

論文内容の要旨

博士論文題目

SOS 最適化を用いたむだ時間系の安定解析とその応用に関する研究

氏名 加藤 健一

データ通信や物質の移送の際などにみられる時間的な遅れ(むだ時間)は、システムの制御性能や安定性などと密接な関係にあり、実際上の問題意識と理論的奥深さの両面から、さまざまなタイプのむだ時間系が研究されている。我々の身近なところでは、シャワーの水温調節において、蛇口とシャワー出口間の時間差によりその温度調節に手間取ることがあるが、ネットワーク通信における輻輳制御問題や化学プロセスにおける濃度調節問題など、むだ時間が本質的な部分で影響してくる問題は数多い。本論文では、それらむだ時間を含む系に対して、安定性解析と制御系設計の立場からそれぞれ議論を行っている。

まず、むだ時間系の安定性解析に関しては、近年注目を浴びている多項式二乗和 (Sum Of Squares) を用いた解析について考察している。従来の線形行列不等式に基づく方法と比較して、解析の保守性と計算量の観点から数値的な検討を行い、続く状態依存むだ時間系の解析へとつなげている。現在の状態に依存してむだ時間の長さが変動する系、状態依存むだ時間系の安定性解析では、その近似表現として離散時間非線形状態方程式を導入することで、より保守性の低い解析を可能にしている。状態依存むだ時間系を有限次元の多項式系として表現することで、その安定性解析を多項式二乗和のための数値計算ツール SOSTOOLS を用いた共通リアプノフ関数の探索問題に帰着させている。状態依存むだ時間系の一例としてレート型ネットワーク輻輳制御モデルを取り上げ、従来手法に比べてより精密な解析が可能であることを数値的に示している。

一方、むだ時間系に対する制御系設計に関しては、汎用の Web カメラを用いたビジュアルフィードバック系を対象にとり、その画像処理に関するむだ時間を考慮した制御系設計と実験による検証を行っている。メカトロ系の制御では短いサンプリング周期での制御系設計が望まれることが多いため、専用の画像処理系を利用することが多いが、一方で導入コストが高額になるといった問題がある。ここではサンプル値 H_∞ 制御理論によって、比較的長いサンプル点間の挙動とセンシング遅れの影響を陽に考慮した制御系設計を行う。これにより、低価格な Web カ

メラの使用を可能にしている。また、負荷変動に対するロバスト性を要求仕様に加え、最適レギュレータの場合と比べてロバスト安定性の向上を達成している。

(論文審査結果の要旨)

実際の制御現場においては、様々な理由によって信号等の時間遅れが発生し、それが制御系の安定性や制御性能に悪影響を与えることがある。むだ時間を含むシステムは、その長さが一定であるとしても、状態方程式が無限次元システムとして表現されるため、それらの解析・設計は数学的に容易ではない。さらに、通信ネットワークにみられる遅延現象等では、遅延時間がシステムの状態量（バッファ内キュー長さ）に依存して変化するが、これらの時変なむだ時間のモデル化や解析は一層困難な問題である。

そこで本研究では、近年発展の著しい数値的凸最適化手法を援用した、むだ時間系の安定解析とその応用について検討している。従来、線形システムに対するリアプノフ安定判別では、系のエネルギーを表す正定関数として、行列の2次形式を考えてきた。対象を線形システムに限る場合には、これは必要かつ十分なエネルギー関数候補のクラスであるが、非線形系を含むより一般的な制御対象を考える場合には、もっと広いクラスから正定関数を探索する必要がある。そこで新たな枠組みとして考え出されたのが、多項式の二乗和として表現される正定関数のクラス、Sum Of Squares である。制御系の解析・設計に関する諸条件が、ある種の線形な行列変数に関する不等式条件として記述されることは古くから知られていたが、内点法などの発展によっていわゆる SDP (半正定値計画問題) が高速に解かれるようになった 90 年代以降、線形行列不等式 (LMI) を使った制御系の解析・設計手法が爆発的に発展した。ある指定した次数の多項式が SOS であるか否かが、数式処理手続きを介して、行列の正定性判定問題へ帰着できることが明らかにされ、SOS 最適化問題を SDP を経由して解くことが可能となった。この流れを受けて、従来困難とされてきた完全型 Lyapunov-Krasovski 汎関数の探索を SOS 最適化問題を經由して行うなど、むだ時間系の分野にも応用例が見られ、本研究でも最初に同様の数値検討を一部行っている。さらにここでは、前述の状態依存むだ時間系の安定解析に対して SOS を適用している。具体的には、状態依存むだ時間による影響項が、ある状態変数のアフィン関数であるような非線形ゲインを介した状態フィードバックとして表現できることから、系の状態方程式をある種の多項式表現し、この安定化問題を SOS によって記述する。結果として、従来はモデル化が困難であったような現象の解析を可能にしている。また、§ 4 ではむだ時間を含む実システムの制御実験として、ビジュアルフィードバックによる大道芸ロボットの制御を取り扱っている。サンプル値 H_∞ 制御理論を用いてむだ時間およびモデル化誤差を適切に設計に反映することで、センシング遅れを補償したうえでブロックの積み増しにも対応したロバスト安定化を実現している。最新の最適化手法を未踏分野のモデリングと解析に適用したこと、および理論的裏づけのもとで有用な制御実験を行ったことはシステム制御の分野において学術上、実用上意義ある成果である。よって本論文は博士 (工学) の学位論文として価値あるものと認める。