と定めると,

$$\sigma(\lambda, \Psi_l) = a\Re(\lambda) + b\Im(\lambda) + c$$

となり直線が設定できる. 虚軸および単位円を表す (8) 式に領域制約を付加することで, (10) 式は周波数領域の設定を可能にしている. 連続時間系および離散時間系における周波数領域設定を図 9 に示す. なお, 図中の太線部分が設定領域を表している.

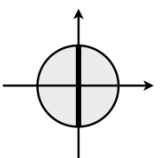
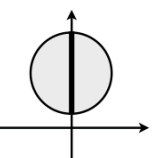
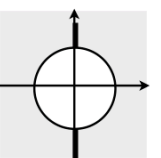
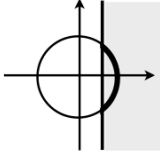
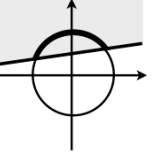
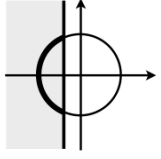
$\Phi \backslash \Psi$	LF	MF	HF
$j\omega$	 $ w \leq \varpi_l$	 $\varpi_1 \leq \omega \leq \varpi_2$	 $\varpi_h \leq \omega $
$e^{j\theta}$	 $ \theta \leq \vartheta_l$	 $\vartheta_1 \leq \theta \leq \vartheta_2$	 $\vartheta_h \leq \theta \leq \pi$

図 9 周波数変数の設定

いま, 虚軸と円の内部または外部の共通部分を連続時間系に対する周波数帯域, 単位円と半平面の共通部分を離散時間系に対する周波数帯域を設定するには, 表 1 のように設定すればよい.

表 1 周波数帯域と Ψ の決定

—	LF	MF	HF
$j\omega$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \varpi_l^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & j\varpi_c \\ -j\varpi_c & \varpi_1\varpi_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\varpi_l^2 \end{bmatrix}$
$e^{j\theta}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \cos \vartheta_l \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & e^{j\vartheta_c} \\ e^{-j\vartheta_c} & -2 \cos \vartheta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \cos \vartheta_h \end{bmatrix}$

ただし, 表中の $\varpi_c, \vartheta_c, \vartheta$ はそれぞれ

$$\begin{aligned}\varpi_c &:= \frac{\varpi_1 + \varpi_2}{2} \\ \vartheta_c &:= \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} \\ \vartheta &:= \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{2}\end{aligned}$$

である.

このとき, 以下の定理 (一般化 KYP 補題) [37] が成り立つ.

定理 2.3 [37, 38] 行列 A, B, C, D および $\Pi \in \mathbf{H}_{n_y+n_u}$ と (10) 式で定義される領域 $\Lambda(\Phi, \Psi)$ が与えられているとする.

$$\det(\lambda I - A) \neq 0, \sigma(G(\lambda), \Pi) \leq 0, \forall \lambda \in \Lambda(\Phi, \Psi) \quad (11)$$

が成立するための必要十分条件は, 以下の行列不等式を満たす $P \in \mathbf{H}_{n_p}, Q \geq 0 \in \mathbf{H}_{n_p}$ が存在することである.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix}^* (\Phi \otimes P + \Psi \otimes Q) \begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix} + \Theta \leq 0 \quad (12)$$

□

一般化 KYP 補題の証明は文献 [37] を参考にされたいが、ここでは数式の理解のために十分性の証明を見てみよう。いま、(11) 式を計算すると、

$$\begin{aligned}\sigma(G(\lambda), \Pi) &= \begin{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \\ I_{n_u} \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} C & D \\ 0 & I_{n_u} \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} C & D \\ 0 & I_{n_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\lambda I - A)^{-1}B \\ I_{n_u} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \\ I_{n_u} \end{bmatrix}^* \Theta \begin{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \\ I_{n_u} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

を得る。これを (12) 式の左辺第一項に置き換えると、

$$\begin{aligned}\sigma(G(\lambda), \Pi) &\leq - \begin{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \\ I_{n_u} \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix}^* (\Phi \otimes P + \Psi \otimes Q) \\ &\quad \begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \\ I_{n_u} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

となる。ここから、(13) 式の右辺に

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \\ I_{n_u} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A(\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B + B \\ (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A + (\lambda I_{n_p} - A) \\ I_{n_p} \end{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \\ &= \begin{bmatrix} \lambda I_{n_p} \\ I_{n_p} \end{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \end{aligned}$$

の変形を適用すると以下となる。

$$\begin{aligned}-B^*[(\lambda I_{n_p} - A)^{-1}]^* \begin{bmatrix} \lambda I_{n_p} \\ I_{n_p} \end{bmatrix}^* (\Phi \otimes P) \begin{bmatrix} \lambda I_{n_p} \\ I_{n_p} \end{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \\ -B^*[(\lambda I_{n_p} - A)^{-1}]^* \begin{bmatrix} \lambda I_{n_p} \\ I_{n_p} \end{bmatrix}^* (\Psi \otimes Q) \begin{bmatrix} \lambda I_{n_p} \\ I_{n_p} \end{bmatrix} (\lambda I_{n_p} - A)^{-1}B \end{aligned} \quad (14)$$

いま、 λ は Λ の任意の要素であるので、任意の P に対して (14) 式の第一項は 0 となる。また、 $\sigma(\lambda, \Psi) \geq 0$ であるので、任意の $Q \geq 0$ に対して

$$\begin{bmatrix} \lambda I_{n_p} \\ I_{n_p} \end{bmatrix}^* (\Psi \otimes Q) \begin{bmatrix} \lambda I_{n_p} \\ I_{n_p} \end{bmatrix} \geq 0$$

となることで, 題意が成立する.

設計問題を取り扱うためには, $G(\lambda)$ に設計パラメータを含む必要がある. 例えば通常の KYP 補題に基づき,

$$G_0 : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) \end{cases} \quad (15)$$

で表される連続時間系 G_0 に対して,

$$u(t) = K_s x(t)$$

となる, 状態フィードバック制御ゲイン K_s を設計する場合を考える. なお, $x(t)$, $w(t)$, $u(t)$, $z(t)$, $y(t)$ は状態, 外乱, 制御入力, 制御出力, 観測出力を表している. 状態フィードバックが可能となる場合 ((15) 式中において $C_2 = I$, $D_{21} = 0$) の閉ループ系は

$$G_{cl} : \begin{cases} \dot{x}(t) = (A + B_2K_s)x(t) + B_1w(t) \\ z(t) = (C_1 + D_{12}K_s)x(t) + D_{11}w(t) \end{cases}$$

で表される. いま, 上記のシステムを安定化するには以下の不等式を満たす対称行列 $P > 0$ と K_s を求めればよい.

$$P(A + B_2K_s) + (A + B_2K_s)^T P < 0$$

しかし, 上式は LMI ではないのでそのまま解くことはできない. いま, 左右から P^{-1} をかけて合同変換をおこなう. さらに新たな変数 X を用いることで,

$$(A + B_2K_s)X + X(A + B_2K_s)^T < 0$$

という等価な関係を導くことができ, この不等式が成り立つ $X > 0$ と K_s が存在すればよい. これも一見すると LMI ではないが, 新たな変数 $X_0 := K_s X$ を導入することで LMI となり, K_s は $X_0 X^{-1}$ により定められる. つまり, $\|G_{cl}\|_\infty < \gamma$ を達成する K_s を設計するためには, (7) 式の双対の有界実補題に (15) 式の関係を導入し, P と K_s が存在すればよい.

一般化 KYP 補題も同様にそのまま解くことを考えると, 凸最適化問題とはならない. しかし, 次のように LMI 最適化問題に帰着できるクラスがある. いま,

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} \end{bmatrix}, \quad \Pi_{11} \in \mathbf{H}_{n_{ny}}, \quad \Pi_{11} \geq 0 \quad (16)$$

とし, 系が SISO であるとする. このとき $\Pi_{11} > 0$ なら (9) 式を満たす領域は円の内側, $\Pi_{11} = 0$ なら直線を境界とする半平面となり領域が凸となる. 条件 (16) を満たすとき, 行列不等式 (12) に Schur の補題 [39] を適用すると以下となる.

$$\begin{bmatrix} \Gamma(P, Q, C, D) & \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix}^* S \\ S^* \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} & -R \end{bmatrix} < 0$$

ただし, $\Pi_{11} = SR^{-1}S^* \geq 0$, $\text{rank}R = \text{rank}\Pi_{11}$ かつ

$$\Gamma(P, Q, C, D) := \begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix}^* (\Phi \otimes P + \Psi \otimes Q) \begin{bmatrix} A & B \\ I_{n_p} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C^* \Pi_{12} \\ \Pi_{12}^* & D^* \Pi_{12} + \Pi_{12}^* D + \Pi_{22} \end{bmatrix}$$

である. いま, P, Q および C, D, Π_{11} について一次となるため A, B が固定され C, D にのみ設計パラメータを含む場合には Π_{22} を最適化変数となる LMI 最適化問題となる. これは分母多項式が固定されて, 分子多項式の係数を決定する状況である. FIR フィルタ設計問題や, PID 制御器による一巡伝達関数の周波数整形がこれにあたる [38]. 次節では, 一般化 KYP 補題に基づく FIR フィルタ設計例を示す.

2.2.4 一般化 KYP 補題の数値例

ここでは, FIR フィルタ設計問題に一般化 KYP 補題を適用し, 低域通過 FIR フィルタに関する数値例を示す. 今回は, 以下の仕様を満たしつつ γ を最小化する 20 次のフィルタを設計した. なお, この設計に必要な最適化計算には gKYPSDP[40] を用いている.

$$\begin{aligned} |F(e^{j\theta})| &\leq 0.01 \quad (= -40\text{dB}) & : & \quad 0.4\pi \leq \omega \leq \pi \\ |F(e^{j\theta}) - e^{-jd\theta}| &< \gamma & : & \quad \omega \leq 0.3\pi \end{aligned}$$

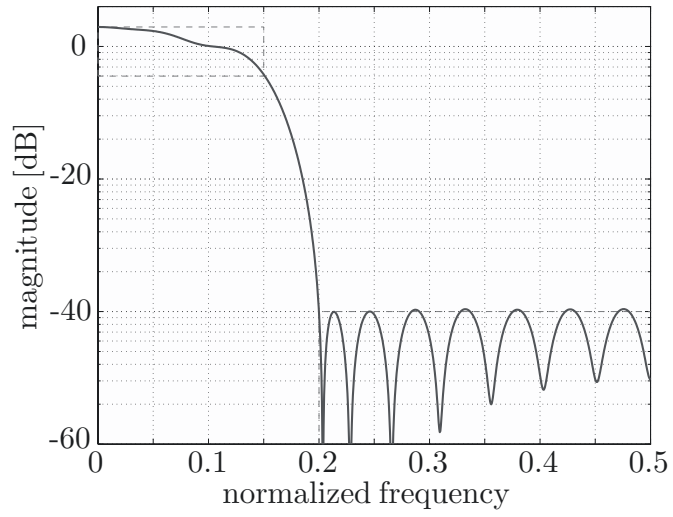


图 10 周波数特性

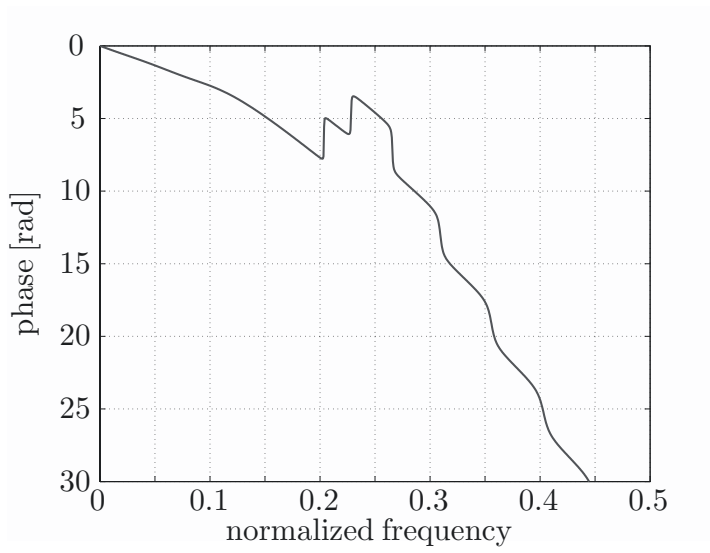


图 11 位相特性

3. 自転車のペダリングに対するパワーアシスト制御

3.1 本章の概要

近年利用者が増加している電動アシスト自転車は、我々にとって身近なパワーアシスト系といえる。利便性の観点から、電動アシスト自転車の航続距離を伸ばすために、各メーカーにおいても様々な取り組みがなされている。本章では自転車ペダリングの周期性に注目し、周期運動に対してエネルギー効率の意味で最適となるパワーアシスト制御法を提案する。そして、連続航続距離の延長を達成した成果について述べる。

本章の構成は以下のとおりである。まずはじめに、3.2節で電動アシスト自転車の開発動向について述べ、3.3節でトルクセンサとモーションキャプチャを用いてペダリング時の力の大きさと関節角の計測し、ペダリングが概ね周期運動であることを示す。次に、3.4節で電動アシスト自転車駆動系の運動モデルを導出し、これを基に3.5節で周期運動に対してエネルギー効率の最適となるパワーアシストの条件を示す。また、3.6節でパワーアシスト制御法について議論する。ここでは、最適条件を満たしているがペダリング周波数の変動に対するロバスト性や系の次数の面で不備がある従来法に対して、その両面を改善するパワーアシスト制御法を提案する。そして、3.7節で数値シミュレーション、実験を通して提案法の有効性と最適条件の正当性を示す。最後に3.8節で本章のまとめを述べる。

3.2 電動アシスト自転車の開発動向

ここでは、電動アシスト自転車のアシスト方式、トルクセンサ等に焦点をあてて開発動向についてふれる。電動アシスト自転車は、人間が加えたペダリング力をモータによって定数倍することでアシストをおこなう踏力比例制御とよばれるアシスト方式が採用されている。後述するが道路交通法でアシスト比率の上限が定められている中、各メーカーは走行状況に応じて（上り坂では強いアシスト、下り坂では弱いアシストなど）アシスト比率を変更することでバッテリーの節約や乗りごちを改善している。近年では走行速度とギアに合わせてアシスト力を変化

させることで、従来製品以上にアシスト力を有効に加える自転車も登場している。

走行時のペダリングトルクを計測するセンサにもいくつか種類がある。電動アシスト自転車の販売開始当初は、トルクによって変位する弾性体をクランク軸とギアの間に配置し、回転による変位量をカム等の機構を用いて固定された部分による変位量に変換し、ポテンショメータ等を用いて変位量を電気信号に変換した後、人間のペダリングトルクとの相関によってトルクを計測していた [41]。この形式ではペダル動作時の違和感などが問題となることから、現在は非接触の磁歪式トルクセンサの使用が主流となっている。この形式のセンサは、ペダリング時のクランク軸のねじれによってクランク軸に貼付けた磁歪素子の透磁率が変化することを利用して、この変化をクランク軸の外側におかれた検出コイルの磁気の変化として取り出してトルクの変化に変換する。このセンサの採用により、走行中の違和感が軽減された。

また、アシスト用モータについても開発が進んでいる。現在の主流は DC モータをクランク軸の後方に配置し、チェーンを引っ張ることでアシストするタイプである。（現在は販売されていないが）前輪にハブモータを搭載することで、前輪はモータ、後輪は人力で走行する両輪駆動式もある。この形式の利点は、悪路でも安定した走行が可能な点である。

なお、本研究では図 12 の車両を用いてモデリングや実験をおこなう。



図 12 実験用電動アシスト自転車

3.3 ペダリング力の周期性

本論文では、ペダリング力とはペダルにかかる力（踏力）のクランク回転の接線方向の分力をさす。人間が自転車をこぐとき、クランク角が鉛直上向きを基準にして $60[\text{deg}]$ から $120[\text{deg}]$ の区間はペダリング力が加えやすく、この区間から離れるにつれてペダリング力が入れにくくなり、クランク角が $180[\text{deg}]$ 以上になるとペダリング力が入れられなくなる。クランク角が $180[\text{deg}]$ 以上の区間では、もう片方のクランクにおいて同様の状況になる。このような見解から、ペダリングはペダリング力の強弱が変化する周期運動といえる。各クランク角におけるペダリング力の大きさについて測定した研究がある [42]。その概略図を図 13 に示す。

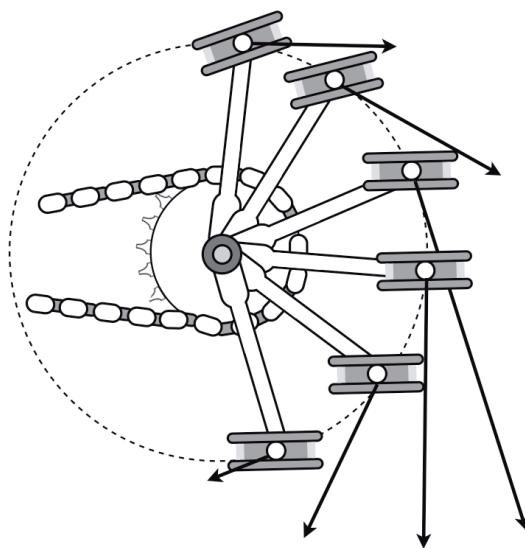


図 13 各クランク角におけるペダリング力

次に、ペダリング時に非接触磁歪式トルクセンサを用いて計測したペダリング力の実測値を図 14 に示す。ペダリング力は完全な正弦波状ではないものの、概ね

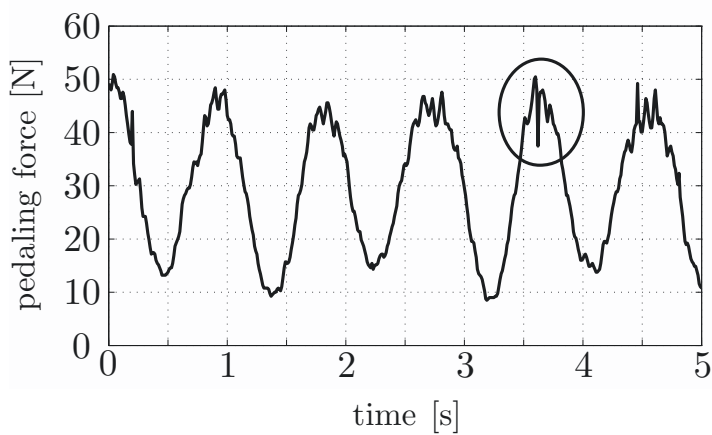


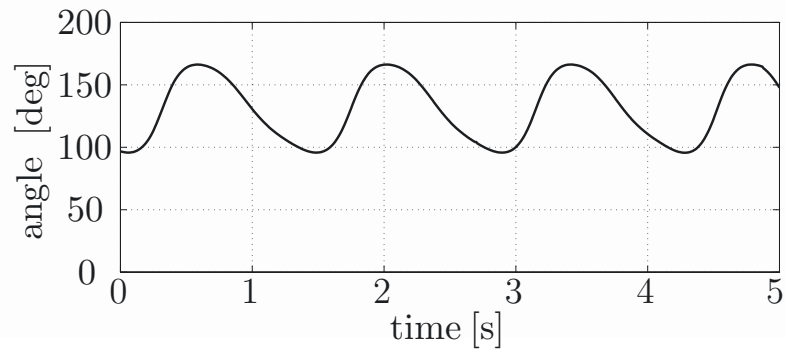
図 14 ペダリング力の実測値

周期信号とみなせる。この見解はバイオメカニクス分野における、ペダリング運動の研究では一般的なものといえる。例えば、文献 [15] は、ペダリング時のシー

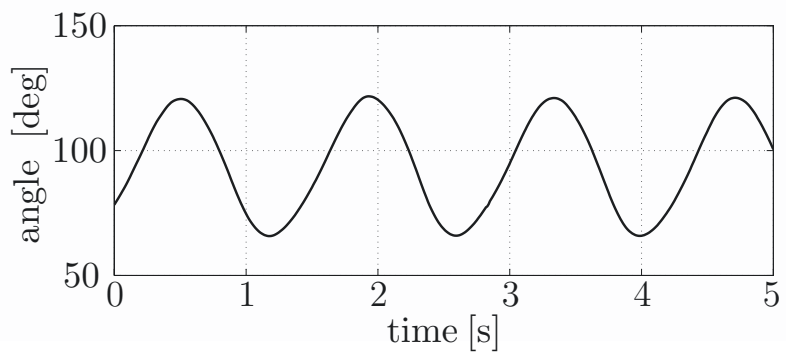
ト高と筋肉の働きの関係調べているが、13人の被験者が 80 ± 1 [rpm]で5分間走行した際の実験データを用いた、としている。一方で、磁歪式センサはその構造上、磁歪素子の透磁率の変化を検出する際等にノイズの影響を受ける。これは図14の丸印部分からもわかる。そこで、画像計測によるペダリング動作計測の検証も提示する。画像計測にはモーションキャプチャを使用し、ペダリング時の腰、膝、足首の関節中心部、つま先の座標を計測し、各関節の角度を算出した。図15に計測箇所、図16に各関節の角度の変化を示す。



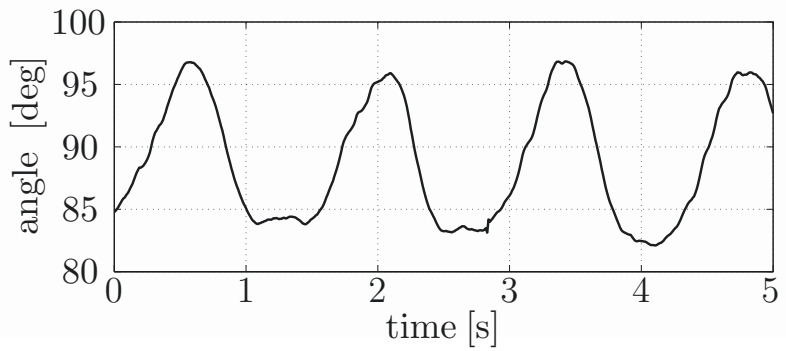
図 15 モーションキャプチャによる計測箇所



(a) θ_1



(b) θ_2



(c) θ_3

図 16 モーションキャプチャによる角度計測値

図 16 ではノイズの影響が少なくなったことで、ペダリング時の周期性が確認しやすくなっている。

3.4 電動アシスト自転車駆動系のモデル

電動アシスト自転車のアシスト機構の写真を図 17 に, またこのアシスト機構を含めた, 電動アシスト自転車駆動系の模式図を図 18 に示す. 図中の $\theta(t)$ は後輪の

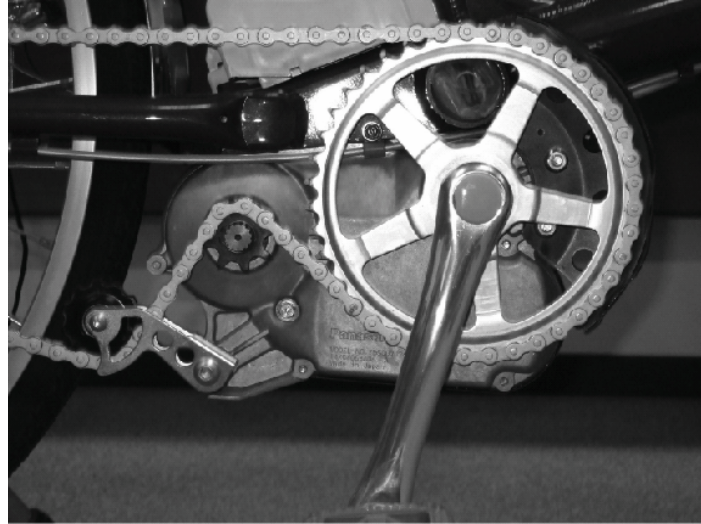


図 17 電動アシスト自転車のアシスト機構

回転角 [rad], $\tau_h(t)$ [N·m] は人間のペダリングトルク, $\tau_m(t)$ [N·m] はモータの駆動トルクを表している. また, ペダル, ギア, チェーン, 後輪の合算した慣性モーメントを J_d [kg·m²], 後輪の半径は r_b [m] とする. さらに, 走行時に自転車に加わる路面抵抗, 機械的損失そして空気抵抗などのエネルギー損失を粘性摩擦係数 D_d [N·s/m] で代表させるとする. このとき, 入力 $\tau_h(t) + \tau_m(t)$ から自転車の速度 $v(t)$ [m/s] までの駆動系モデルは

$$J_d \ddot{\theta}(t) + D_d \dot{\theta}(t) = \tau_h(t) + \tau_m(t), \quad v = r_b \dot{\theta}(t)$$

となり, これをラプラス変換することで

$$\begin{aligned} v &= \frac{r_b}{J_d s + D_d} (\tau_h + \tau_m) \\ &=: G_o(s) (\tau_h + \tau_m) \end{aligned} \tag{17}$$

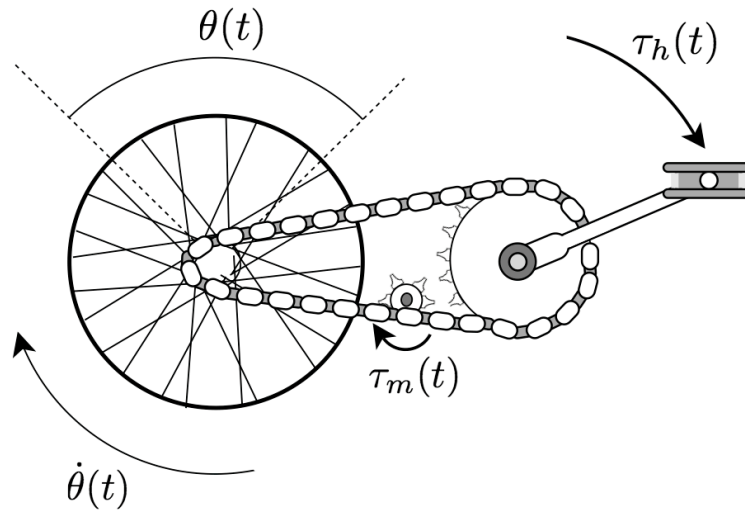


図 18 電動アシスト自転車の駆動系模式図

を得る. すなわち, (17) 式中の $G_o(s)$ は電動アシスト自転車駆動系の開ループ伝達関数である. さらに, パワーアシスト機構により, τ_m は

$$\tau_m = C(\tau_h, v) \quad (18)$$

によって決定されるものとする. いま, (17) 式および (18) 式からなる閉ループ系が伝達関数で与えられているものとし, これを $G_c(s)$ とおく. すなわち,

$$v = G_c(s)\tau_h \quad (19)$$

なる関係が成り立つ.

3.5 エネルギー効率の最適化

閉ループ伝達関数 $G_c(s)$ は安定であると仮定する. 周波数応答の原理から線形システム $G_c(s)$ にある周期信号を印可すると, 定常状態では同じ周期の信号が出力される. これに基づいて, 以下の結果が得られる.

補題 3.1 いま, τ_h は $[0, \hat{\omega}]$ に帯域制限された周期 T の周期信号であり, $G_c(j0)$ はフィードバック制御器によらず一定であると仮定する. ここで, 定常走行時のエネルギー効率が最大になるのは

$$G_c(j\omega_k) = 0 \quad (20)$$

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{T}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, N, \quad N = \left\lfloor \frac{\hat{\omega}T}{2\pi} \right\rfloor$$

のときである.

証明 仮定より τ_h は以下のように表される.

$$\tau_h = \sum_{k=-N}^N \alpha_k e^{j\omega_k t} \quad (21)$$

いま, τ_h は実関数なので, $\alpha_{-k} = \bar{\alpha}_k$ である. このとき, 定常走行時の速度 v は (19) 式および (21) 式より

$$v = \sum_{k=-N}^N \alpha_k G_c(j\omega_k) e^{j\omega_k t}$$

となる. いま,

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T v dt &= \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=-N}^N \alpha_k G_c(j\omega_k) e^{j\omega_k t} dt \\ &= |\alpha_0| G_c(j0) \end{aligned}$$

となるので, 仮定より平均速度は一定となる. 駆動システムで損失されるエネルギー E は摩擦力 $D_d v$ と速度 v の積で算出されるので, 具体的には以下のように表現される.

$$\begin{aligned} E &= \int_0^T D_d v^2 dt \\ &= D_d \int_0^T \left\{ \sum_{k=-N}^N \alpha_k G_c(j\omega_k) e^{j\omega_k t} \right\}^2 dt \end{aligned}$$

ここで, $f_k(t)$ を以下のように定義する.

$$f_k = \alpha_k G_c(j\omega_k) e^{j\omega_k t}$$

さらに, 関数 $f(t), g(t)$ に関して,

$$\langle f, g \rangle = \int_0^T f(t)g(t)dt$$

と定義する. このとき, E は次のように表される.

$$E = D_d \left\langle \sum_{k=-N}^N f_k, \sum_{l=-N}^N f_l \right\rangle$$

いま, 複素正弦波の直交性

$$\int_0^T e^{j\omega_k t} e^{j\omega_l t} dt = \begin{cases} T & (k = l) \\ 0 & (k \neq l) \end{cases}$$

より, E は

$$E = D_d T \sum_{k=-N}^N |\alpha_k|^2 |G_c(j\omega_k)|^2 \quad (22)$$

となる. さらに, 以下の不等式が成立する.

$$D_d T \sum_{k=-N}^N |\alpha_k|^2 |G_c(j\omega_k)|^2 \geq D_d T |\alpha_0|^2 |G_c(j0)|^2$$

ここで等式が成立するのは条件 (20) が成り立つ場合となる. いま, 平均速度が同じなので, システム全体のエネルギー損失が最小のとき移動に関するエネルギー効率
は最大となる. これより, 題意が成り立つ. \square

次に, 直感的な理解のために, 速度が一定の場合 ($N = 0$) と速度が基本調波の脈動を含む場合 ($N = 1$) の 2 通りについて比較しよう. いま, $v_0 := |\alpha_0 G_c(j0)|$, $\beta := \alpha_1 G_c(j\omega_1)$ とする. 速度が一定の場合の損失は

$$E_1 = D_d T v_0^2$$

となる. また, 加減速がある場合の速度は

$$\begin{aligned} v &= v_0 + \beta e^{j\omega_1 t} + \bar{\beta} e^{-j\omega_1 t} \\ &= v_0 + 2|\beta| \sin(\omega_1 t + \phi) \end{aligned}$$

であるから、速度 v が負にならない範囲で振幅 $2|\beta|$ が最大になるのは

$$|\beta| = \frac{v_0}{2}$$

のときである。このときの損失は (22) 式から

$$\begin{aligned} E_2 &= D_d T (v_0^2 + 2\beta^2) = \frac{3}{2} D_d T v_0^2 \\ &= \frac{3}{2} E_1 \end{aligned}$$

となる。つまり、加減速を繰り返す走行では速度が一定の場合に対して損失が 50[%] 増加するのでエネルギー効率が悪くなる。

3.6 パワーアシスト制御法

現在市販されている電動アシスト自転車には踏力比例制御 (Pedaling force Proportional Control: 以下では PPC と略記) とよばれるアシスト制御法が実装されている。この制御方式は、人間の力の瞬時値を計測し、それに比例したアシスト力をアクチュエータによって発生させる。PPC を用いたときの系全体のブロック図を図 19 に示す。図中の $\delta > 0$ はアシスト係数である。今回の実験に用いる電動

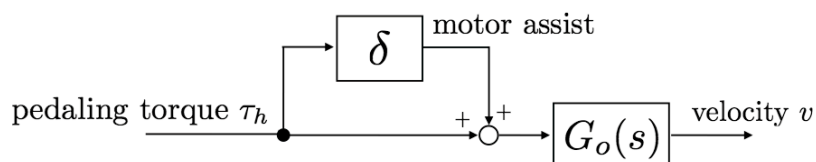


図 19 踏力比例制御

アシスト自転車ではペダル基部に配置されたトルクセンサで踏力の瞬時値を計測し、フロントギアの後方に搭載された DC モータにより計測値を δ 倍したトルクを印可することでアシストをおこなっている。市販車のモータによるアシスト力は道路交通法 [43, 44] により (チェーン引張り力換算で) 人間のペダリング力の最

大2倍までと定められ、速度上限に近づくにつれて漸減するように設定されている。PPCを用いたときの閉ループ系(正確にはフィードフォワード制御系)は

$$G_c(s) = (1 + \delta)G_o(s)$$

となる。いま、 $G_o(j\omega_k) \neq 0$ であるので条件(20)は満たされない。これは補題3.1の検討から、エネルギー効率の点で不利である。この状況を改善する提案法について次節以降で述べる。

3.6.1 修正型繰返し制御

人間による周期 T のペダリングトルク τ_h を周期外乱と見なし、繰返し制御の応用によってこれを除去する手法が提案されている[45]。図2で示した繰返し制御器を自転車のパワーアシストに用いたときの閉ループ系のブロック図を図20に示す。図中の $K_R(s)$ は前置制御器、 $M_d(s)$ はアシストモータを表している。図20

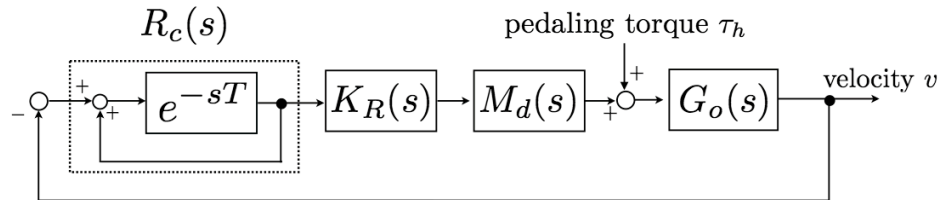


図20 繰返し制御による自転車アシスト系

の閉ループ系において、ペダリングトルク τ_h から速度 v までの伝達関数は

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + R_c K_R M_d G_o(s)}$$

であるから、 $G_c(j\omega_k) = 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$ となり、条件(20)を満たす。ただし、条件(20)には $k = 0$ は含まれないので、そのまま繰返し制御を適用することは必要以上の要求である。また、 $k = 0$ に対応する直流成分を打ち消すと自転車は前進し

ない. よって, τ_h の振動成分のみを除去するよう, 繰返し制御器を修正する必要がある.

以下では, 後のデジタル設計の都合にあわせて, 各要素は全て離散時間伝達関数として与えるものとする. サンプルング周期 T_s は T と整数比になるように選ぶとし, $\zeta = T/T_s$ とおく. このとき, 離散時間繰返し制御器の伝達関数は

$$R_c(z) = \frac{z^{-\zeta}}{1 - z^{-\zeta}} = \frac{1}{z^\zeta - 1} \quad (23)$$

となり, そのブロック図は図 21 で与えられる. また, (23) 式の分母は

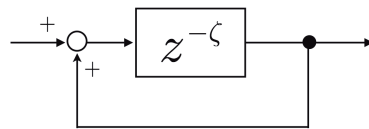


図 21 離散時間繰返し制御器

$$z^\zeta - 1 = (z - 1)(z^{\zeta-1} + z^{\zeta-2} + \dots + z + 1)$$

と因数分解されるので, 前述のように振動成分のみを除去するために直流成分に対応する極 $z = 1$ を取り除く. この修正型繰返し制御 (Modified-type Repetitive Control: 以下では MRC と略記) を用いた閉ループ系のブロック図を図 22 に示す.

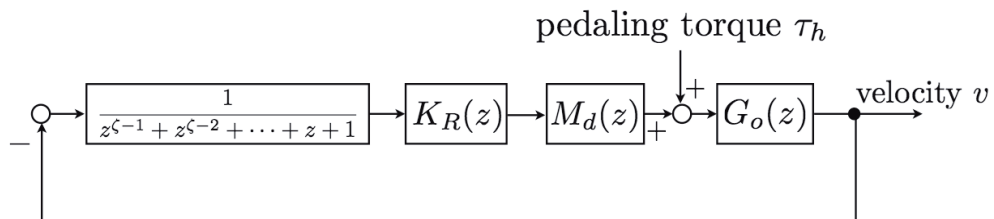


図 22 修正型繰返し制御系

3.6.2 FIR フィルタ型繰返し制御

通常繰返し制御系では構造的に閉ループ系の零点を所望の周波数に配置することで周期外乱を除去する。このため、非常にシャープな減衰特性をもつが、それゆえ除去可能な周波数の幅は狭くなる。そこで、通常繰返し制御器における時間遅延ブロックを FIR フィルタに置き換えることで設計の自由度を高め、特性を改善する手法 [46] が提案されている。他にもアナログローパスフィルタの特性を改善する目的で FIR フィルタを繰返し制御系設計に用いるというアイデアは、文献 [47] でも検討されている。FIR 構造を LMI による凸最適化に結び付けている点が文献 [46] の特徴である。これを FIR フィルタ型繰返し制御 (FIR Filter-type Repetitive Control: 以下では FIRRC と略記) [48] とよぶ。具体的には、図 21 の時間遅延ブロック $z^{-\zeta}$ を

$$X(z) = \sum_{k=0}^{\xi} X_k z^{-k}$$

で置き換える。例えば、 $\xi = \zeta$, $X_0 = X_1 = \dots = X_{\xi-1} = 0$, $X_{\xi} = 1$ と定めると、これは通常繰返し制御器となる。よって、 $X(z)$ は通常繰返し制御を含む自由度の高いパラメトリゼーションである。FIR フィルタ $X(z)$ の係数の決定にあたっては、前章で述べた一般化 KYP 補題を適用することで高次の重みを用いることなく、帯域ごとのゲイン特性の指定をおこなう。その結果、ノッチバンドの広帯域化が達成される。これを自転車のパワーアシストに適用しよう。

前述の FIRRC を用いた閉ループ系を図 23 に示す。図中の $K_F(z)$ は安定化制御

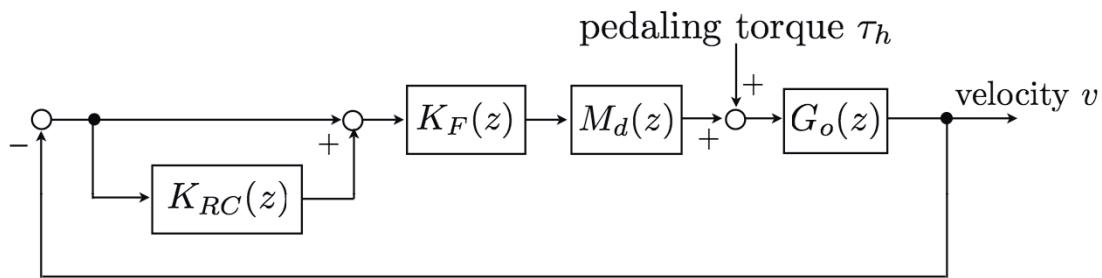


図 23 FIR フィルタ型繰返し制御系

器とし、繰返し制御器 $K_{RC}(z)$ は次の構造をもつとする.

$$K_{RC}(z) = \frac{XL(z)}{1 - X(z)} \quad (24)$$

対応するブロック図を以下に示す. 制御器 K_{RC} の設計手順は次のとおりである.

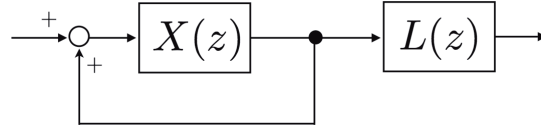


図 24 $K_{RC}(z)$ の構造

【FIRRC の設計法】 [46]

まず, $K_F(z)$ を

$$1 + K_F M_d G_o(z) = 0$$

の根が安定となり, 直流ゲインが所望の値をもつように選ぶ. 次に,

$$L(z) = \frac{1 + K_F M_d G_o(z)}{K_F M_d G_o(z)}$$

と定める [49, 50]. このとき, (24) 式よりペダリングトルク τ_h から速度 v までの閉ループ伝達関数は

$$G_c(z) = \frac{G_o(z)}{1 + K_F M_d G_o(z)} \cdot (1 - X(z))$$

と書ける. 上式から, $K_F(z)$ とは独立に $1 - X(z)$ のゲイン特性を操作することで $G_c(z)$ の周波数特性が設定できることが分かる. また, FIR フィルタ $X(z)$ の係数 X_k は以下の最適化問題に基づいて周波数整形をおこなうことで決定する.

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && \gamma_2 \\ & \text{subject to} && \|1 - X(e^{j\omega T_s})\|_{\infty} \leq \gamma_1 \\ & && |1 - X(e^{j\omega T_s})| \leq \gamma_2, \quad \omega \in [\omega_l, \omega_h] \\ & && |X(e^{j\omega T_s})| \leq \gamma_3, \quad \omega \leq \omega_d \end{aligned} \quad (25)$$

□

なお、補題 3.1 では全ての高調波成分も抑制することを要求しているが、ここでは基本調波のみを対象としている。上式中の $[\omega_l, \omega_h]$ は除去周波数帯域、 ω_d は直流成分を表現するための周波数上限を表している。一般化 KYP 補題を用いることで、前述のような周波数帯域ごとの設計が可能である。

3.6.3 IIR フィルタ型繰返し制御

前節で述べた方法では理論的制約から開ループでの FIR フィルタ設計を基にしている。しかし、一般に FIR フィルタの次数は同等の性能をもつ IIR フィルタに比べて著しく大きくなることが知られている [51]。一方、一般化 KYP 補題に基づいて (十分条件ではあるが) 閉ループ設計をおこなう手法が文献 [52] で提案されている。ここでは、この手法をパワーアシスト制御系の設計に適用することを考える。

設計手順の概略は以下のとおりである。まず、大まかなノッチ特性を与える低次の IIR フィルタ $F_I(z)$ を制御対象に直列に挿入する。これは、一般化 KYP 補題を用いると制御対象と同じ次数の制御器が求められるので、設計の自由度を高めるためである。この拡大系に対して周波数帯域ごとの詳細な閉ループの設計条件を与え、文献 [52] の方法によって動的フィードバック制御器 $K_I(z)$ を設計する。これを IIR フィルタ型繰返し制御 (IIR filter-type Repetitive Control: 以下では IIRRC と略記) とよぶ (図 25)。閉ループ系の周波数応答に対する仕様は次のよう

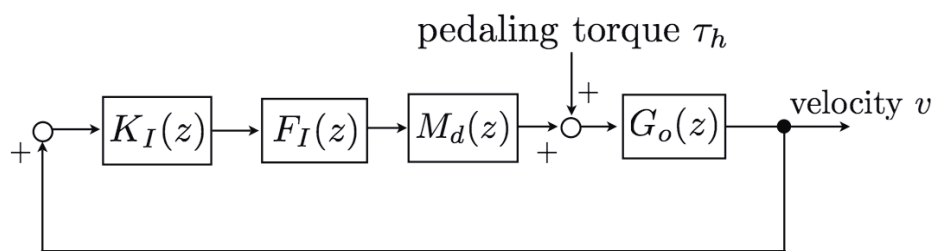


図 25 IIR フィルタ型繰返し制御系

に与える.

$$\begin{aligned} |G_c(e^{j\omega T_s})| &\leq \gamma_1, \quad \omega \in [\omega_l, \omega_h] \\ |G_c(e^{j\omega T_s})| &\leq \gamma_2, \quad \omega \in [0, \omega_d] \end{aligned} \quad (26)$$

上の条件は先と同様に, ペダリング周波数近傍のゲインおよび直流ゲインの上界を定めるものである. 一般化 KYP 補題による動的フィードバック制御器の設計法 [52] の概略を以下に示す.

一般化プラント $G_p(\lambda)$ およびフィードバック制御器 $K(\lambda)$ が

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G_p(\lambda) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}, \quad u = K(\lambda)y$$

$$G_p(\lambda) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right]$$

$$K(\lambda) = \left[\begin{array}{c|c} A_k & B_k \\ \hline C_k & D_k \end{array} \right]$$

で与えられているとする. いま, $G_p(\lambda)$, $K(\lambda)$ の次数はそれぞれ n_p , n_c とし, 各ベクトルのサイズは, $w(t) \in \mathbf{R}^{n_w}$, $u(t) \in \mathbf{R}^{n_u}$, $z(t) \in \mathbf{R}^{n_z}$, $y(t) \in \mathbf{R}^{n_y}$ とする. このとき w から z までの閉ループ伝達関数 $G_{wz}(\lambda)$ は以下のように与えられる.

$$\begin{aligned} G_{wz}(\lambda) &:= \left[\begin{array}{c|c} A_c & B_c \\ \hline C_c & D_c \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{cc|c} A + B_2 D_k C_2 & B_2 C_k & B_1 + B_2 D_k D_{21} \\ \hline B_k C_2 & A_k & B_k D_{21} \\ \hline C_1 + D_{21} D_k C_2 & D_{12} C_k & D_{11} + D_{12} D_k D_{21} \end{array} \right] \end{aligned}$$

ここで, (12) 式の双対な条件

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_c & I_{n_p+n_k} \\ C_c & 0 \end{bmatrix} (\Phi^T \otimes P + \Psi^T \otimes Q) \begin{bmatrix} A_c & I_{n_p+n_k} \\ C_c & 0 \end{bmatrix}^* \\ + \begin{bmatrix} B_c & 0 \\ D_c & I_{n_z} \end{bmatrix} \Pi \begin{bmatrix} B_c & 0 \\ D_c & I_{n_z} \end{bmatrix}^* < 0 \end{aligned} \quad (27)$$

を考える. LMI 条件を導出するために重要となるのは以下の結果である.

定理 3.1 [53] まず, $n := n_p + n_k$ とし, $J \in \mathbf{R}^{(2n+n_z) \times 2n}$,
 $H \in \mathbf{C}^{(2n+n_z) \times (n_w+n_z)}$, $L \in \mathbf{C}^{(2n+n_z) \times n}$ を以下のように定める.

$$J := \begin{bmatrix} I_{2n} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_c & 0 \\ D_c & I_{n_z} \end{bmatrix}, \quad L := \begin{bmatrix} -I_n \\ A_c \\ C_c \end{bmatrix}$$

また, $P, Q \in \mathbf{H}_n$, $R \in \mathbf{C}^{n \times (2n+n_z)}$, $\Phi, \Psi \in \mathbf{H}_2$, $\Pi \in \mathbf{H}_{n_w+n_z}$ が与えられているとする. さらに N, R は $\text{Ker}(R) = \text{Im}(N)$ の関係を満たすものとする. このとき, 以下の2つの条件は等価である.

1. (27) 式が成立して, かつ以下の条件が成立する.

$$N^*(J(\Phi^T \otimes P + \Psi^T \otimes Q)J^*)N + N^*(H\Pi H^*)N < 0$$

2. 以下の不等式を満たす $W \in \mathbf{C}^{n \times n}$ が存在する.

$$J(\Phi^T \otimes P + \Psi^T \otimes Q)J^* + H\Pi H^* < \text{He}(LWR) \quad (28)$$

□

この結果から, (27) 式の十分条件として (28) 式を考える.

行列 $X, Y, U, V \in \mathbf{C}^{n_p \times n_p}$ を用いて W を

$$W = \begin{bmatrix} X & (I_{n_p} - XY^*)(V^{-1})^* \\ U & -UY^*(V^{-1})^* \end{bmatrix}$$

とパラメトライズし, 新たに変数 $\tilde{M}, \tilde{G}, \tilde{H}, \tilde{L}$ を以下のように定める.

$$\begin{bmatrix} \tilde{M} & \tilde{G} \\ \tilde{H} & \tilde{L} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} YAX & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V & YB_2 \\ 0 & I_{n_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U & 0 \\ C_2X & I_{n_y} \end{bmatrix}$$

このとき,

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{c|c} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \hline \mathcal{C} & \mathcal{D} \end{array} \right] \\
& := \left[\begin{array}{cc|c} AX + B_2\tilde{H} & A + B_2\tilde{L}C_2 & B_1 + B_2\tilde{L}D_{21} \\ \tilde{M} & YA + \tilde{G}C_2 & YB_1 + \tilde{G}D_{21} \\ \hline C_1X + D_{21}\tilde{H} & C_1 + D_{12}\tilde{L}C_2 & D_{11} + D_{12}\tilde{L}D_{21} \end{array} \right] \\
& F := \begin{bmatrix} I_{n_p} & 0 \\ Y & V \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F} := \text{diag}(F, F, I_{n_z}) \\
& Z := YX + VU, \quad \mathcal{W} := \begin{bmatrix} X & I_{n_p} \\ Z & Y \end{bmatrix} \tag{29}
\end{aligned}$$

とおく, また \mathcal{R} について

$$R\mathcal{F}^* = F^*\mathcal{R}$$

が成り立つとするとき, (28) 式の合同変換から以下が成り立つ.

定理 3.2 [52] 以下の 2 つの条件は等価である.

1. 条件 (11) を満たす n_p 次のフィードバック制御器 $K(\lambda)$ が存在する.
2. 以下の不等式を満たす $X, Y, Z, \tilde{M}, \tilde{G}, \tilde{H}, \tilde{L}, \mathcal{P} \in \mathbf{H}_n, \mathcal{Q} \in \mathbf{H}_n > 0$ が存在する¹.

$$J(\Phi^T \otimes \mathcal{P} + \Psi^T \otimes \mathcal{Q})J^* + \mathcal{H}\Pi\mathcal{H}^* < \text{He}(\mathcal{L}\mathcal{R})$$

ただし,

$$\begin{aligned}
& \mathcal{P} := FPF^*, \quad \mathcal{Q} := FQF^* \\
& \mathcal{H} := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mathcal{B} & 0 \\ \mathcal{D} & I_{n_z} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{L} := \begin{bmatrix} -\mathcal{W} \\ \mathcal{A} \\ \mathcal{C} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

である. □

¹ Z は変数 U, V から (29) 式によって定まるが, U, V を独立に求める必要がないのでここでは Z を独立変数とおく.

パワーアシスト制御系の設計に際しては、中間周波数帯の仕様 $\omega \in [\omega_a, \omega_b]$ にあわせて、

$$\mathcal{R} = [I_{2n_p} \quad e^{-j(\omega_a + \omega_b)/2} I_{2n_p} \quad 0]$$

と選び、安定性のための極配置条件

$$\Phi \otimes P < \text{He} \left(\begin{bmatrix} \mathcal{A} \\ -I_{2n_p} \end{bmatrix} \mathcal{W} [I_{2n_p} \quad I_{2n_p}] \right)$$

も付加した連立 LMI を解いた。

3.7 有効性の検証

3.7.1 パワーアシスト系の設計

サンプリング周期 T_s は 0.01[s] とする。アシストなしの状態では駆動トルクと後輪の回転角を計測し最小二乗法によって (17) 式中のパラメータを同定した。アシストモータの特性は人間がほぼ同じ速度でペダリングした時のトルクセンサ値から求めた。その結果は以下のとおりである。

$$G_o(z) = \frac{7.15 \times 10^{-2}}{z - 9.11 \times 10^{-1}}, \quad M_d(z) = 2.85$$

またペダリングトルク τ_h の周期 T は、人間がこいだ場合の実測値を参考に 0.75[s] (角周波数 $\omega = 8.38$ [rad/sec]) とした。

【MRC の設計】

いま、 $\zeta = T/T_s = 75$ となる。前置制御器 $K_R(z)$ は応答特性を考慮しつつ、試行錯誤によって

$$K_R(z) = \frac{4.78z - 4.30}{z - 9.05 \times 10^{-1}}$$

と定めた。

【FIRRC の設計】

プラント $G_o M_d(z)$ に対する安定化制御器を

$$K_F(z) = \frac{3.33z - 3.33}{z - 9.05 \times 10^{-1}}$$

と選ぶ. FIR フィルタ $X(z)$ の次数は 40 とし, その係数は最適化問題 (25) において,

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= 1.2, & \gamma_3 &= 0.05, \\ \omega_l &= 7.96, & \omega_h &= 8.80, & \omega_d &= 3.14 \times 10^{-2}\end{aligned}$$

として**定理 2.3**により求めた. FIR フィルタの各係数 $X_k(k = 1, \dots, 40)$ の値は省略する.

【HIRRC の設計】

閉ループ系にノッチ特性をもたせるため, 図 26 のゲイン特性をもつ $F_I(z)$ を設定した. 具体的には,

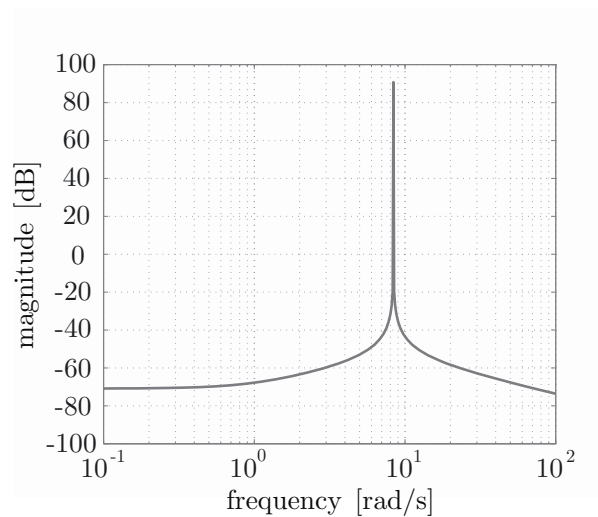


図 26 $F_I(z)$ の周波数特性

$$F_I(z) = \frac{2 \times 10^{-4}(z^2 - 9.95 \times 10^{-1}z + 2.66 \times 10^{-3})}{z^2 - 1.99z + 1}$$

である. フィードバック制御器は, ゲイン条件 (26) 中のパラメータを以下のように定め, **定理 3.1**に基づき設計した.

$$\gamma_1 = 0.93, \quad \gamma_2 = 0.82$$

$$\omega_l = 7.96, \quad \omega_h = 8.80, \quad \omega_d = 2 \times 10^{-1}$$

その結果, 以下の $K_I(z)$ を得た.

$$K_I(z) = \frac{K \prod_{i=1}^3 (z - z_i)}{\prod_{j=1}^3 (z - p_j)}$$

各係数の値は表 2 のとおりである.

それぞれの場合のペダリングトルクから速度までの閉ループ伝達関数のゲイン特性は図 27 のようになった. この結果より, FIRRC と IIRRC は MRC に比べ

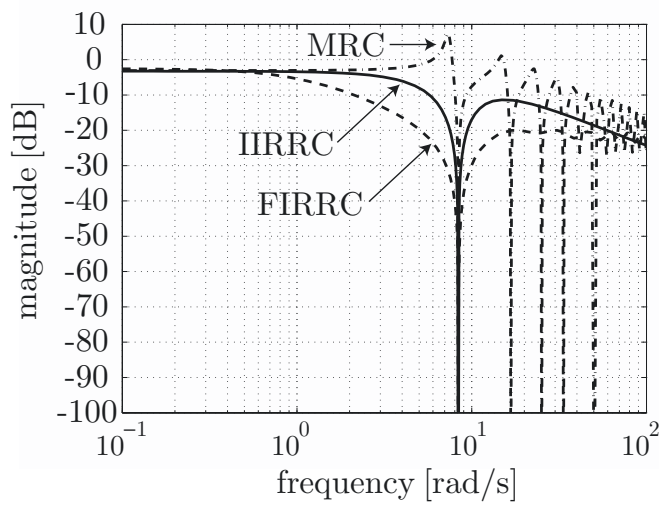


図 27 τ_h から v までの伝達関数の周波数特性

ノッチの広帯域化を実現していることが分かる. 制御器の次数は MRC が 75 次, FIRRC が 41 次に対して, IIRRC は 5 次である.

表 2 $K_I(z)$ のパラメータ

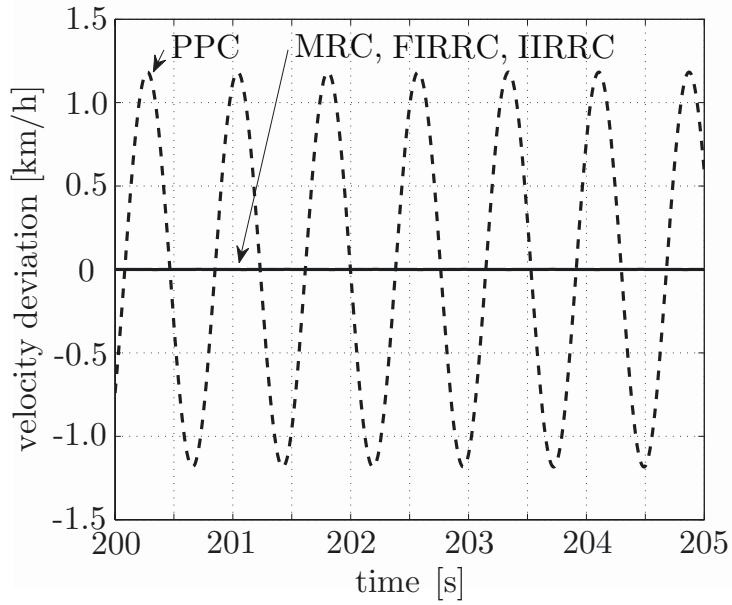
K	-1.38×10^4	—	—
p_1	-0.49	z_1	-0.39
p_2, p_3	$-0.15 \pm 0.33j$	z_2, z_3	$0.88 \pm 0.09j$

3.7.2 数値シミュレーション結果

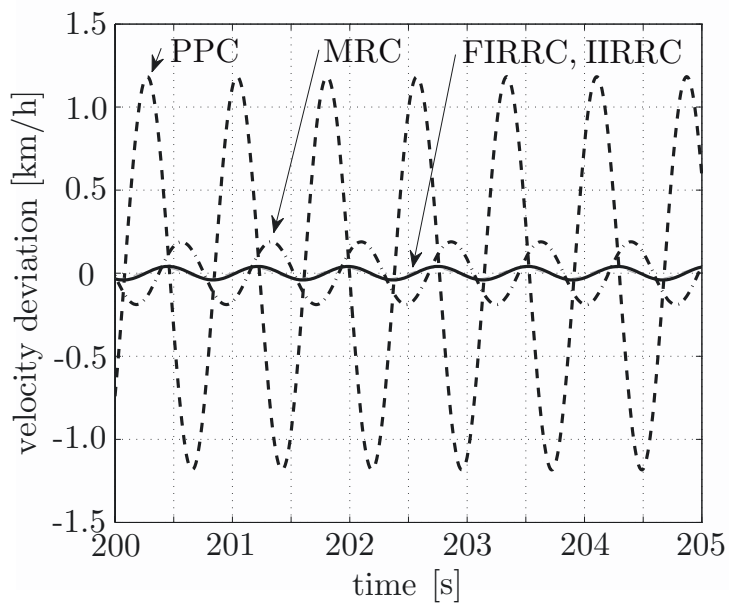
ここでは、各設計法に基づく閉ループ系の時間応答シミュレーションをおこな
い、性能を比較する。ペダリングトルクの角周波数は基準値 $\omega_1 = 8.38$ と、文献[15]
の実験時のガイドラインを参考に定めた摂動を加えた値 $\omega_2 = 8.20$ の2通りを考
える。振幅と直流成分の大きさは人間がこいだ場合を参考にして設定した。具体
的に入力したペダリングトルクは以下のとおりである。

$$\tau_h(t) = 1.4 \sin \omega t + 3.8$$

また、PPCのシミュレーションにあたっては、チェーン引張り力に換算して約2倍
のアシストが得られるように $\delta = 0.4$ と定めた。定常状態での速度偏差を図28に
示す。



(a) Nominal frequency case ($\omega = \omega_1$)

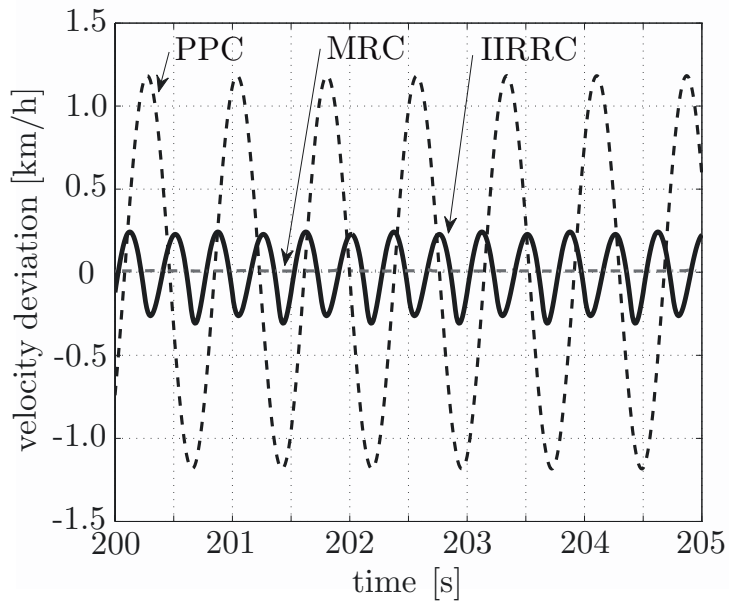


(b) Perturbed frequency case ($\omega = \omega_2$)

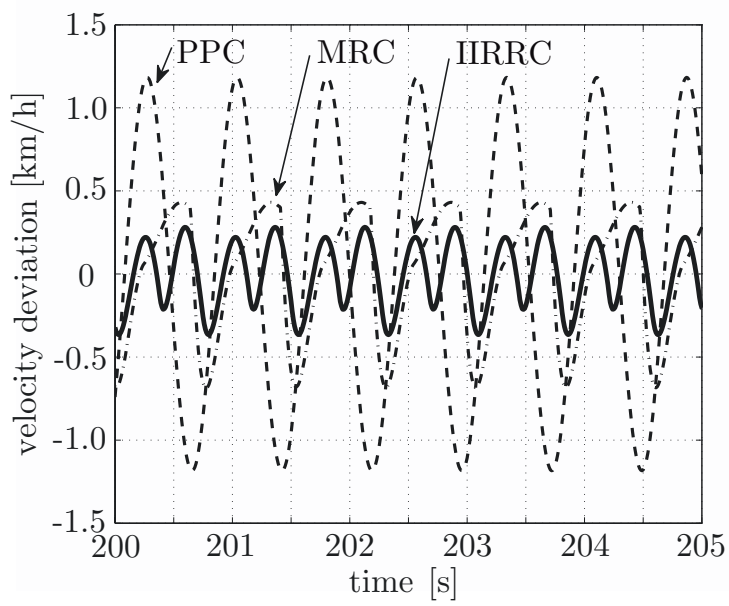
图 28 速度偏差

上図 (a) はペダリングトルクの角周波数が設計時の値と一致している場合 ($\omega = \omega_1$), 下図 (b) はそれから若干のずれがある場合 ($\omega = \omega_2$) である. ペダリング角周波数が設計どおりである場合には, MRC, FIRRC, IIRRC のいずれも, ほぼ完全に速度変動の除去を達成している. 当然のことながら, PPC では大きな速度変動が生じている. 一方, 角周波数が若干ずれた場合は, ノッチの帯域が狭いため, MRC では変動が大きくなる. FIRRC と IIRRC でも若干速度変動が生じるが, 劣化の度合いは小さい.

実際の電動アシスト自転車の制御系には, 安全性の観点からモータの逆回転を防ぐためのリミッタが挿入されている. この状況にあわせた数値シミュレーションも実施した (図 29).



(a) Nominal frequency case ($\omega = \omega_1$)



(b) Perturbed frequency case ($\omega = \omega_2$)

図 29 速度偏差 (リミッタあり)

リミッタを挿入したことで, MRC, IIRRC ともに変動除去性能は低下しているが, 速度偏差の大小関係においてはリミッタなしの場合と同様の傾向を示している。なお, 前述の結果より FIRRC と IIRRC がほぼ同等の性能を有することが確認できたので, FIRRC の結果を省略している。

3.7.3 実験系の構成

人間が長時間にわたって一定のペダリング動作を続けることは難しく, また実験ごとの再現性を確保することも困難である。そこで本研究では実験時のペダリングトルクを正確に発生させるためにモータ駆動されるペダリング機器 (図 30) を製作した。

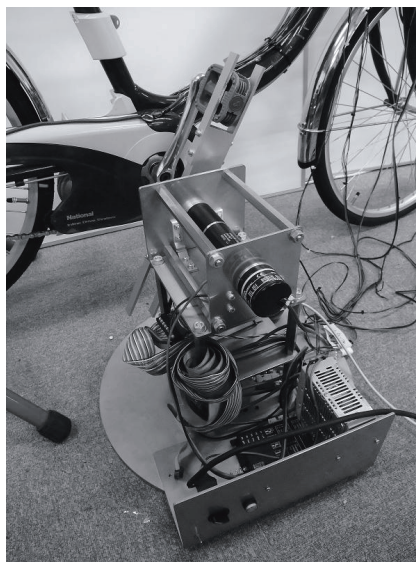


図 30 ペダリング機器

走行中の負荷は競技用のトレーニング機器 (図 31) を装着することで再現した。



図 31 トレーニング機器

また、後輪ハブに滑り止めのゴムを巻いた円盤を押し付け、その回転角をロータリエンコーダによって計測している。計測した回転角を基にオブザーバ [54] を用いて後輪の速度推定をおこなっている。実験系の構成のブロック図を図 32 に示す。

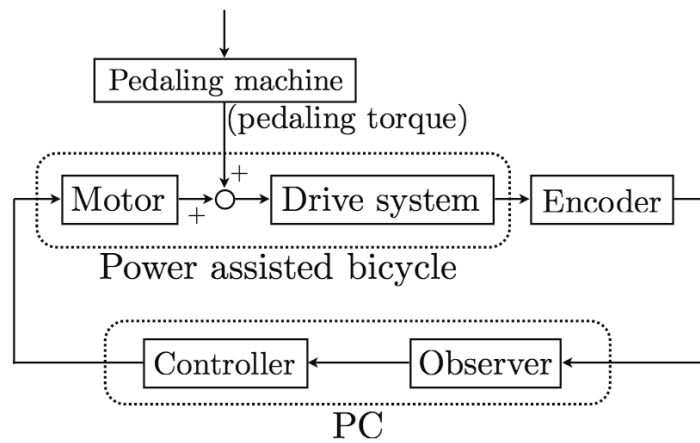


図 32 実験系の構成

3.7.4 実験結果

実験時の定常状態における各手法の速度偏差を図 33-35 に示す。数値シミュレーションと同様に、PPC では (a), (b) とともに大きな変動が生じている。MRC では (a) の場合には良好な変動除去性能をみせているが、(b) の場合には性能が著しく低下している。IIRRC の場合にも (a) と比べると (b) では性能が低下するが、劣化の度合いは小さい。

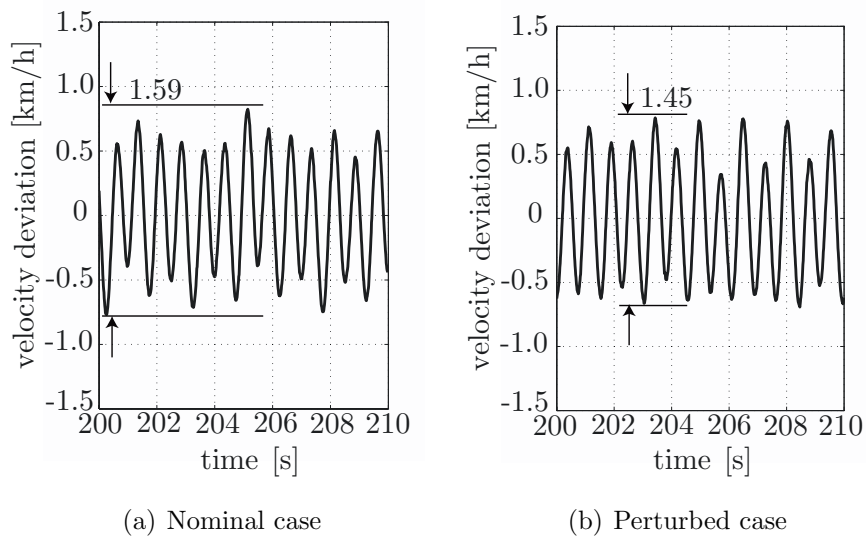


図 33 速度偏差 (PPC)

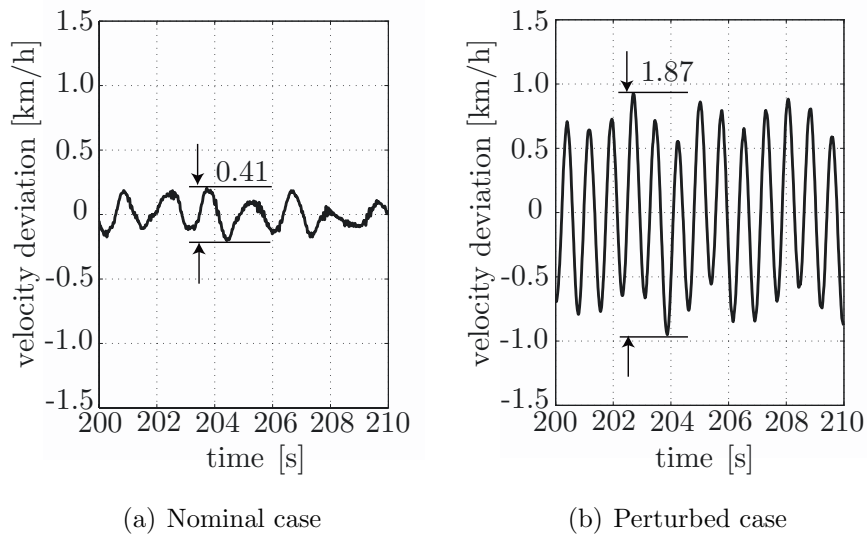


図 34 速度偏差 (MRC)

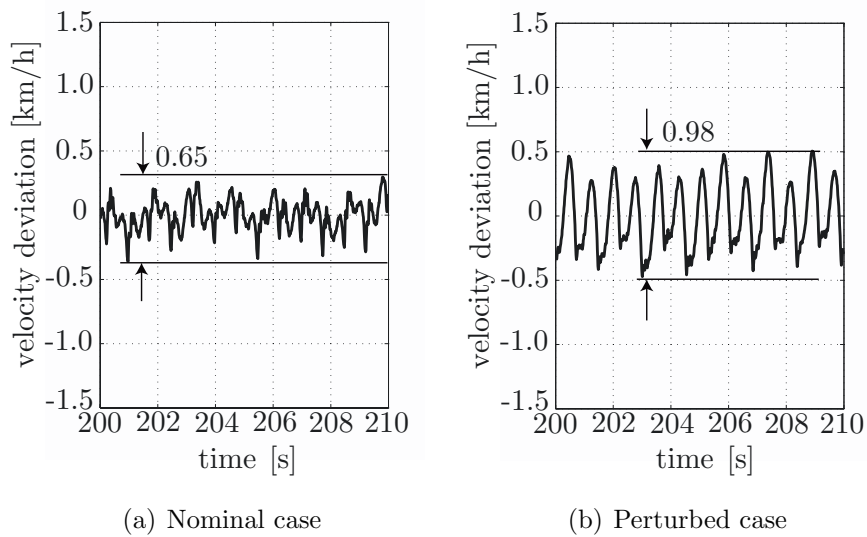


図 35 速度偏差 (IIRRC)

また、実験時の後輪速度の積分値 (航続距離に相当) とバッテリー電圧降下量を図 36 と図 37 に示す。

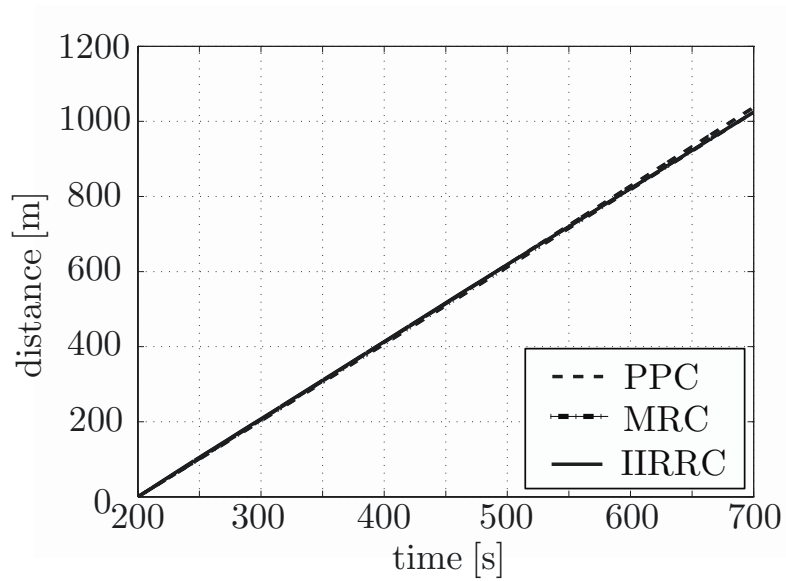


図 36 航続距離

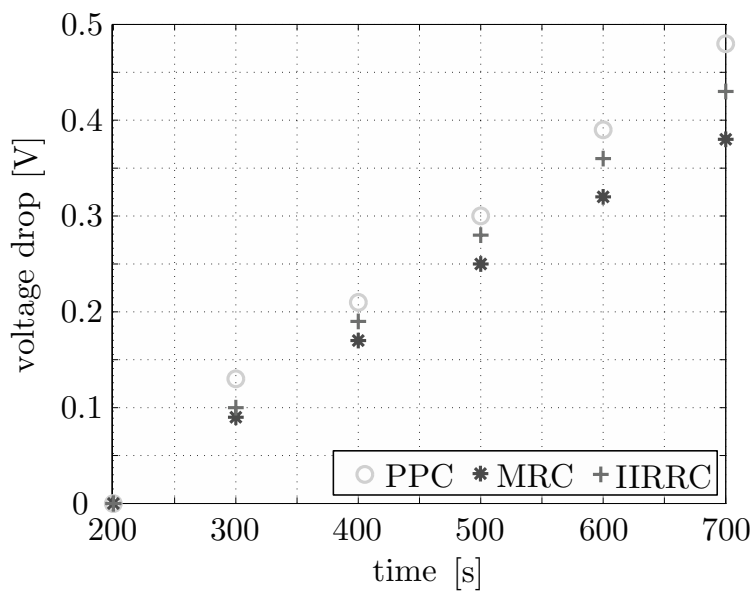


図 37 バッテリ電圧降下量

今回の実験に使用した電動アシスト自転車ではフル充電の状態から定常走行をおこなうと航続距離に比例してバッテリーの電圧降下が起こり、電圧が基準値を下まわるとアシスト機構は停止する。したがって単位時間あたりの電圧降下量を比較することによってエネルギー効率の優劣を判定できる。航続距離、すなわち後輪の平均回転角速度が等しいとき、ギヤ比は一定なので平均ペダリング角速度も等しい。よって同一のペダリングトルクを発生しているとき、ペダリング装置が自転車に供給するエネルギー量は等しい。したがって図 36 に示すようにアシストされた自転車がほぼ同一の平均速度で走行しているとき、バッテリー消費量が小さいほど、移動に関するエネルギー消費は小さいことになる。図 37 から速度変動を抑制した MRC, IIRRC はエネルギー効率の点で有利であることが分かる。

3.8 本章のまとめ

本章では自転車ペダリングを例にして、エネルギー効率の意味で最適な周期運動に対するパワーアシスト制御法について考察した。従来法に対して、系の次数やペダリング周期の変動に対するロバスト性の面で改善した手法を提案した。また、実験時に計測したバッテリー電圧の低下の度合いから、エネルギー効率の最適条件が妥当であることを示した。

4. 船舶のエンジン回転数制御

4.1 本章の概要

近年, 電気推進船やハイブリッド船などが検討され [28], 船舶に対して工学的に
関与する領域が広がっている. 本章では船舶の運動に焦点をあてて, 燃費の改善を
検討する. 文献 [26] で考察されているような規則波中の船舶は, 波から受ける周
期的な力とプロペラが発生する推力の二つの力が入力となって運動している. こ
の状況は, 電動アシスト自転車の運動に類似しているといえる. そこで, 本章では
3章で提案したパワーアシスト制御法をエンジン回転数制御に応用する. そして提
案手法が電動アシスト自転車以外にも応用でき, かつエネルギー効率の意味で優
位であることを示す.

本章の構成は以下の通りである. まず4.2節で, 船舶の線形な運動モデルを導出
する. 次に4.3節では, 船舶モデルに対して3章で提案したパワーアシスト制御法
を船舶のエンジン回転数制御へ応用し, 数値シミュレーションにより燃費改善を
示す. そして, 4.4節で本章のまとめを述べる.

4.2 船舶の運動モデル

本節では, 図 38 に示す規則波中を航行する船舶の, 簡素化した前後方向のモデ
ルを文献 [26, 55] の記述を基にして導出する. 船舶の進行方向を x_s 軸で表す. ま

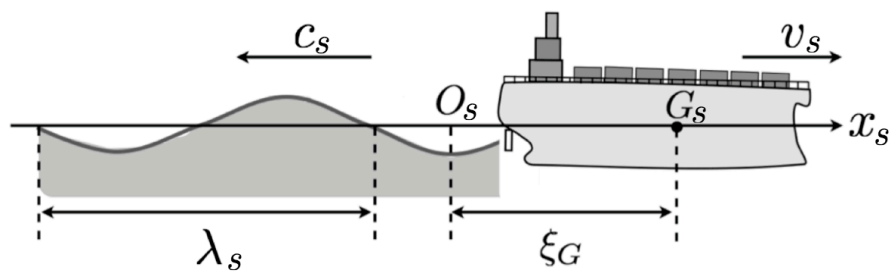


図 38 船舶運動モデルの座標系

た, 規則波の波長を λ_s [m], ある規則波の谷 O_s から船舶の重心 G_s までの距離を ξ_G [m], 船舶の速度を v_s [m/s], 規則波の位相速度を c_s [m/s] とする. 船舶の平均速度

$$\bar{v}_s = \frac{1}{t} \int_0^t v_s(\tau) d\tau$$

は c に比べて比較的小さいと仮定し,

$$\xi_G = (c_s + \bar{v}_s)t \quad (30)$$

とみなす. 次に, 向波時の波浪強制力 X_w は, 海水密度 ρ , 重力加速度 g , 波の振幅 ξ_w , 波数 k_w , 船体深さ d_s , 船首端 b_s , 船尾端 s_s , 船体断面積 $S(x_s)$ により,

$$X_w(\xi_G) = -\rho g \xi_w k_w e^{-k \frac{d_s}{2}} \int_{s_s}^{b_s} S(x_s) W(\xi_G, x_s) dx_s \quad (31)$$

となる. ただし,

$$W(\xi_G, x_s) = \sin 2\pi(\xi_G + x_s)/\lambda_s \quad (32)$$

である. ここで, (32) 式の右辺に (30) 式を代入し, 加法定理により書き換えると

$$W(\xi_G, x_s) = \sin 2\pi \frac{(c_s + \bar{v}_s)t}{\lambda_s} \cos 2\pi \frac{x_s}{\lambda_s} + \cos 2\pi \frac{(c_s + \bar{v}_s)t}{\lambda_s} \sin 2\pi \frac{x_s}{\lambda_s}$$

となり, これを (31) 式に代入することで,

$$X_w(\xi_G) = \alpha \sin \omega_0 t + \beta \cos \omega_0 t$$

を得る. ただし,

$$\alpha = -\rho g \xi_w k_w e^{-k \frac{d_s}{2}} \int_{s_s}^{b_s} S(x_s) \cos 2\pi \frac{x_s}{\lambda_s} dx_s,$$

$$\beta = -\rho g \xi_w k_w e^{-k \frac{d_s}{2}} \int_{s_s}^{b_s} S(x_s) \sin 2\pi \frac{x_s}{\lambda_s} dx_s,$$

$$\omega_0 = 2\pi \frac{c_s + \bar{v}_s}{\lambda_s}$$

である. この結果より,

$$X_w = \gamma_s \sin(\omega_0 t + \delta)$$

$$\gamma_s = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \quad \delta = \tan^{-1} \frac{\alpha}{\beta}$$

となる。よって、 X_w は $2\pi/\omega_0$ の周期をもった周期関数である。そして、エンジン回転数を n_s 、スラスト減少係数を t_p 、プロペラの直径を D_p 、スラスト係数を $K_T(v_s)$ とする。このとき、プロペラ推力 $T_h(v_s, n_s)$ は以下となる。

$$T_h(v_s, n_s) = (1 - t_p)\rho D_p^4 K_T(v_s) n_s^2$$

また、ディーゼルエンジンの回転数 n_s と燃料噴射量 h には

$$h \propto n_s^2 \quad (33)$$

の関係が成り立つ [56] ので、係数 k を用いると T_h と h は $T_h(v_s, h) \simeq kK_T(v_s)h$ となる。船舶の重量 M_s 、船体抵抗 $R_s(v_s)$ 、(31) 式および (33) 式から、以下の船舶の前後方向に対する運動方程式を得る。

$$M_s \frac{dv}{dt} + R_s(v_s) = \gamma_s \sin(\omega_0 t + \delta) + kK_T(v_s)h$$

さらに $\bar{k} = kK_T(\bar{v}_s)$ 、 $R_s(v_s) = \bar{R}_s v_s$ と近似すると、以下の線形な微分方程式が導かれる。

$$M_s \frac{dv_s}{dt} + \bar{R}_s v_s(t) = \gamma_s \sin(\omega_0 t + \delta) + \bar{k}h \quad (34)$$

4.3 エンジン回転数制御系の設計

4.3.1 制御系の設計

いま、船舶に加わる力（波浪強制力とプロペラ推力の合計）と船舶の速度の関係を伝達関数 $G_o(s)$ を用いて

$$v_s = G_o(s) \left\{ \gamma_s \sin(\omega_0 t + \delta) + \bar{k}h \right\} \quad (35)$$

と表す。この (35) 式の系に対して 3.6 節で提案した IIRRC (図 39) を適用する。ここで、図 39 中の r_s は船舶速度の参照値である。また、波浪強制力 X_w から速度

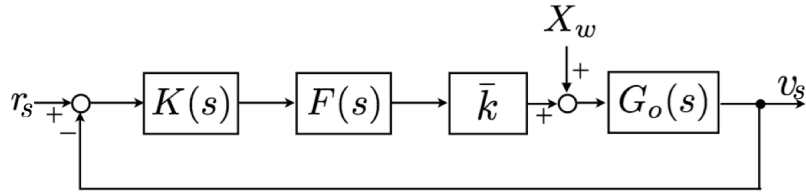


図 39 エンジン回転数制御系

v_s までの閉ループ伝達関数 $G_c(s)$ を

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + KF\bar{k}G_o(s)}$$

とする. このとき, 閉ループ系の周波数応答に対する仕様は次のように与えた.

$$|G_c(j\omega)| \leq \gamma_1, \quad \omega \in [\omega_l, \omega_h]$$

上式中の $[\omega_l, \omega_h]$ は除去の対象とする周波数帯域を示している.

本研究では表 3 に示す中型のコンテナ船を想定して制御系の設計をおこなった. なお, 表 3 中の MCR(Maximum Continuous Rating) は最大連続定格値を意味する. 今回は, 規則波の波長 λ_s を 300[m], 振幅 ξ_w を 2.4[m], 波の位相速度 c_s を

表 3 船舶の仕様

mass	2.47×10^6 [kg]
length	150 [m]
depth	13.5 [m]
breadth	27.2 [m]
propeller diameter	5.04 [m]
MCR of the engine speed	165 [rpm]

5.5[m/s] とした. また, 粘性摩擦係数 \bar{R}_s を 177×10^3 , 定常状態における船舶の平均速度 \bar{v}_s を 2.5[m/s] と決めた. 船舶の平均速度, 規則波の位相速度, 規則波の波長から, 船舶が受ける波浪強制力の周期は 37.5[s] ($\omega_0=0.17$ [rad/s]) と決まる. こ

の周波数に対する開ループのゲインは $G_o(j\omega_0) \simeq 2.26 \times 10^{-6}$ である。周波数に対するロバスト性を考慮し、 ω_0 の前後 $\pm 5[\%]$ の周波数帯域で $G_c(j\omega)$ を $G_o(j\omega_0)$ に比べて $40[\text{dB}]$ 以上減衰させることを設計仕様とする。閉ループ系に所望の減衰特性を持たせるため、以下のフィルタを挿入した。

$$F_s(s) = \frac{80s + 0.56}{s^2 + 0.03}$$

フィルタ $F_s(s)$ は、上記の周波数帯域で直流ゲインに対して $40[\text{dB}]$ 以上のゲイン比を持つように選んだ。この拡大系に対し動的出力フィードバック制御器 $K(s)$ の設計をおこなう。基準周波数の $\pm 5[\%]$ の帯域上下限として $\omega_l = 0.15$, $\omega_h = 0.18$ と選ぶ。また $G_o(j\omega_0)$ に対して所望の減衰が確保されるよう $\gamma_1 = 2 \times 10^{-8}$ とした。一般化 KYP 補題では安定性は自動的に保証されないため、左半平面への極配置条件を付加する。この結果、設計仕様を満たす以下の安定化制御器 $K(s)$ を得た。

$$K(s) = \frac{2.55 \times 10^4 (s + 3.71)(s + 0.53)(s + 0.26)}{(s + 0.01)(s^2 + 15.04s + 156.4)}$$

波浪強制力 X_w から船舶の速度 v_s までの閉ループ伝達関数 $G_c(s)$ の周波数特性を図 40 に示す。

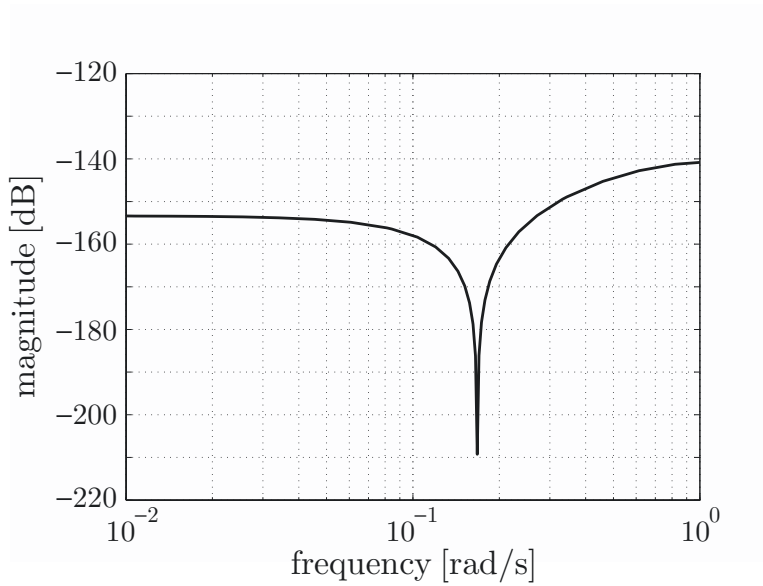


図 40 $G_c(s)$ の周波数特性

4.3.2 数値シミュレーション結果

船舶速度の時間応答を図 41 に示す. なお, 図 41 中の実線は提案手法を用いた場合, 破線は一定回転数の場合である. この結果より, 提案手法が船舶の速度脈動の除去に有効であることが確認できた. 次に, それぞれの場合における定常状態のエンジン回転数を図 42 に示す. 図 41 と同様に, 図 42 中の実線は提案手法を用いた場合, 破線は一定回転数の場合を表している. 次に, (33) 式の関係を基に燃費を比較しよう. 船舶の移動距離 d_s を用いて, 燃費 f_s を $f_s = d_s/n_s^2$ により算出する. 燃費を比較するのは, 規則波の一周期分の区間とする. 提案手法を用いた場合の燃費 f_c と一定回転数の場合の燃費 f_o は

$$\frac{f_c}{f_o} = 102.3 \times 10^{-2}$$

となり, 提案手法を用いることで燃費が約 2[%] 改善された.

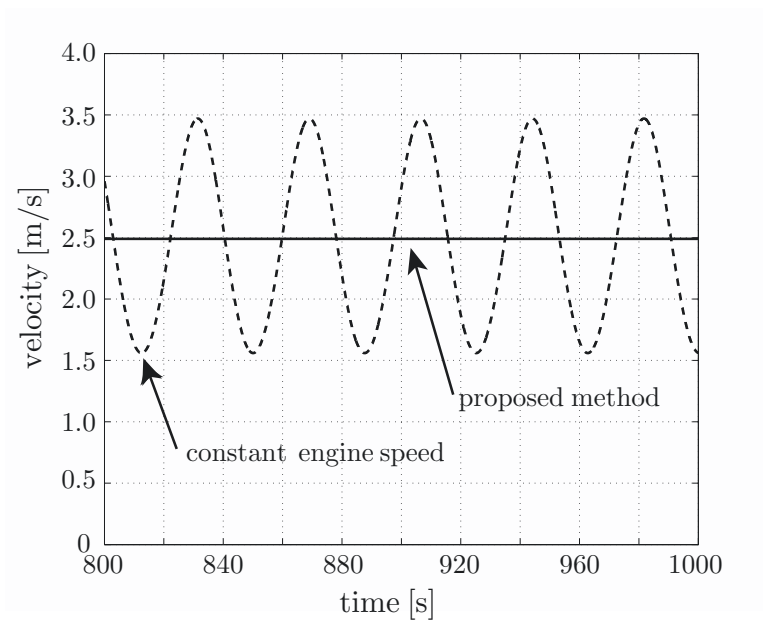


図 41 船舶速度の時間応答

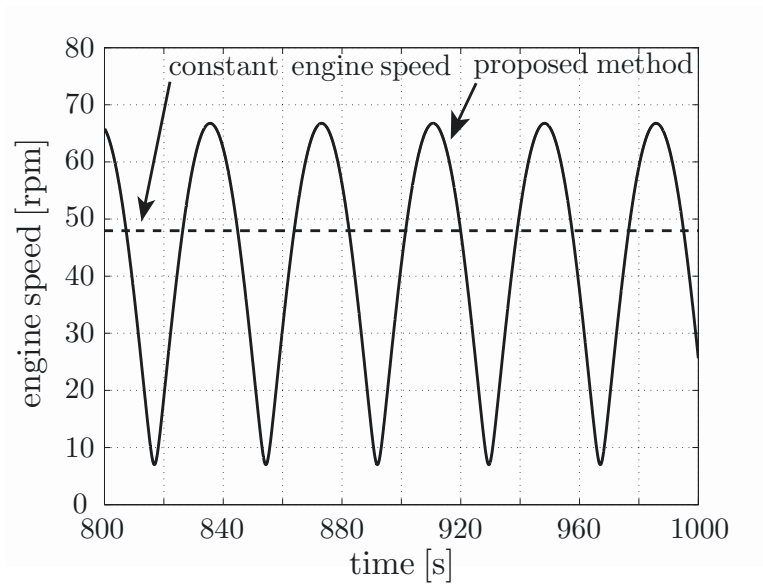


図 42 エンジン回転数の時間応答

4.4 本章のまとめ

本章では規則波中を航行する船舶エンジン回転数制御に、周期運動に対するパワーアシスト制御法を応用した。数値シミュレーションでは電動アシスト自転車の場合と同様に、速度の脈動を除去することでエネルギー効率が向上し、燃費改善を示した。この結果から、提案手法および最適条件は周期駆動力と補助駆動力によって運動する移動体に有効であることを示した。

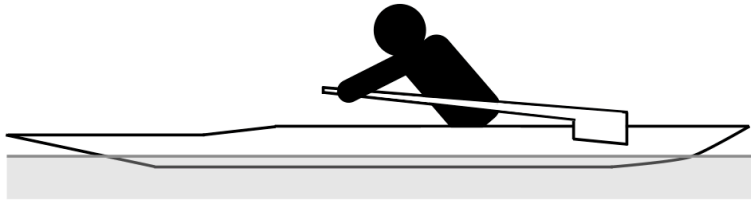
5. おわりに

5.1 本論文のまとめ

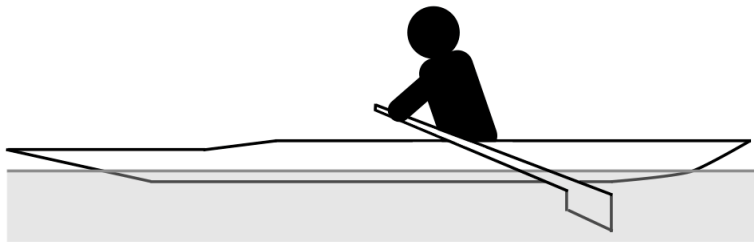
本論文では周期運動を取り上げ、エネルギー効率の意味で最適となるパワーアシスト制御法について考えた。まず、移動に対するエネルギー効率の最適条件を導出し、その条件を満たすパワーアシスト法について述べ、周波数整形に基づくフィードバック型のパワーアシスト制御法を提案した。提案法は、一般化KYP補題に基づく出力フィードバック制御器の設計方法をパワーアシスト系設計に応用することで、所望の周波数特性を満たしつつ従来手法と比べて大幅な低次化を達成した。次に、提案法を電動アシスト自転車へ応用し、数値シミュレーションと実験をおこなった。そして、両結果を通して、速度の脈動除去、バッテリー電位低下量の改善を示した。また、規則波中の船舶エンジン回転数制御に提案法を応用し、数値シミュレーションをおこなった。ここでは、一定回転数の場合と提案法を用いた場合の燃費を比較することで提案法の有効性を示した。この二つの例により、最適条件および提案手法は周期駆動力と補助駆動力によって運動する、線形の運動モデルで表される移動体への適用が可能であることを示した。

5.2 広義の移動体への応用

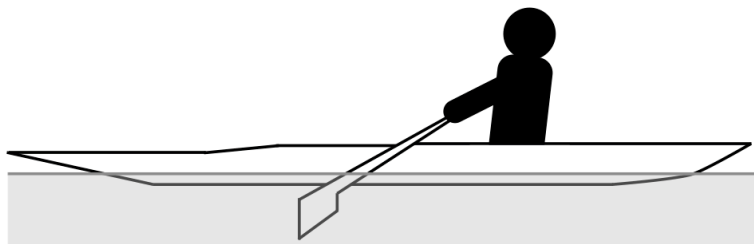
ここでは、本論文で取り上げた対象以外への提案手法の応用について述べる。一人で二本のオールを使う（スカル型）ローボート（手漕ぎボート）は、前進するために左右対称にローイングする必要がある。この条件からローイングは、オール先端を進行方向に向けるフォワード、オール先端のブレードを水中に沈めるキャッチ、ブレードによって水を押し出すドライブ、ブレードを水面から浮上させるフィニッシュを繰り返す周期運動である [57]。紙面上を左から右に移動するボートのローイング模式図を図 43 に示す。



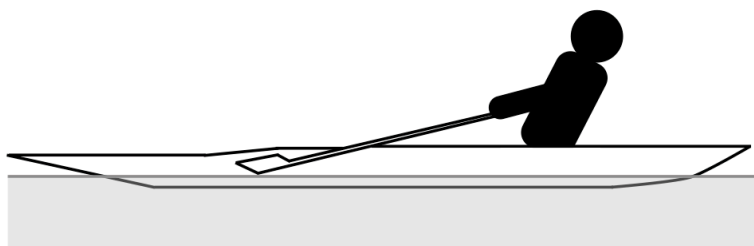
(a) フォワード



(b) キャッチ



(c) ドライブ



(d) フィニッシュ

図 43 ローイングの模式図

文献 [58] の計測では, 速度 v で航行するボートのエネルギー損失は $D_s v^{\alpha_s}$ ($D_s = 4.7 \pm 1.0, \alpha_s = 2.95 \pm 0.49$) になる. スポーツ科学分野では, 艇速の変動を抑制することがローイングのエネルギー効率改善に有効であることが知られており, 通常はローイング周期を短くすることで艇速変動を抑制している. これは, 3.5 節で述べたエネルギー効率最適化の見解と一致している. 一方で, 自転車のエネルギー損失が速度の 2 乗に比例しているのに対して, ボートのエネルギー損失は艇速の約 3 乗に比例しているという点に違いがある. 以下では, エネルギー損失が 3 乗に比例する場合にも脈動抑制がエネルギー効率の面で有利であることを示す. ここでは, 艇速は $v = v_0 + v_a \sin \omega t$ とする. このとき, ある時間 T の間の損失仕事率は以下のように計算される.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{T} \int_0^T D_s v^3 dt \\
&= \frac{D_s}{T} \int_0^T (v_0 + v_a \sin \omega t)^3 dt \\
&= \frac{D_s}{T} \int_0^T (v_0^3 + 3v_0^2 v_a \sin \omega t + 3v_0 v_a^2 \sin^2 \omega t + v_a^3 \sin^3 \omega t) dt \\
&= \frac{D_s}{T} \int_0^T \left\{ v_0^3 + 3v_0^2 v_a \sin \omega t + 3v_0^2 v_a \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) \right. \\
&\quad \left. + v_0^3 \left(\frac{3}{4} \sin \omega t - \frac{1}{4} \sin 3\omega t \right) \right\} dt \\
&= \frac{D_s}{T} \left\{ v_0^3 T - 3v_0^2 v_a \cos \omega T + 3v_0^2 v_a \left(\frac{1}{2} T - \frac{1}{4} \sin 2\omega T \right) \right. \\
&\quad \left. + v_0^3 \left(-\frac{3}{4} \cos \omega T + \frac{1}{12} \cos 3\omega T + \frac{3}{4} - \frac{1}{12} \right) \right\}
\end{aligned}$$

いま, T を加減速の一周期 ($T = 2\pi/\omega$) とする. この間の損失仕事率は以下のとおりである.

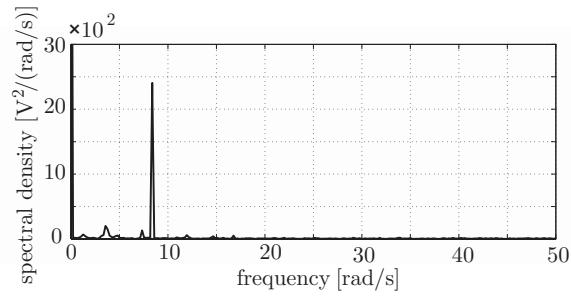
$$D_s \left(v_0^3 + \frac{3}{2} v_0 v_a^2 \right)$$

この結果から, 艇速の脈動抑制により損失仕事率が減少することが確認できる. よって, エネルギー損失が速度の 3 乗に比例する場合でも, エネルギー効率最適化条件は有効である.

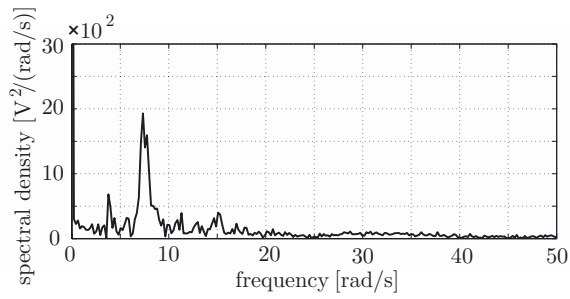
次に、複数名でローイングするボートについて考えよう。例えば一人が一本のオールを使うエイト（8人乗りのボート）やガレー船は左右対称に漕手全員が同じ動作を繰り返している。これは、限られたスペースに多数の漕手を配置しつつ、オールが干渉しないようにローイングする方法であるといえる。一方で、ボートに十分なスペースがあると仮定するとエネルギー効率最適化の観点からは、漕手を二つのグループに分けて互いのローイングの位相を半周期分ずらし、艇速を平準化させることが有効であると考えられる。また、冒頭で述べたスカル型の場合には（補助推力発生デバイスを船体に追加したと仮定して）、提案手法を適用してローイング中のフィニッシュ-フォワード間にパワーアシストすることによってエネルギー効率の改善が期待できる。

5.3 今後の課題

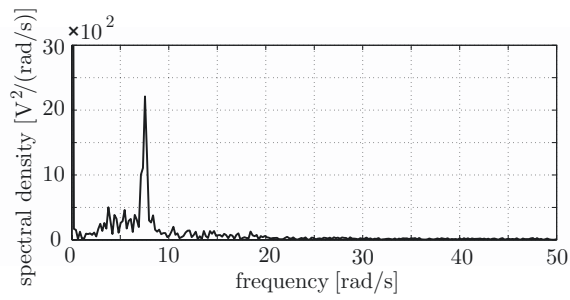
研究を進めるうちに新たな課題も見つかった。ペダリングに存在する周期のゆらぎへの対応である。図 44 はペダリング機器および被験者三名のペダリングトルクのスペクトル密度を示している。なお、各被験者はペダリング機器が $8.38[\text{rad}/\text{sec}]$ で動作している動画を見ながら、それにあわせるようにしてペダリングをおこなっている。ペダリング機器を用いた場合では特定の周波数でスペクトル密度が高くなっているのに対して、人間によるペダリングでは特定の周波数に加えて周辺帯域でもある程度のスペクトルが存在していることが確認できる。また、被験者 B の周波数成分は他の被験者比べてターゲットとしている周波数以外の値が小さくなっていることから、ペダリングトルクのスペクトル密度には個人差が存在することが確認できる。次に、図 44 を対数グラフで表して考察しよう。例として図 44(a) および図 44(b) の対数グラフを図 45（灰色の破線）に示す。なお、図 45 中の黒色の実線は、最小二乗法により求めたスペクトル密度の近似直線 $(10^{\nu}(1/\omega)^{\mu})$ を表している。



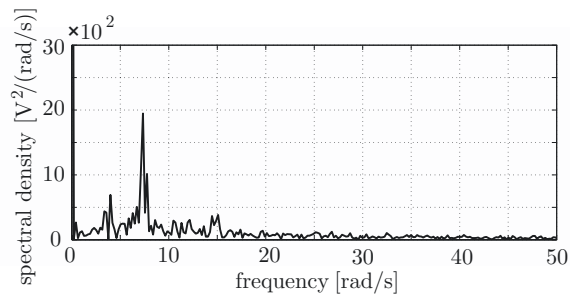
(a) ペダリング機器



(b) 被験者 A

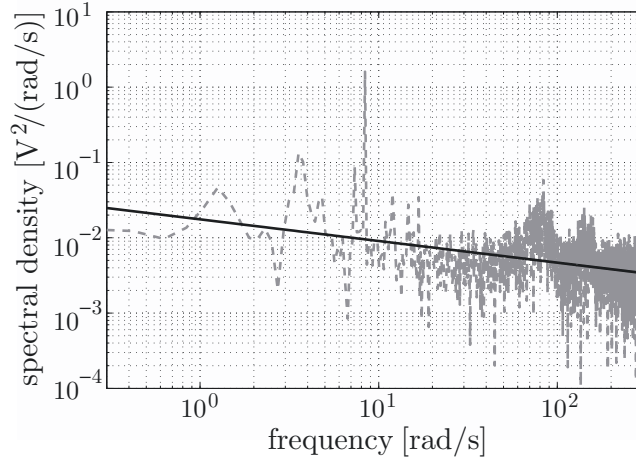


(c) 被験者 B

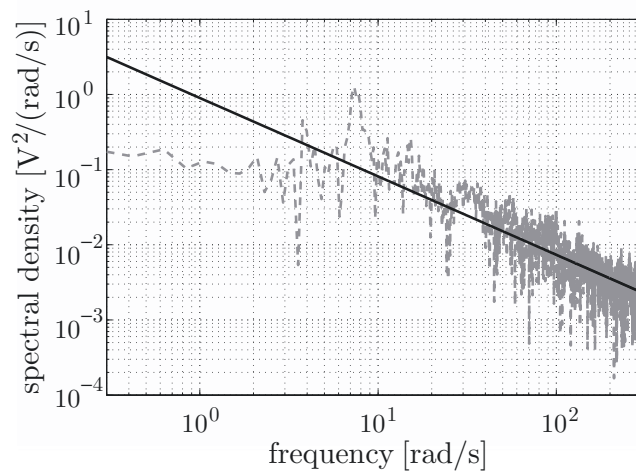


(d) 被験者 C

図 44 ペダリングトルクのスペクトル密度



(a) ペダリング機器



(b) 被験者 A

図 45 ペダリングトルクのスペクトル密度 (対数グラフ)

いま, $\mu = 0$ ならば, 全周波数帯域でスペクトル密度が均一であり, 信号は白色雑音である. また, $\mu = 1$ ならば, スペクトル密度が周波数に反比例した信号で, いわゆる $1/f$ ゆらぎである [59]. そして, ν は全周波数帯におけるスペクトル密度の

高さを示している。ペダリング機器および被験者 A, B, C のスペクトル密度近似直線のパラメータ (表 4) から、人間のペダリングトルクは概ね $1/f$ ゆらぎであるといえる。また、被験者 B のは他の被験者と比べ目標ペダリング周期に対応する周波数より高い周波数帯でのスペクトル密度が低かったことから、 μ および ν が他の被験者よりも小さくなっていることが確認できる。

表 4 近似直線のパラメータ

—	μ	ν
ペダリング機器	0.29	-1.76
被験者 A	1.04	-0.05
被験者 B	0.84	-0.61
被験者 C	0.98	-0.22

今回は文献 [15] を参考にしてペダリング周期のゆらぎ幅を設定し、フィードバック制御により基本周期とその周辺帯域でペダリングトルクの脈動を抑制した。しかし、前述のようにペダリングトルクは周期が不規則に変動する $1/f$ ゆらぎである。スペクトル密度は信号の強さを二乗して得ることから、1 次の線形フィルタに白色雑音 ($\mu = 0$) を通過させたときの出力の分布は $\mu = 2$ に従うことになる。つまり、 $1/f$ ゆらぎの周波数特性を信号の強さに換算すると $-10[\text{dB}/\text{dec}]$ に相当することから、ゆらぎは線形モデルでは表現できない非線形現象であるといえよう。実際に、 $1/f$ ゆらぎはこれまでに生体学分野などで非線形モデルによって表されている [60, 61]。ペダリング機器を用いた場合のように、ノイズの影響が小さい場合では提案手法は有効であるが、一方で、ノイズの影響が大きくなると今回のような線形制御理論に基づいた手法で取り扱うことは困難であるといえる。この課題の一解決法に、何らかのセンサによって人体の状態 (筋電位など) やクランクの角度を計測し、その情報から短時間先の運動を予測し、適応的に運動を補助するある種のフィードフォワード制御の適用が考えられる。例えば文献 [62] では外骨格ロボットを用いて、適応的な運動予測に基づき人の動きと環境に同期した歩行支援を検討している。同様のコンセプトで検討することにより、ペダリング周期の変動に対応しつつ即応性の面でも優位なパワーアシストの実現が期待できる。

謝辞

本論文を審査して頂きました奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 知能システム制御研究室 杉本謙二教授, ロボティクス研究室 小笠原司教授, 知能システム制御研究室 平田健太郎准教授に厚く御礼申し上げます。

杉本教授には博士前期・後期課程を通して, 研究に関する指導のみならず学生生活に関してもご指導をいただきました。前期課程1年次に, 杉本教授がしてくださった制御理論の導入教育が, 著者の研究生活の出発点となりました。ここに深く感謝いたします。小笠原教授には, 実際上の面から様々なご指摘をいただきました。その内容は本研究結果を評価する際の指針となり, 本研究の意義を主張する際に有益となるものでした。改めて御礼申し上げます。平田准教授には, 本研究について直接のご指導をいただきました。また, 一人の人間としての振る舞い方に関してもご指導をいただきました。研究がうまく進まないときに, 平田准教授のかけてくださるお言葉に勇気づけられることが幾度もありました。特に, 先生のおっしゃる「きっと何とかなると信じること」は著者の原動力となっています。心より感謝申し上げます。

知能システム制御研究室 小木曾公尚助教には前期課程1年次にプロジェクト型研究を通じて, 研究に関する基礎的なご指導をいただきました。同研究室 松原崇充助教には普段から鋭い質問や助言を多数いただき, 本論文を執筆する際に参考とさせていただきます。両先生方に御礼申し上げます。また, 福岡大学 野田賢教授 (知能システム制御研究室 元准教授), 福井大学 橋拓至准教授 (応用システム科学講座 元助教) には定例研究会等で他分野の視点から有益な助言を頂きました。深く感謝いたします。研究・学生生活に関わる事務手続きを代行していただいた, 秘書の林英子様にも厚く御礼申し上げます。知能システム制御研究室および旧応用システム科学講座の諸先輩方や同期生の皆様, 後輩の皆様にはときに励ましの言葉をいただきました。ありがとうございました。さらに, 共同研究者である博士前期課程の武部雄一郎さんには, 本論文で使用するデータを提供していただきました。ここに記して, 感謝申し上げます。

最後に, 学生生活を支援してくれた家族に感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 総務省 統計局・政策統括官・統計研修所：人口推計（平成 24 年 10 月 1 日現在）年齢別人口
- [2] T. Miyoshi, K. Suzuki and K. Terashima: Development of Five-Degree-of-Freedom Wire Suspension Power-Assisted System Using Linear Cylinders; in *Proc. 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 342-348 (2011)
- [3] 矢野賢一, 前刀大輝, 安田靖史, 長田継伸：工具回転摩擦力の影響を考慮した加工支援システムの制御；日本機械学会論文集 C 編, Vol. 76, No. 767, pp. 1780-1787 (2010)
- [4] 岩野優樹, 大須賀公一, 天野久徳：階段昇降機構を付加した救助支援型担架システムの開発: 第 3 報 小型軽量化の効果に対する実験的検証；ロボティクス・メカトロニクス講演会講演概要集, 1A2-B26 (2010)
- [5] T. Ishida, T. Kiyama, K. Osuka, G. Shirogauchi, R. Oya and H. Fujimoto: Movement analysis of power-assistive machinery with high strength-amplification; in *Proc. SICE Annual Conference 2010(SICE 2010)*, pp. 2022-2025 (2010)
- [6] 矢野賢一, 大原瑛一, 堀畑聡, 青木隆明, 西本裕：適応フィルタを用いた振戦抑制制御システムの開発と食事支援ロボットへの応用；計測自動制御学会論文誌, Vol. 45, No. 12, pp. 638-645 (2009)
- [7] 武藤剛, 三宅美博：歩行介助を目的とする人間-ロボット協調系における共創出過程の解析；計測自動制御学会論文集, Vol. 38, No. 3, pp. 316-323 (2002)
- [8] K. Suzuki, G. Mito, H. Kawamoto, Y. Hasegawa and Y. Sankai: Intention-based walking support for paraplegia patients with robot suit HAL; *Advanced Robotics*, Vol. 21, No. 12, pp. 1441-1469 (2007)

- [9] 今井孝二, 河村篤男, 木下繁則, 足利正, 横江研一, 浅野正春: 電動自動車用パワーエレクトロニクスの現状と動向; 電気学会論文誌 D, Vol. 116, No. 3, pp. 233-244 (1996)
- [10] 奥井伸宜, 新国哲也, 河合英直: ハイブリッド重量車に対する回生エネルギーの適用性に関する研究; 交通安全環境研究所フォーラム 2011 発表概要, pp. 85-88 (2011)
- [11] 佐藤登, 境哲男: 自動車用大容量二次電池の開発; シーエムシー出版 (2008)
- [12] 鈴木亨, 藤本博志: 電気自動車のモータ効率特性を考慮した力行回生配分による航続距離延長制御システムの提案; 平成 22 年電気学会産業計測制御研究会, IIC-10-19, pp. 23-28 (2010)
- [13] 大須賀公一: 歩行力学の基礎としての受動的動歩行; システム/制御/情報, Vol. 49, No. 10, pp. 393-398 (2005)
- [14] K. Hirata: On Internal Stabilizing Mechanism of Passive Dynamic Walking; *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 4, No. 1, pp. 29-36 (2011)
- [15] D. J. Sanderson and A. T. Amoroso: The influence of seat height on the mechanical function of the triceps surae muscles during steady-rate cycling; *Journal of Electromyography and Kinesiology*, Vol. 19, No. 6, pp. 465-471 (2009)
- [16] A. P. Seyranian and A. O. Belyakov: How to twirl a hula hoop; *American Journal of Physics*, Vol. 79, No. 7, pp. 712-715 (2011)
- [17] J. Nishizaki, S. Nakaura and M. Sampei: Modeling and Control of Hula-Hoop System; in *Proc. Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, pp. 4125-4130 (2009)
- [18] 金井美斗, 松田聖也, 花崎泉: フラフープを回す動作の解析; 第 56 回システム制御情報学会研究発表講演会, pp. 625-626 (2012)

- [19] R. Sepulchre and M. Gerard: Stabilization of periodic orbits in a wedge billiard; in *Proc. 42th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1568-1573 (2003)
- [20] R. Ronsse, P. Lefevre and R. Sepulchre: Sensorless Stabilization of Bounce Juggling; *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 1, pp. 147-159 (2006)
- [21] 朝日新聞, 2010年1月16日, be on Saturday
- [22] 松井太憲, 永田俊彦, 大谷寿英, 白石朋成, 栗田洋一: 電動アシスト自転車 PAS2011年モデル「電動モーター」開発; YAMAHA MOTOR TECHNICAL REVIEW, No. 47, pp. 4-6 (2011)
- [23] 藪下英典, 平田泰久, 小菅一弘: パワーアシスト自転車の走行抵抗可変型制御; 日本機械学会論文集C編, Vol. 69, No. 680, pp. 195-200 (2003)
- [24] 浪川大貴, 佐藤直柔, 岩瀬将美, 井筒正義: 電動アシスト自転車の踏力アシスト制御の改良; 第54回自動制御連合講演会, pp. 1802-1805 (2011)
- [25] 加納敏幸: ハイブリッド型スーパーエコシップの開発; 精密工学会誌, Vol. 76, No. 1, pp. 37-40 (2010)
- [26] 荒木智成, 関口秀紀, 舟木剛: 船舶運動モデルを用いた波浪中における最適燃料制御についての一検討; 第55回システム制御情報学会研究発表講演会, pp. 291-292 (2011)
- [27] 梅田直哉, 松長泰典, 杉原雄太, 牧敦生: 可変ピッチプロペラと電気推進の最適制御による波浪中燃費改善についての基礎的検討; 日本船舶海洋工学会平成23年春期講演会 (2011)
- [28] 三原伊文, 嶋津裕樹, 藤谷親, 米倉信義: 船舶ハイブリッド化への基礎研究- 運行状態と燃料消費量調査からの課題提起; 日本マリンエンジニアリング学会誌, Vol. 44, No. 1, pp. 92-94 (2009)

- [29] J. A. Heine, R. N. Schane and J. M. Bielefeld: Minimizing Fuel Consumption in Ocean Vessels; *IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation*, Vol. IECI-20, No. 20, pp. 44-46 (1973)
- [30] 中野道雄, 井上憲, 山本裕, 原辰次: 繰返し制御, 計測自動制御学会 (1989)
- [31] B. A. Francis and W. M. Wonham: The Internal Model Principle for Linear Multivariable Regulators; *Applied Mathematics & Optimization*, Vol. 2, No. 2, pp. 170-194 (1975)
- [32] 片山徹: 新版フィードバック制御の基礎; 朝倉書店 (2002)
- [33] Y. Yamamoto and S. Hara: Relationships Between Internal and External Stability for Infinite-Dimensional Systems with Applications to a Servo Problem; *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 33, No. 11, pp. 1044-1052 (1988)
- [34] S. Skogestad and I. Postlethwaite: Multivariable Feedback Control Analysis and Design Second Edition; WILEY (2003)
- [35] A. Rantzer: On the Kalman-Yakubovich-Popov lemma; *Systems & Control Letters*, Vol. 28, No. 1, pp. 7-10 (1996)
- [36] 蛭原義雄: LMIによるシステム制御 ロバスト制御系設計のための体系的アプローチ, 森北出版 (2012)
- [37] T. Iwasaki and S. Hara: Generalized KYP Lemma: Unified Frequency Domain Inequalities With Design Applications; *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 50, No. 1, pp. 41-59 (2005)
- [38] 原辰次: 有限周波数KYP補題とその動的システム設計の応用; 計測と制御, Vol. 44, No. 8, pp. 534-539 (2005)
- [39] 岩崎徹也: LMIと制御, 昭晃堂 (1997)

- [40] Z. Liu and L. Vandenberghe:
<http://www.ee.ucla.edu/zhang/software/gkypsdp>
- [41] 角谷和重, 横谷和展: 電動アシスト自転車用超磁歪トルクセンサの開発; 電気学会論文誌 E, Vol. 121, No. 11, pp. 599-606 (2001)
- [42] D. G. Wilson: *Bicycling Science* third edition, The MIT Press
- [43] 道路交通法施行第一条の三
- [44] 道路交通法施行規則の一部を改正する内閣府令案
- [45] 大谷真司: エネルギー効率に優れた周期運動に対するパワーアシスト制御法; 2006年度年度修士論文, 奈良先端科学技術大学院大学 (2007)
- [46] G. Pipeleers, B. Demeulenaere, J. De Schutter and J. Swevers: Generalized repetitive control: Better performance with less memory; in *Proc. 10th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, pp. 104-109 (2008)
- [47] 山田功, 渡部慶二, 土屋政光, 金子勉: 逆システムを用いた繰返し制御系の設計; 計測自動制御学会論文集, Vol. 29, No. 11, pp. 1311-1319 (1993)
- [48] 山田晃平: FIR フィルタ型繰返し制御を用いた周期運動に対するパワーアシスト; 2008年度修士論文, 奈良先端科学技術大学院大学 (2009)
- [49] M. Steinbuch: Repetitive control for systems with uncertain period-time; *Automatica*, Vol. 38, No. 12, pp. 2103-2109 (2002)
- [50] M. Tomizuka: Zero phase error tracking algorithm for digital control; *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 109, No. 1, pp. 65-68 (1987)
- [51] 近藤倫正, 大橋由昌, 実森彰郎: 計測・センサにおけるデジタル信号処理, 昭晃堂 (1993)

- [52] T. Iwasaki and S. Hara: Dynamic Output Feedback Synthesis with Frequency Domain Specifications; *16th IFAC World Congress* (2005)
- [53] T. Iwasaki and R. E. Skelton: All Controllers for the General H_∞ Control Problem: LMI Existence Conditions and State Space Formulas; *Automatica*, Vol. 30, No. 8, pp. 1307-1317 (1994)
- [54] 小郷寛, 美多勉: システム制御理論入門, 実教出版 (1979)
- [55] 梅田直哉: 船の波乗り現象について; 日本造船学会論文集, No. 152, pp. 192-201 (1983)
- [56] O. Bondarenko, M. Kashiwagi, S. Naito: Dynamics of Diesel Engine in the Framework of Ship Propulsion Plant; 日本船舶海洋工学会講演会論文集, No. 8, pp. 335-338 (2009)
- [57] 下田学: ボート競技におけるローイングパワーの安定性-漕手の体力特性および艇速との関係-; 博士論文, 早稲田大学 (2007)
- [58] F. Celentano, G. Cortili, P. E. Prampero and P. Cerretelli: Mechanical aspects of rowing; *Journal of Applied Physiology*, Vol. 36, No. 6, pp. 642-647 (1974)
- [59] 齊藤兆古, 宮坂総, 菅井桂子: $1/f$ ゆらぎと複雑系に関する考察; 第51回自動制御連合講演会, pp. 64-67 (2008)
- [60] 遠藤順一, 佐光興亜: 心血管系パラメータの $1/f$ 揺らぎと有色パラメトリック雑音をもつ非線形モデル; 電子情報通信学会論文誌, D-II, Vol. J80-D-II, No. 10, pp. 2831-2840 (1997)
- [61] B. Kaulakys, J. Ruseckas, V. Gontis and M. Alaburda: Nonlinear stochastic models of $1/f$ noise and power-law distributions; *Physica A*, Vol. 365, pp. 217-221 (2006)

- [62] 内方章雅, 松原崇充, 森本 淳: スタイル-位相適応による周期運動の時空間同期: 2足歩行運動への適用; 第12回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会 (SI2011), pp. 1825-1828 (2011)

付録

A. Shur の補題

補題 A.1 [36, 39] 次の実対称ブロック行列

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & A_{22} \end{bmatrix}$$

において, 以下の 3 つの条件は等価である.

1. $A > 0$
2. $A_{22} > 0$ かつ $A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{12}^T > 0$
3. $A_{11} > 0$ かつ $A_{22} - A_{12}^T A_{11}^{-1} A_{12} > 0$

主要業績一覧

学術論文誌

1. 畑田和良, 平田健太郎, 山田晃平, 大谷真司: 周期運動に対するエネルギー効率に優れたパワーアシスト制御法の検討; システム制御情報学会論文誌, Vol. 25, No. 2, pp. 28-38 (2012)
2. 畑田和良, 平田健太郎: 規則向波中を航行する船舶における低燃費フィードバックエンジン回転数制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 49, No. 2, pp. 313-315 (2013)

国際会議 (査読あり・口頭発表)

1. Kazuyoshi Hatada and Kentaro Hirata: Energy-Efficient Power Assist Control for Periodic Motions; in *Proc. SICE Annual Conference 2010(SICE 2010)*, pp. 2004-2009 (2010)
2. Kazuyoshi Hatada and Kentaro Hirata: Energy-Efficient Power Assisting Methods for Periodic Motions and its Experimental Verification; in *the 2012 IEEE International Conference on Industrial Technology(ICIT2012)*, pp. 869-874 (2012)

国内会議 (査読なし・口頭発表)

1. 畑田和良, 平田健太郎: 電動自転車のアシスト力制御法とエネルギー効率に関する検討; 第10回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会 (SI2009), pp. 303-306 (2009)
2. 畑田和良, 平田健太郎: 周期運動に対するエネルギー効率に優れたパワーアシスト制御法; 第55回システム制御情報学会研究発表講演会 (SCF'11), pp. 147-148 (2011)
3. 畑田和良, 平田健太郎: 低燃費を実現する規則向波中における船舶のフィードバックエンジン回転数制御; 第12回計測自動制御学会制御部門大会, P0162 (2012)

4. 武部雄一郎, 畑田和良, 平田健太郎: ヒトのペダリング動作の計測とゆらぎの解析; 第56回システム制御情報学会研究発表講演会 (SCI'12), pp. 623-624 (2012)

その他の業績一覧

学術論文誌

1. Kiminao Kogiso, Makoto Noguchi, Kazuyoshi Hatada, Naoki Kida, Naofumi Hirade and Kenji Sugimoto: Experimental Validation of Switching Strategy for Tracking Control with Collision Avoidance in Non-Cooperative Situation Using Toy Model Cars; *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 3, No. 4, pp. 229-236 (2010)

国際会議 (査読あり・口頭発表)

1. Kentaro Hirata, Mayumi Tomida and Kazuyoshi Hatada: Gain Scheduling Control Experiment of Balancing Transformer Robot using LEGO Mindstorms; in *International Conference on Design and Modeling in Science, Education, and Technology (DeMset2011)*, DM402NY (2011)

国際会議 (査読あり・ポスター発表)

1. Kiminao Kogiso, Makoto Noguchi, Kazuyoshi Hatada, Naoki Kida and Naofumi Hirade; Experimental Validation of Tracking Control with Collision Avoidance Using Rc Model Cars; *SIAM Conference on Control and Its Applications (CT09)*, PP0 (2009)

受賞

1. 畑田和良: 2009年度大学院研究奨励賞, 追跡回避ゲームに基づく衝突回避法を取り入れた移動体の軌道追従制御に関する研究, 自動車技術会, 2010年3月

2. 畑田和良：SI2009 優秀講演賞, 電動自転車のアシスト力制御法とエネルギー効率に関する検討, 計測自動制御学会システムインテグレーション部門, 2010年3月