

博士論文

SOS最適化を用いたむだ時間系の安定解析と
その応用に関する研究

加藤 健一

2009年2月5日

奈良先端科学技術大学院大学
情報科学研究科 情報システム学専攻

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に
博士(工学) 授与の要件として提出した博士論文である。

加藤 健一

審査委員：

杉本 謙二 教授 (主指導教員)

西谷 紘一 教授 (副指導教員)

湊 小太郎 教授 (審査委員)

平田 健太郎 准教授 (副指導教員)

SOS最適化を用いたむだ時間系の安定解析と その応用に関する研究*

加藤 健一

内容梗概

データ通信や物質の移送の際などにみられる時間的な遅れ(むだ時間)は、システムの制御性能や安定性などと密接な関係にあり、実際上の問題意識と理論的奥深さの両面から、さまざまなタイプのむだ時間系が研究されている。我々の身近なところでは、シャワーの水溫調節において、蛇口とシャワー出口間の時間差によりその温度調節に手間取ることがあるが、ネットワーク通信における輻輳制御問題や化学プロセスにおける濃度調節問題など、むだ時間が本質的な部分で影響してくる問題は数多い。本論文では、それらむだ時間を含む系に対して、安定性解析と制御系設計の立場からそれぞれ議論を行っている。

まず、むだ時間系の安定性解析に関しては、近年注目を浴びている多項式二乗和(Sum Of Squares)を用いた解析について考察している。従来の線形行列不等式に基づく方法と比較して、解析の保守性と計算量の観点から数値的な検討を行い、続く状態依存むだ時間系の解析へとつなげている。現在の状態に依存してむだ時間の長さが変動する系、状態依存むだ時間系の安定性解析では、その近似表現として離散時間非線形状態方程式を導入することで、より保守性の低い解析を可能にしている。状態依存むだ時間系を有限次元の多項式系として表現することで、その安定性解析を多項式二乗和のための数値計算ツールSOSTOOLSを用いた共通リアプノフ関数の探索問題に帰着させている。状態依存むだ時間系の一例

*奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 情報システム学専攻 博士論文, NAIST-IS-DD0561202, 2009年2月5日.

としてレート型ネットワーク輻輳制御モデルを取り上げ、従来手法に比べてより精密な解析が可能であることを数値的に示している。

一方、むだ時間系に対する制御系設計に関しては、汎用の Web カメラを用いたビジュアルフィードバック系を対象にとり、その画像処理に関するむだ時間を考慮した制御系設計と実験による検証を行っている。メカトロ系の制御では短いサンプリング周期での制御系設計が望まれることが多いため専用の画像処理系を利用することが多いが、一方で導入コストが高額になるといった問題がある。ここではサンプル値 H_∞ 制御理論によって、比較的長いサンプル点間の挙動とセンシング遅れの影響を陽に考慮した制御系設計を行う。これにより、低価格な Web カメラの使用を可能にしている。また、負荷変動に対するロバスト性を要求仕様に加え、最適レギュレータの場合と比べてロバスト安定性の向上を達成している。

キーワード

むだ時間, 安定性解析, sum of squares, 共通リアプノフ関数, ビジュアル・フィードバック, サンプル値 H_∞ 制御系設計

SOS Optimization Based Stability Analysis of Time-Delay Systems with Application*

Kenichi Katoh

Abstract

In various fields, many types of time-delay systems have been studied because the control performance and the stability closely link the time-delay. The difficulty of temperature control of water in the shower is a typical example that we essentially suffer from the effect of the time-delay. Even though this example is a minor matter, many immediate problem to be solved remain in multiple areas, e.g., congestion control in communication network, adjustment of concentration level in chemical process, etc. Then, in this thesis, an analysis and a design problem for time-delay systems are considered.

Firstly, a numerical methodology is studied. The stability condition of the methodology is described as a sum of squares and solved by using a numerical software SOSTOOLS. Even though it is said that the methodology is generally powerful, some numerical comparisons with Linear Matrix Inequality based methodology are presented in order to verify the effectiveness.

Secondly, a new analysis method for state-dependent delay systems is proposed. By approximating the dynamics as a discrete-time nonlinear state equation, the stability of the system can be resolved as a search problem of common Lyapunov function with SOSTOOLS. Numerical simulation is carried out to illustrate the effectivity of the proposed method.

*Doctoral Dissertation, Department of Information Systems, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, NAIST-IS-DD0561202, February 5, 2009.

Finally, a sampled-data control system is designed for a visual feedback system which has a delay caused by a Web camera. In general, when we control the system, some special image processing components are required to treat the dynamics. But here, based on the sampled-data control theory, robust stabilization for the time-delay system with the low-performance camera is achieved. Simulation and experimental results are demonstrated to indicate the effectiveness.

Keywords:

time delay, stability analysis, sum of squares, common Lyapunov function, visual-feedback, sampled-data control

目次

1. はじめに	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究目的	2
1.3 本論文の構成	3
2. 数値最適化を利用した解析	4
2.1 はじめに	4
2.2 多項式二乗和と SOSTOOLS	5
2.3 線形むだ時間系に対する解析	7
2.3.1 complete-type Lyapunov-Krasovskii 汎関数	7
2.3.2 SOS 安定性判別条件	11
2.4 数値例	14
2.5 本章のまとめ	20
3. 状態依存むだ時間系に対する非線形モデル表現と SOS 安定性解析	21
3.1 はじめに	21
3.2 状態依存むだ時間系	22
3.2.1 個体数変動モデル	23
3.2.2 ネットワーク輻輳制御モデル	23
3.2.3 定式化	25
3.3 離散時間非線形状態方程式によるモデル化	26
3.3.1 モデル化手法	26
3.3.2 提案モデルの時間応答	30
3.4 SOS 安定性解析	31
3.5 数値例	33
3.6 本章のまとめ	38
4. ビジュアル・フィードバック系に対するサンプル値制御系設計	39
4.1 はじめに	39

4.2	ビジュアル・フィードバック系	40
4.2.1	システム構成	40
4.2.2	状態方程式	42
4.2.3	出力方程式	42
4.3	サンプル値制御系設計	44
4.3.1	一般化プラント	46
4.3.2	サンプル値 H_∞ 制御系の設計	47
4.4	実験結果	49
4.5	本章のまとめ	50
5.	おわりに	56
	謝辞	57
	参考文献	58

目 次

1	SOSTOOLS と SeDuMi	6
2	θ, ξ の次元とむだ時間	16
3	θ, ξ の次元と計算時間	16
4	初期値応答 $r = 15.407$	18
5	初期値応答 $r = 16.770$	18
6	初期値応答 $r = 17.300$	19
7	SOS vs LMI	19
8	ネットワークモデル	24
9	状態履歴の離散的保持	27
10	区分的線形関数	28
11	状態履歴ベクトルに対する加重和	29
12	個体数変動モデルに対する提案モデルの時間応答	30
13	ネットワークモデルに対する提案モデルの時間応答	31
14	不確定系としてのモデリング	35
15	矩形関数	36
16	ビジュアル・フィードバック系	40
17	ビジュアル・フィードバック系の全体構成	41
18	制御対象の物理モデル	43
19	むだ時間計測	44
20	Web カメラのむだ時間	45
21	ビジュアル・フィードバック系における入出力関係	45
22	乗法的変動	47
23	モデル化誤差	47
24	むだ時間をのぞく一般化プラント	48
25	サンプル値制御系	48
26	拡大系	50
27	シミュレーション (LQG)	51
28	シミュレーション ($K[z]$)	52

29	実験結果 (ブロック一個)	53
30	実験結果 (ブロック増積時)	54

表 目 次

1	計算機性能 (SOS 解析用)	15
2	計算結果 (例題 2)	15
3	シミュレーションパラメータ (ネットワーク輻輳制御モデル)	31
4	シミュレーションパラメータ (比較解析用)	36
5	解析結果	37
6	Web カメラの仕様	41
7	計算機性能 (コントローラ側)	41
8	計算機性能 (画像処理側)	42
9	物理パラメータ	43

1. はじめに

1.1 研究背景

物が移動する、あるいは情報や信号が伝達するといった際の時間的な遅れのことをむだ時間と呼ぶ。シャワーの水温調節において、蛇口とシャワー出口間の時間差によりその温度調節に手間取ったり、国際電話や衛星放送の使用などにおいて、相手が話をしていないと思ってこちら側が話すとお互いが同時になって話をしてしまうことがあるが、これらはむだ時間の影響を受けた身近な良い例である。

一般にそのようなむだ時間を含むシステムはむだ時間系と呼ばれる [1]。通常、制御する対象への入力あるいはそこからの出力が遅れることでフィードバックゲインを単純に大きくできない、といったことや、一般の常微分方程式系とは異なり無限次元の微分差分方程式系の解析・制御を行わなければならない、などといった特徴がその取り扱いを困難なものにしている [2, 3]。

このうち、むだ時間が変動するような系に対しては、むだ時間が公称値まわりで変動する不確定系としてこれをモデル化し、ロバスト制御理論を適用するといった方法が多く採られている [4, 5]。十分条件としての式変形、モデル化によって元々のむだ時間系を、不確かさを有するプラント集合として書き表すことで、ロバスト制御理論の適用を可能としている。しかし、不確定系としての扱いは当然ながら元々あるシステムの情報を全て受け継ぐわけではないため、その結果は保守的にならざるをえない。また、時間領域における主なアプローチとしても、ある種の Lyapunov 関数を設定し、元々の問題を線形行列不等式 (LMI) に関する最適化問題へと帰着させる方法もあるが [6, 7]、その手法はロバスト制御理論に基づく方法同様、十分条件としての数学的手法を導入して行われている。このためアプローチの仕方は様々であるものの、その多くが本来の安定性を保守的に見積もったり、システムに関する情報を落とした形での設計が行われていると考えられる。

冒頭の例が我々に与える影響は微々たるものだが、実社会に目を向けるとネットワーク通信における輻輳制御問題 [8, 4, 9, 10] や化学プロセス系における濃度調節問題 [11, 12, 13]、さらには鉄鋼プロセスにおける厚板制御問題 [14] など、む

だ時間が本質的な部分で影響を与えている問題は数多い。より厳密にシステムをとらえた解析手法および制御手法が望まれる。

1.2 研究目的

本論文では、前節で述べた背景に鑑み、状態依存むだ時間系に関する安定性解析およびビジュアル・フィードバック系の一制御系設計について考察する。

現在の状態に依存してむだ時間の長さが変動する系、状態依存むだ時間系は、市場価格変動モデル [15]、結晶成長過程モデル [16]などを記述する系として知られているが、固定むだ時間や時変むだ時間を有する系と比べて、その数理的複雑さから、前節で述べたようなロバスト制御理論の枠組みで取り扱われることが多い。本論文ではこれに対し、モデリングと数値計算ツールを併用するといったアプローチを試みる。具体的には、むだ時間系の状態履歴を離散的に保持するといったアイデアと、近年注目を浴びている多項式二乗和 (Sum Of Squares) のための数値計算ツール SOSTOOLS を導入することで、従来手法と比較して保守性の低い解析を達成することが目的である。

一方、ビジュアル・フィードバック系に関しては、その画像処理に関するむだ時間に焦点を当てる。従来の研究の多くは、専用のハードウェアを導入し、そのサンプリング周期や画像処理にかかる時間を極力短縮させた制御システムを構築しているが、その設計費用が莫大なものになるといった問題を抱える。このため、ここでは汎用の Web カメラを搭載したビジュアルフィードバック系に対して、サンプル値制御理論を適用することで、むだ時間や比較的長いサンプリング周期を陽に考慮する。具体的には、出力にむだ時間を有するサンプル値 H_∞ 制御系設計問題としてこれを扱う。むだ時間だけでなく同時にモデル化誤差を要求しようとして考慮することで、一般的な制御手法に比べてロバストな安定化を達成することが目的である。

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。まず §2 で、むだ時間系の安定性解析に関する導入として、多項式二乗和 (Sum Of Squares) のための数値計算ツール SOSTOOLS を用いた解析について考察する。従来の線形行列不等式に基づく方法と比較し、解析の保守性と計算時間の観点からの検討を行う。 §3 では、むだ時間系のひとつである状態依存むだ時間系を対象にとる。離散時間非線形状態方程式として表すことで、 §2 で紹介した SOSTOOLS の特長を生かした、より精密な解析が可能となることを示す。 §4 では、汎用の Web カメラを用いたビジュアル・フィードバック系を対象にとり、その画像処理に関するむだ時間を陽に考慮した制御系設計を行う。サンプル値制御理論を応用することで、実機実験において、モデルの不確かさを同時に考慮したロバストな安定化を達成する。最後の §5 で、本論文のまとめを行う。

2. 数値最適化を利用した解析

2.1 はじめに

我々の身の回りに存在するシステムのほとんどは、その性能や動特性、安定性が何らかの形で、ある物理パラメータによって特徴づけられている。むだ時間系においては、そのパラメータは多くの場合むだ時間の長さやその変化量であるが、見積りの甘さは一般のシステム同様、不安定化や性能の劣化を引き起こす要因となるため、より正確にシステムを取り扱える手法が求められている。

ここで、線形むだ時間システムの安定性解析について考えてみよう。近年では、コンピュータの高性能化や内点法に代表される数値計算法の登場により、半正定値計画問題に対する高速解法を利用した解析が行われるようになった。元々の問題に対して様々な数学的式変形(十分条件)を導入することで、線形行列不等式(LMI)に基づく数値解法に帰着させている [7]。具体的には、ある種のリアプノフの安定定理 (Razumikhin の定理もしくは Lyapunov-Krasovskii の定理と呼ばれる) を出発点として、そこで用いられる汎関数を探索する問題として、システムの安定性判別が行われる [2]。

しかし一方で、無限次元の微分差分方程式系として記述されているむだ時間系に対して、有限次元の常微分方程式系と親和性の高い LMI が利用されるため、一般にシステムの安定性を左右するむだ時間の大きさを小さく見積もってしまうといった問題がある。このため近年では、多項式二乗和 (Sum of Squares) で記述される安定性判別条件をもってしてその安定性を議論しようとする流れが注目を集めている [17, 18, 19, 20, 21]。

本節では、まずこれら数値解法に基づく手法について、数値例を通してその解析の保守性と計算時間の観点についての検討を行う。線形むだ時間システムを対象にし、その安定性判別条件を導出すると共に汎用の計算機を用いて従来手法との比較を行う。

本章の構成は以下の通りである。まず §2.2 において、多項式二乗和とその数値解析ツール SOSTOOLS について述べ、§2.3 で固定むだ時間系に対する安定条件を導出する。§2.4 で、いくつかの例題を用いて手法の違いを検討する。

2.2 多項式二乗和と SOSTOOLS

まずはじめに、多項式二乗和を以下のように定義する.

定義 2.1 ベクトル変数 $x = [x_1, \dots, x_p]'$ に対するスカラ関数 $\psi(x)$ が多項式二乗和で表されるとき, すなわち

$$\psi(x) = \sum_{j=1}^N \phi_j(x)^2, \quad \phi_j(x) : x_1, \dots, x_p \text{ の多項式}$$

と表されるとき, *SOS (Sum Of Squares)* であるという.

例えば, 多項式

$$p(x) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 \quad (1)$$

は

$$p(x) = x_1^2 + (x_1 + x_2)^2 = f_1(x)^2 + f_2(x)^2 \quad (2)$$

とでき, 多項式二乗和である.

ある多項式 $\psi(x)$ が SOS であるとき, 明らかに $\psi(x) \geq 0$ である. これは, Lyapunov 関数に基づく安定判別条件などの不等式条件を表現する際に有効と考えられるが, 実際にある多項式が SOS として表されるかどうかという問題は, 以下の定理によって半正定値計画問題として帰着, 解くことが出来る [22].

定理 2.1 スカラ関数 $\psi(x)$ が多項式二乗和であるための必要十分条件は

$$\psi(x) = Z'(x)QZ(x)$$

が成り立つ準正定対称行列 Q が存在することである. ただし, ベクトル $Z(x)$ は変数 x からなる単項式ベクトルであり, $\deg(Z(x)) \leq \deg(\psi(x))/2$ である.

例えば, $c_i, i = 1, \dots, 3$ を係数にもつ多項式

$$p(x) = c_1x_2 + c_2x_1^2 + c_3x_1x_2 \quad (3)$$

を考えた場合，これは $Z(x) = [1 \ x_1 \ x_2]'$ として

$$p(x) = Z(x)' \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_1/2 \\ 0 & c_2 & c_3/2 \\ c_1/2 & c_3/2 & 0 \end{bmatrix} Z(x)$$

と書けるため，

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_1/2 \\ 0 & c_2 & c_3/2 \\ c_1/2 & c_3/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

の準正定性を問う問題に帰着される。

以上より，ある多項式関数がSOS，すなわち多項式二乗和で表されるかどうかという問題は，半正定値計画問題を解くことによって求まることになるが，これに関する計算機援用ツールとして開発されたのがSOSTOOLS[21]である。SOSTOOLSは，Papachristodoulouらが開発したMATLABにおけるフリーのツールボックスであり，SeDuMi[23]と併せて利用することにより，上記問題を解くことが可能となる。実際の処理の流れを図1に示す。詳細は[21, 19]などを参照されたい。

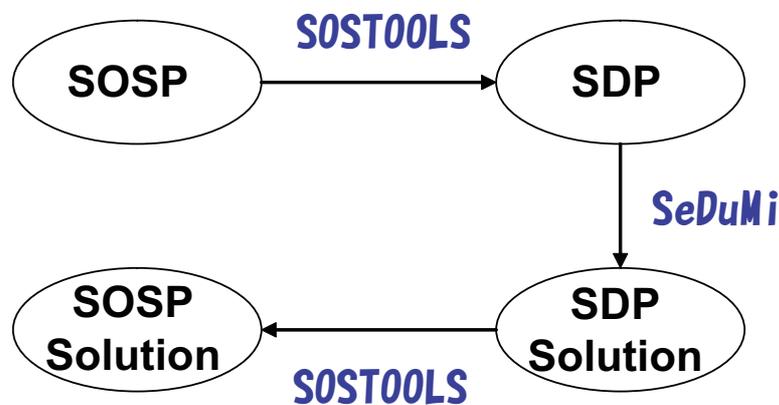


図1 SOSTOOLS と SeDuMi

2.3 線形むだ時間系に対する解析

$x(t) \in \mathbb{R}^n$, $A_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $A_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_0 \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $r \in \mathbb{R}$, $\tau \in \mathbb{R}$, に対して, 以下の線形むだ時間システムを考える.

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-r) + B_0u(t) + B_1u(t-\tau) \quad (5)$$

初期関数は

$$\begin{aligned} x(\theta) &= \phi(\theta), \quad \theta \in [-\max\{r, \tau\}, 0] \\ \phi &\in C([-\max\{r, \tau\}, 0], \mathbb{R}^n), \end{aligned} \quad (6)$$

で与えられるとする. 今, 状態フィードバック

$$u(t) = Kx(t), \quad (7)$$

を用いて閉ループ系を構成すると

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}_0x(t) + A_1x(t-r) + \tilde{A}_1x(t-\tau) \quad (8)$$

となる. ここで $\tilde{A}_0 = A_0 + B_0K$, $\tilde{A}_1 = B_1K$ である.

注意 2.1 システム (5) 式は *Papachristodoulou* ら [24] が既に紹介したシステムと非常に似ているが, *SOS* 緩和に基づく安定性解析の有効性を確かめる目的から, 独立な 2 つのむだ時間を有している.

2.3.1 complete-type Lyapunov-Krasovskii 汎関数

ここでは, より保守性の低い安定性解析を行うことを目的として, システム (8) 式を対象した complete-type Lyapunov-Krasovskii 汎関数を構築する. complete-type Lyapunov-Krasovskii 汎関数は, 線形むだ時間系の解の存在を仮定して構築されるある種の Lyapunov 関数であり, その存在性は系の安定性と必要十分の関係にあることが知られている [2]. むだ時間が 1 つの場合の L-K 汎関数については文献 [2] で既に述べられているので参照されたい.

システム (8) 式が漸近安定であると仮定する. このとき, 初期状態 (6) 式の下での解を以下のようにかくことができる.

$$\begin{aligned} x(t, \phi) = & \Phi(t)\phi(0) + \int_{-r}^0 \Phi(t-r-\theta_r)A_1\phi(\theta_r)d\theta_r \\ & + \int_{-\tau}^0 \Phi(t-\tau-\theta_\tau)\tilde{A}_1\phi(\theta_\tau)d\theta_\tau, \quad t \geq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで $\Phi(t)$ はシステム (8) 式における基礎解と呼ばれ, 初期状態を

$$\Phi(0) = I, \quad \Phi(t) = 0 \text{ for } t < 0.$$

として,

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}[(sI - \tilde{A}_0 - e^{-rs}A_1 - e^{-\tau s}\tilde{A}_1)^{-1}] \quad (10)$$

で表される.

今,

$$\dot{v}_W(x_t) = -x'(t)Wx(t), \quad (11)$$

となるような 2 次の汎関数 $V(\phi) = v_W(\phi)$ を考えると, これは

$$v_W(\phi) = \int_0^\infty x'(t, \phi)Wx(t, \phi)dt \quad (12)$$

を時間微分することによって得ることが出来るものと理解できる.

このため, 対称行列 $W_1 > 0, W_2 \geq 0, W_3 > 0, W_4 \geq 0, W_5 > 0$ に対して, その時間微分が

$$\begin{aligned} \dot{v}(x_t) = & -x'(t)W_1x(t) \\ & -x'(t-r)W_3x(t-r) - x(t-\tau)W_5x(t-\tau) \\ & - \int_{-r}^0 x'(t+h_1)W_2x(t+h_1)dh_1 \\ & - \int_{-\tau}^0 x'(t+h_2)W_4x(t+h_2)dh_2 \end{aligned} \quad (13)$$

となるような Lyapunov-Krasovskii 汎関数を構築することを考えた場合,

$$\begin{aligned}
v(x_t) &= v_{W_1+rW_2+W_3+rW_4+W_5}(x_t) \\
&+ \int_{-r}^0 \int_{h_1}^0 x'(t+\theta) W_2 x(t+\theta) d\theta dh_1 \\
&+ \int_{-r}^0 x'(t+\theta) W_3 x(t+\theta) d\theta \\
&+ \int_{-\tau}^0 \int_{h_2}^0 x'(t+\theta) W_4 x(t+\theta) d\theta dh_2 \\
&+ \int_{-\tau}^0 x'(t+\theta) W_5 x(t+\theta) d\theta \\
&= v_{W_1+rW_2+W_3+rW_4+W_5}(x_t) \\
&+ \int_{-r}^0 x'(t+\theta) [(r+\theta)W_2 + W_3] x(t+\theta) d\theta \\
&+ \int_{-\tau}^0 x'(t+\theta) [(r+\theta)W_4 + W_5] x(t+\theta) d\theta
\end{aligned} \tag{14}$$

と設定できる.

ここで, システム (8) 式は漸近安定であるから, 以下の行列

$$U_W(\tau) = \int_0^\infty \Phi'(t) W \Phi(t+\tau) dt \tag{15}$$

を定義することができ, 解 (9) 式を (12) 式に代入し, (15) 式を用いることで以下の方程式が得られる.

$$\begin{aligned}
v_w(\phi) &= \phi'(0) U_W(0) \phi(0) \\
&+ 2\phi'(0) \int_{-r}^0 U_W(-r-\theta_r) A_1 \phi(\theta_r) d\theta_r \\
&+ 2\phi'(0) \int_{-\tau}^0 U_W(-\tau-\theta_\tau) \tilde{A}_1 \phi(\theta_\tau) d\theta_\tau \\
&+ \int_{-r}^0 \int_{-r}^0 \phi'(\theta_{r1}) A_1' U_W(\theta_{r1}-\theta_{r2}) A_1 \phi(\theta_{r2}) d\theta_{r1} d\theta_{r2} \\
&+ \int_{-\tau}^0 \int_{-\tau}^0 \phi'(\theta_{\tau1}) \tilde{A}_1' U_W(\theta_{\tau1}-\theta_{\tau2}) \tilde{A}_1 \phi(\theta_{\tau2}) d\theta_{\tau1} d\theta_{\tau2} \\
&+ 2 \int_{-r}^0 \int_{-\tau}^0 \phi'(\theta_r) A_1' U_W(r-\tau+\theta_r-\theta_\tau) \tilde{A}_1 \phi(\theta_\tau) d\theta_r d\theta_\tau
\end{aligned} \tag{16}$$

結局, (16) 式を (14) 式に代入すれば, 初期状態 ϕ に関して, 汎関数

$$\begin{aligned}
V(\phi) = & \phi'(0)U(0)\phi(0) \\
& + 2\phi'(0) \int_{-r}^0 U(-r - \theta_r)A_1\phi(\theta_r)d\theta_r \\
& + 2\phi'(0) \int_{-\tau}^0 U(-\tau - \theta_\tau)\tilde{A}_1\phi(\theta_\tau)d\theta_\tau \\
& + \int_{-r}^0 \int_{-r}^0 \phi'(\theta_{r1})A'_1U(\theta_{r1} - \theta_{r2})A_1\phi(\theta_{r2})d\theta_{r1}d\theta_{r2} \\
& + \int_{-\tau}^0 \int_{-\tau}^0 \phi'(\theta_{\tau1})\tilde{A}'_1U(\theta_{\tau1} - \theta_{\tau2})\tilde{A}_1\phi(\theta_{\tau2})d\theta_{\tau1}d\theta_{\tau2} \\
& + 2 \int_{-r}^0 \int_{-\tau}^0 \phi'(\theta_r)A'_1U(r - \tau + \theta_r - \theta_\tau)\tilde{A}_1\phi(\theta_\tau)d\theta_r d\theta_\tau \\
& + \int_{-r}^0 \phi'(\theta_r)[(r + \theta_r)W_2 + W_3]\phi(\theta_r)d\theta_r \\
& + \int_{-\tau}^0 \phi'(\theta_\tau)[(r + \theta_\tau)W_4 + W_5]\phi(\theta_\tau)d\theta_\tau
\end{aligned} \tag{17}$$

を得ることができる.

ここで, 汎関数 (17) 式がシステム (8) 式の安定性と必要十分であるためには, むだ時間系における一つの安定条件, Lyapunov-Krasovskii の安定条件

$$V(\phi) \geq \varepsilon \|\phi(0)\|^2 \tag{18}$$

$$\dot{V}(\phi) \leq -\varepsilon \|\phi(0)\|^2 \tag{19}$$

を満たさなければならない ($\varepsilon > 0$). このうち (19) 式については, 前述 (13) 式より既に満たしている. 以下では (18) 式に関する証明を行う.

証明 2.1 以下の不等式

$$H = \begin{pmatrix} W_1 + \varepsilon(\tilde{A}_0 + \tilde{A}'_0) & \varepsilon A_1 & \varepsilon \tilde{A}_1 \\ \varepsilon A'_1 & W_3 & 0 \\ \varepsilon \tilde{A}'_1 & 0 & W_5 \end{pmatrix} > 0$$

が成り立つような $\varepsilon > 0$ に対して,

$$\tilde{v}(\phi) = v(\phi) - \varepsilon \phi'(0)\phi(0). \tag{20}$$

とおく．両辺を時間微分すれば， $0 < \delta < \lambda_{\min}(H)$ に対して

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\tilde{v}(x_t) &= \dot{v}(x_t) \\
&\quad - 2\varepsilon x'(t)[\tilde{A}_0 x(t) + A_1 x(t-r) + \tilde{A}_1 x(t-\tau)] \\
&= - (x'(t) \ x'(t-r) \ x'(t-\tau)) H \begin{pmatrix} x(t) \\ x(t-r) \\ x(t-\tau) \end{pmatrix} \\
&\leq -\delta \|x(t)\|^2
\end{aligned} \tag{21}$$

となるから，0 から ∞ まで積分することにより

$$0 - \tilde{v}(x_t) \leq -\delta \int_t^\infty \|x(t+h)\|^2 dh \leq 0.$$

となり，

$$v(x_t) \geq \varepsilon \|x(t)\|^2$$

である．

以上より，汎関数 (17) 式の存在性はシステム (8) 式の漸近安定性と等価であり，このような汎関数は complete-type Lyapunov-Krasovskii 汎関数と呼ばれる．

2.3.2 SOS 安定性判別条件

一般に，complete-type Lyapunov-Krasovskii 汎関数 (17) 式の存在性を直接的に問うことは非常に困難であり，これまで LMI 形式に基づいた安定性判別条件の導出が盛んに研究されてきた．ここでは，前節で得られた汎関数を元に，より保守性の低い条件を得るため，SOS に基づく解析手法について述べる．

(17) 式に対し，以下の積分多項式を考える．

$$\begin{aligned}
V(x_t) = & a_0(x_t(0)) \\
& + \int_{-r}^0 \int_{-r}^0 \int_{-\tau}^0 \int_{-\tau}^0 \left\{ \frac{1}{\tau^2} a_1(\theta_r, \xi_r, x_t(0), x_t(\theta_r), x_t(\xi_r)) \right. \\
& \quad + \frac{1}{r^2} a_4(\theta_\tau, \xi_\tau, x_t(0), x_t(\theta_\tau), x_t(\xi_\tau)) \\
& \quad \left. + \frac{1}{r\tau} a_7(\theta_\tau, \xi_r, x_t(0), x_t(\theta_\tau), x_t(\xi_r)) \right\} d\theta_\tau d\xi_\tau d\theta_r d\xi_r \quad (22) \\
& + \int_{-r}^0 \int_{\theta_\tau}^0 a_2(x_t(\zeta)) d\zeta d\theta_\tau + \int_{-r}^0 \int_{\xi_r}^0 a_3(x_t(\zeta)) d\zeta d\xi_r \\
& + \int_{-\tau}^0 \int_{\theta_\tau}^0 a_5(x_t(\zeta)) d\zeta d\theta_\tau + \int_{-\tau}^0 \int_{\xi_\tau}^0 a_6(x_t(\zeta)) d\zeta d\xi_\tau,
\end{aligned}$$

ここで $x_t(\theta) = x(t + \theta)$, $\theta \in [-\max\{r, \tau\}, 0]$ である．今, $x = x_t(0)$, $x_{dr} = x_t(-r)$, $x_{d\tau} = x_t(-\tau)$, $y_\tau = x_t(\theta_\tau)$, $y_r = x_t(\theta_r)$, $z_\tau = x_t(\xi_\tau)$, $z_r = x_t(\xi_r)$ と定義することにより，以下の系を得る．

系 2.1 システム (8) 式を考える．以下の不等式条件が成立する多項式 $a_0(x)$, $a_1(\theta_r, \xi_r, x, y_r, z_r)$, $a_2(x_t(\zeta))$, $a_3(x_t(\zeta))$, $a_4(\theta_\tau, \xi_\tau, x, y_\tau, z_\tau)$, $a_5(x_t(\zeta))$, $a_6(x_t(\zeta))$, $a_7(\theta_\tau, \xi_r, x, y_\tau, z_r)$,

および正の実数値 ε が存在するならば、システム (8) 式の原点は漸近安定である。

$$\text{C1} : a_0(x) - \varepsilon \|x\|^2 \geq 0,$$

$$\text{C2} : a_1(\theta_r, \xi_r, x, y_r) \geq 0, \quad a_4(\theta_\tau, \xi_\tau, x, y_\tau) \geq 0, \quad a_7(\theta_\tau, \xi_r, x, y_\tau) \geq 0, \\ \forall \theta_r, \xi_r, \theta_\tau, \xi_\tau \in [-\max\{r, \tau\}, 0],$$

$$\text{C3} : a_2(x_t(\zeta)) \geq 0, \quad a_3(x_t(\zeta)) \geq 0, \quad a_5(x_t(\zeta)) \geq 0, \quad a_6(x_t(\zeta)) \geq 0,$$

$$\text{C4} : \frac{da_0}{dx} f + r^2 \left(\frac{da_1}{dx} f - \frac{da_1}{d\theta_r} - \frac{da_1}{d\xi_r} \right) \\ + ra_1(0, \xi_r, x, x, z_r) - ra_1(-r, \xi_r, x, x_{dr}, z_r) \\ + ra_1(\theta_r, 0, x, y_r, x) - ra_1(\theta_r, -r, x, y_r, x_{dr}) \\ + r(a_2(x) - a_2(y_r)) + r(a_3(x) - a_3(z_r)) \\ + \tau^2 \left(\frac{da_4}{dx} f - \frac{da_4}{d\theta_\tau} - \frac{da_4}{d\xi_\tau} \right) \\ + \tau a_4(0, \xi_\tau, x, x, z_\tau) - \tau a_4(-\tau, \xi_\tau, x, x_{d\tau}, z_\tau) \\ + \tau a_4(\theta_\tau, 0, x, y_\tau, x) - \tau a_4(\theta_\tau, -\tau, x, y_\tau, x_{d\tau}) \\ + \tau(a_5(x) - a_5(y_\tau)) + \tau(a_6(x) - a_6(z_\tau)) \\ + r\tau \left(\frac{da_7}{dx} f - \frac{da_7}{d\theta_\tau} - \frac{da_7}{d\xi_r} \right) \\ + ra_7(0, \xi_r, x, x, z_r) - ra_7(-\tau, \xi_r, x, x_{d\tau}, z_r) \\ + \tau a_7(\theta_\tau, 0, x, y_\tau, x) - \tau a_7(\theta_\tau, -r, x, y_\tau, x_{dr}) \leq -\varepsilon \|x\|^2, \\ \forall \theta_r, \xi_r, \theta_\tau, \xi_\tau \in [-\max\{r, \tau\}, 0].$$

証明 2.2 条件 C1, C2 および C3 は $V(x_t)$ の正定性 $V(x_t) \geq \varepsilon \|x(t)\|^2 > 0$ を保証している。すなわち、条件 C2 と C3 を積分して条件 C1 に加えることにより、*Lyapunov-Krasovskii* の安定条件 (18) 式が満たされる。一方、条件 C4 は、汎関数 $V(x_t)$ の時間微分

$$r^2 \tau^2 \dot{V}(x_t) = \int_{-r}^0 \int_{-r}^0 \int_{-\tau}^0 \int_{-\tau}^0 v(\theta_r, \xi_r, \theta_\tau, \xi_\tau, x, y_r, z_r, y_\tau, z_\tau) d\theta_r d\xi_r d\theta_\tau d\xi_\tau$$

$$\begin{aligned}
& v(\theta_r, \xi_r, \theta_\tau, \xi_\tau, x, y_r, z_r, y_\tau, z_\tau) \\
&= \frac{da_0}{dx} f + r^2 \left(\frac{da_1}{dx} f - \frac{da_1}{d\theta_r} - \frac{da_1}{d\xi_r} \right) \\
&\quad + ra_1(0, \xi_r, x, x, z_r) - ra_1(-r, \xi_r, x, x_{dr}, z_r) \\
&\quad + ra_1(\theta_r, 0, x, y_r, x) - ra_1(\theta_r, -r, x, y_r, x_{dr}) \\
&\quad + r(a_2(x) - a_2(y_r)) + r(a_3(x) - a_3(z_r)) \\
&\quad + \tau^2 \left(\frac{da_4}{dx} f - \frac{da_4}{d\theta_\tau} - \frac{da_4}{d\xi_\tau} \right) \\
&\quad + \tau a_4(0, \xi_\tau, x, x, z_\tau) - \tau a_4(-\tau, \xi_\tau, x, x_{d\tau}, z_\tau) \\
&\quad + \tau a_4(\theta_\tau, 0, x, y_\tau, x) - \tau a_4(\theta_\tau, -\tau, x, y_\tau, x_{d\tau}) \\
&\quad + \tau(a_5(x) - a_5(y_\tau)) + \tau(a_6(x) - a_6(z_\tau)) \\
&\quad + r\tau \left(\frac{da_7}{dx} f - \frac{da_7}{d\theta_\tau} - \frac{da_7}{d\xi_r} \right) \\
&\quad + ra_7(0, \xi_r, x, x, z_r) - ra_7(-\tau, \xi_r, x, x_{d\tau}, z_r) \\
&\quad + \tau a_7(\theta_\tau, 0, x, y_\tau, x) - \tau a_7(\theta_\tau, -r, x, y_\tau, x_{dr})
\end{aligned} \tag{23}$$

における被積分関数 (23) 式の負定性を保証している。よって、条件 C1, C2, C3 および C4 を満たす正の実数値 ε が存在するならば、システム (8) 式の原点は漸近安定である。

2.4 数値例

この節では、3つの例題に対して系 2.1 を用いることで、SOS に基づく手法の有効性および計算時間に関する考察を行う。システムが安定となる最大むだ時間に関しては、系 2.1 におけるむだ時間の値を繰り返し大きく設定し直していき、逐次的に解いて求める。用いた計算機の性能を表 1 に示す。例題 1 においては、まず計算時間と保守性の関係を検討するため、簡単な 1 次のシステムを作成して用いた。例題 2, 3 のシステムに関しては、LMI に基づく従来研究と比較するために [7] より引用した。

表 1 計算機性能 (SOS 解析用)

CPU	Intel Celeron D 2.53 GHz
Memory	2.0 Gbyte
OS	Vine Linux 3.0 (32bit)
MATLAB	Ver. 7.1.0
SOSTOOLS	Ver. 2.00

表 2 計算結果 (例題 2)

Method	Corollary 1	[7] (2005)
max r [sec]	15.407	6.00
CPU time [sec]	357	215

例題 1. 以下のシステムを考える.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t-r) \quad (24)$$

ここで, $A_0 = 1.0$, $A_1 = -1.3$ であり, システム (24) 式が漸近安定となるむだ時間 $r \geq 0$ が存在すると仮定する (システム (5) 式においては $B_0 = 0$, $B_1 = 0$, $K = 0$).

例題 1 に対して系 2.1 を用いた計算結果を図 2, 図 3 に示す. θ および ξ の次元をあげることによって, 計算時間は増大するものの, システムが安定となるむだ時間の最大値がより精密に求まることがわかる. 次の**例題 2** では, 2 次のシステムを用いて従来研究と比較する.

例題 2. 以下のシステムを考える.

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-r) + B_0u(t) \quad (25a)$$

$$u(t) = Kx(t), \quad (25b)$$

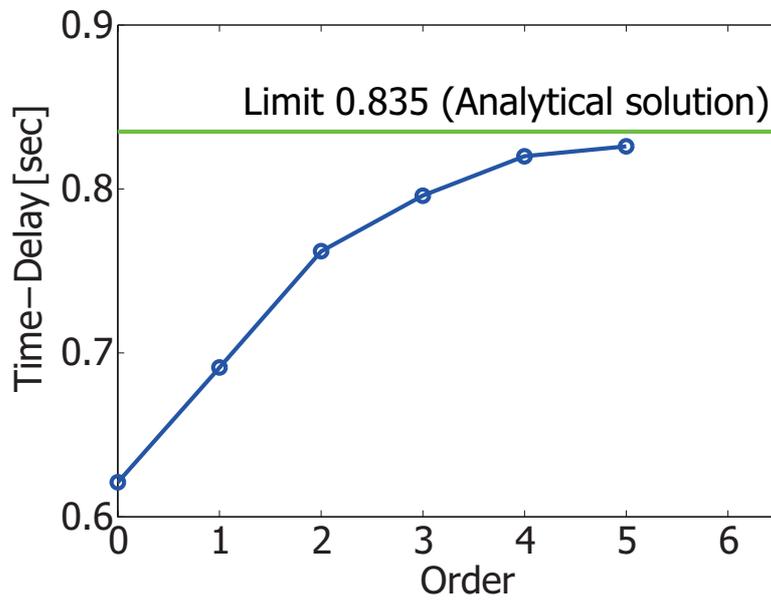


図 2 θ, ξ の次元とむだ時間

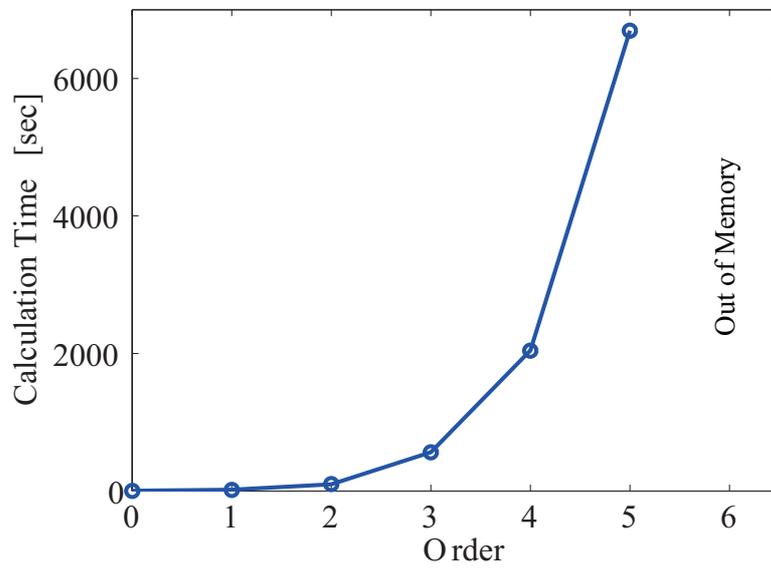


図 3 θ, ξ の次元と計算時間

ここで

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -70.18 & -77.67 \end{bmatrix},$$

であり、システム (25) 式が漸近安定となるむだ時間 $r \geq 0$ が存在すると仮定する.

系 2.1, および LMI に基づく従来手法 [7] を用いて行った計算結果を表 2 にまとめる. 系 2.1 においては, 今回は計算時間の関係から θ, ξ の次数をゼロと設定した. システム (25) 式が安定となる最大むだ時間は $\bar{r} = 15.407$, 計算時間は 357 [sec] という結果を得た. LMI に基づく手法 [7] においては, $\bar{r} = 6.00$, 計算時間は 215 [sec] という結果であった. θ, ξ の次数をゼロと設定しているにもかかわらず, LMI に基づく手法 [7] に比べて系 2.1 はより保守性の低い結果を導いている.

ここで, システム (25) 式が安定となる最大むだ時間に関しては解析的に求めることが困難であることから, 初期値を $\phi_0 = [-1 \ 1]'$ にとりその時間応答を図示する. $r = 15.407$ に対してはシステムの応答が安定的に収束しているが (図 2.4), $r = 16.770$ に対しては振動的な応答を示し (図 2.4), さらに $r = 17.300$ においては応答が発散していく傾向にある. このため, システムが安定となる最大むだ時間は 16.770 近傍にあることがわかる. 図 7 に, 文献 [25, 26, 7], および系 2.1 によって得られた結果をまとめる. 系 2.1 によって求められたむだ時間 15.407 は, LMI に基づく手法のそれよりも一般に保守性の低い結果を得ることが出来ることが分かる.

例題 3. 以下のシステムを考える.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t-r) + B_1u(t) + B_2u(t-\tau), \quad (26a)$$

$$u(t) = Kx(t), \quad (26b)$$

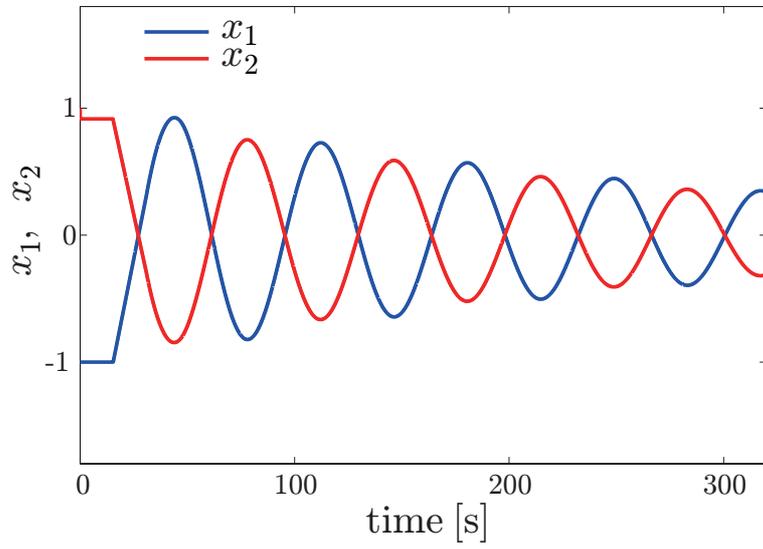


图 4 初期値応答 $r = 15.407$

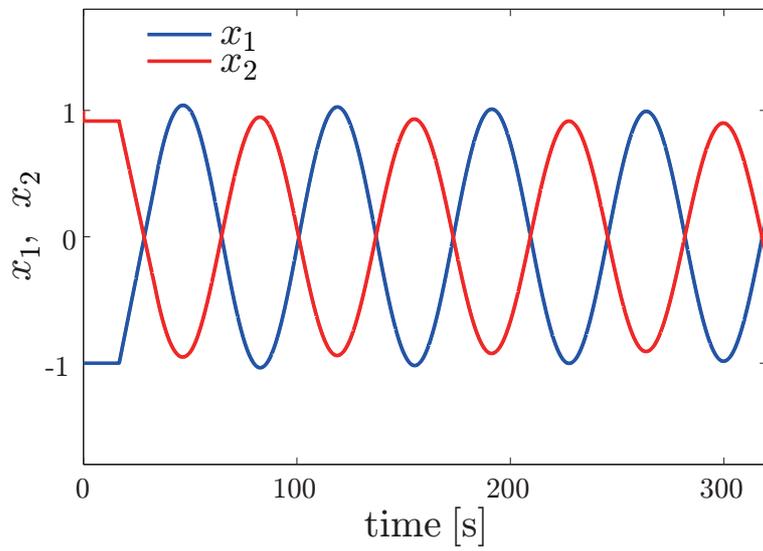


图 5 初期値応答 $r = 16.770$

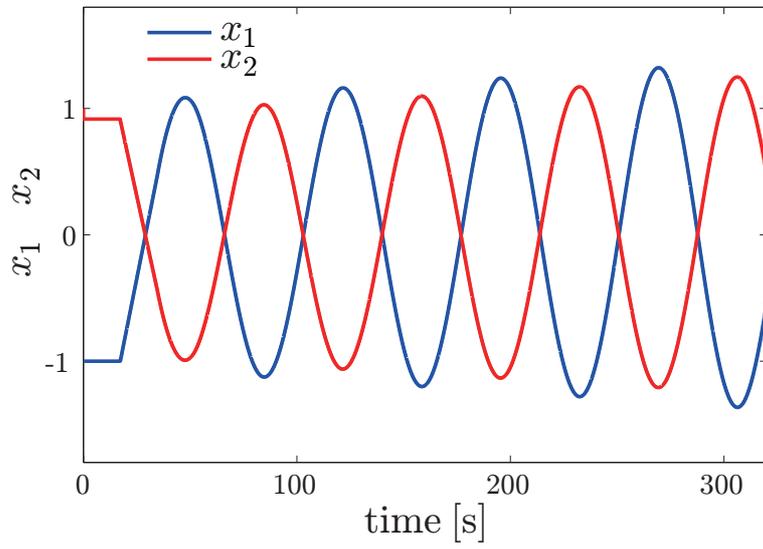


图 6 初期值応答 $r = 17.300$

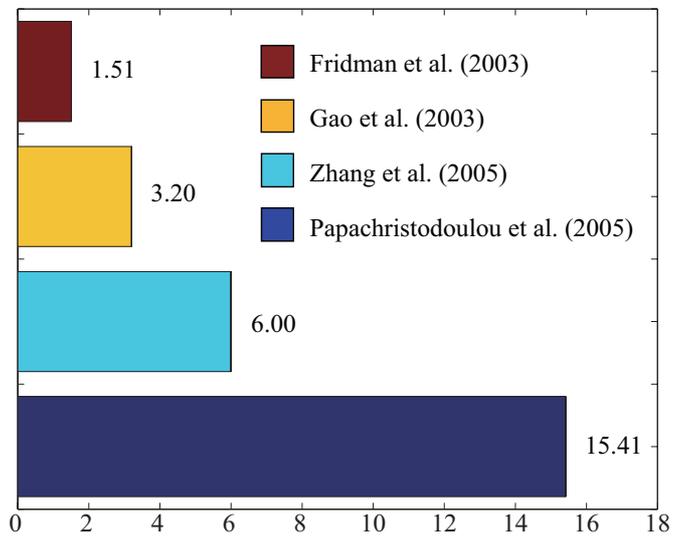


图 7 SOS vs LMI

ここで,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} -2 & -0.5 & 0 & 0 \\ -0.2 & -1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & -2 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}', \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}',$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.0129 & -0.0031 & -0.0009 & -0.3181 \end{bmatrix},$$

であり, システム (26) 式が漸近安定となるむだ時間 $r \geq 0$, $\tau \geq 0$ が存在すると仮定する.

r および τ の値を任意に設定し, 系 2.1 の計算を行った. しかし, この例題においては系 2.1 における θ, ξ をゼロとしても計算すること自体できなかった. LMI に基づく手法 [7] を用いた場合においては, システム (26) 式が安定となる最大むだ時間は $\bar{r} = 0.56$, $\bar{\tau} = 0.1$ であるという結果を得た. これよりむだ時間系の SOS 安定性解析は, 基本的に低次のシステムに限って行うことが望ましいと考える.

2.5 本章のまとめ

本章では, 近年注目を集めている多項式二乗和のための数値解析ツール SOS-TOOLS の利用に関して, その実用性を検証する目的から線形むだ時間系における安定性解析を行った. 用いた数値例においては, SOS 条件として表記される安定性判別条件は, LMI によるそれよりも一般的に保守性の低い解析結果が得られる可能性を示したが, 保守性の軽減に伴って莫大に増加する計算時間が問題であることが分かった. 保守性と計算時間に関するトレードオフを踏まえた上での利用が必要である.

3. 状態依存むだ時間系に対する非線形モデル表現と SOS 安定性解析

3.1 はじめに

むだ時間が時変の場合、例えばネットワークの伝送遅延のように不規則変動するものもあれば、移送遅れのように移動速度などの別の量によってその長さが明確に規定されるものもある。本章では、後者のひとつである、現在の状態に依存してむだ時間の長さが変動する系、すなわち状態依存むだ時間系に焦点をあてる。

このような系の振る舞いは、従来から知られている固定むだ時間や時変むだ時間を有する系と比較してはるかに複雑であるが、状態のむだ時間への依存性を陽に扱うことによってより正確な動特性の把握が可能となる。通信ネットワーク系における輻輳制御問題はその典型的な例である。どのパラメータを制御入力とみなすかによって、現行のインターネットで用いられているウィンドウベース型、ATM ネットワークをモデル化したレートベース型に分類される [27] が、そのどちらも輻輳状態の検出にかかるむだ時間がルータにおけるバッファ内の待ち行列長さに依存して決まるため、単なる時変むだ時間系と見るよりは状態依存むだ時間系として捉えることが本質的であると指摘されている [4, 28]¹。また、生物学における個体数変動モデルあるいは人口変動モデルにおいては、新たな個体を生成できる成熟期に至るまでの期間がむだ時間となり、これが現存の個体数に依存して決定される場合がある [29, 30]。状態依存むだ時間系として記述される現象は上記のほか、市場価格変動モデル [15]、結晶成長過程モデル [16] などがある。

以上のように、状態依存むだ時間系として記述される現象は数多く存在するが、ある特有の数理的複雑さを有するため、その直接的な取り扱いは一般に困難である。MATLAB/SIMULINK[®] の variable transport delay ブロックを用いたり、Runge-Kutta 法に関数バッファを附加するなどして、アルゴリズムにその解軌道を求めることはできるものの、数理的な解析が可能であるような閉じた形での表現は難しい。それゆえ従来では、むだ時間が公称値まわりで変動する不確定

¹なお、文献 [28] 等ではネットワークシミュレータ ns-2 を用いた現実的な状況下での検討も行われているが、ここでは基礎となる方程式の数理的な解析に重きを置いている。

システムとしてこれをモデル化し，ロバスト制御理論を適用するというアプローチが採られてきた [5]．しかし，確定的な挙動を示す系を不確定系としてモデル化することは当然ながら見積もりの保守性を増大させる．

そこで本章では，状態依存むだ時間系の近似モデルとして離散時間非線形状態方程式による表現を与え，既存のシステム制御理論からの接近を試みる．具体的には，まず与えられた状態依存むだ時間系を離散化し，その状態履歴を有限個の状態変数を用いて格納することで，むだ時間の無限次元性を回避する．むだ時間項は，区分的線形関数を要素に持つ非線形ゲインによって参照時点前後の状態の線形補間として近似する．これによって状態依存むだ時間系を有限次元の多項式系として表現することができ，その局所漸近安定性を SOSTOOLS を用いた共通リアプノフ関数の探索問題へと帰着させることができるようになる．従来の不確定系としてのモデリングに比べ，より正確な動特性の記述や解析が期待できる．

本章の構成は以下のとおりである．§3.2 では，まず本章で取り扱う状態依存むだ時間系について述べ，個体数変動モデルおよびレート型ネットワーク輻輳制御モデルを例として紹介する [30, 5]．§3.3 では，状態依存むだ時間系の近似モデルとして離散時間非線形状態方程式による表現を与え，その近似精度をシミュレーションにより比較する．§3.4 では，§3.3 で与えた状態方程式の局所漸近安定性が多項式システムに対する共通リアプノフ関数の探索問題に帰着できることを示す．§3.5 では，本手法の有効性を数値例によって示す．

本章では，以下の表記を用いる．実数 x に対して， $\lfloor x \rfloor$ は x を超えない最大の整数とする．実行列 M の転置を M' で表す．

3.2 状態依存むだ時間系

本節では，まず動機付けとして状態依存むだ時間系として記述される具体例をいくつか紹介した後，状態依存むだ時間系の定式化を行う．

3.2.1 個体数変動モデル

生物の個体数変動モデルは、微分差分方程式で記述される現象の一例である。例えば、文献 [31] では非線形なロジスティックモデルについて触れているが、ここではより簡単な線形なマルサスモデルを考えよう。個体数を $p(\cdot)$ 、出生率、死亡率を r_b, r_d とし、個体の成熟までに要する期間を τ とすると、個体数のダイナミクスは以下のようにモデル化できる。

$$\dot{p}(t) = r_b p(t - \tau) - r_d p(t) \quad (27)$$

つまり、出生個体数および死滅個体数の差により p の増減が決定されるが、新たな種を生成できる成熟期までにはある一定の期間を要するため、出生数は p の過去値に比例するのである。

さらにある種の海棲哺乳類では、成熟に要する期間が個体数に依存して変化することが知られている [29]。そこで (27) 式中の τ を $p(t)$ の関数としたモデル

$$\dot{p}(t) = r_b p(t - \tau(p(t))) - r_d p(t) \quad (28)$$

を考えよう。個体数の減少に応じて成熟を早める場合には、そのフィードバック機構が安定度を高めるための生存戦略として機能することになる。それゆえ、むだ時間の状態依存性はこの方程式にとって本質的である。文献 [29, 30] ではより複雑な個体数変動モデルを扱っているが、状態依存むだ時間系としての構造は、基本的には (28) 式に類似のものである。

3.2.2 ネットワーク輻輳制御モデル

文献 [5, 4, 8] では、レート型ネットワーク輻輳制御を考えるにあたって、対象とするネットワークを図 8 のようにモデル化している。送信ノード N_s から送信レート $u(t)$ で送出されるパケットはノード間のリンクを通じて受信ノード N_r へ送られる。両者の間に位置する中間ノードはルータを表す。いま中央のリンク L_c が輻輳に関与するものとする。すなわち L_c が最大容量 $d(t)$ の通信をおこなう場合にも、その入側ルータ R_i のバッファがオーバーフローしないよう、その待ち行列長

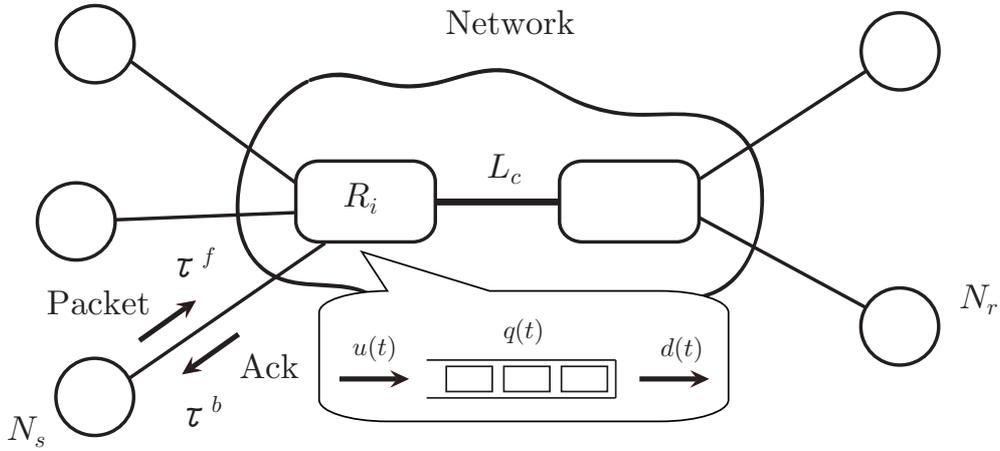


図 8 ネットワークモデル

さ (キュー長さ) $q(t)$ を一定に制御することが目的となる. まず, N_s から送られたパケットは R_i に前向き転送むだ時間 $\tau^f = \tau_p$ かけて到着する. ルータ R_i 内部においては, パケットが逐次バッファ内に蓄積され, 出側のリンク容量 $d(t)$ に応じて送出される. このため, あるパケットのバッファ内滞在時間は, パケットの到着時刻 t におけるキュー長さ $q(t)$ に依存して $q(t)/d(t)$ と見積もることができる. 本モデルでは, パケットがバッファから送出されると同時に, 受信確認信号が送信元へ送信されるとする. 受信確認信号には, 当該パケットのバッファ内滞在時間が含まれており, 後向き転送むだ時間 $\tau^b = \tau_p$ かけて N_s に到着する. したがって一連の動作のラウンドトリップタイムは $\tau(t) = 2\tau_p + q(t)/d(t)$ となり, ある時点で知ることのできるキュー長さは $y(t) = q(t - \tau(t))$ となる. 輻輳制御をおこなうに際しては, この $y(t)$ を元に, 送信レート $u(t)$ を決定しなければならない. 以上より, 数理モデルは以下のように与えられる.

$$\begin{aligned} \dot{q}(t) &= \begin{cases} u(t) - d(t), & \text{if } q(t) > 0, \\ \max\{u(t) - d(t), 0\}, & \text{if } q(t) = 0, \end{cases} \\ y(t) &= q(t - \tau(t)), \\ \tau(t) &= 2\tau_p + \frac{q(t)}{d(t)}. \end{aligned} \quad (29)$$

このモデルにおいて, 目標キュー長さを r として輻輳制御を行うことを考えよ

う. 送信レート $u(t)$ を PI コントローラ

$$\begin{aligned} u(t) &= -k_p(y(t) - r) - k_i\eta(t), \\ \eta(t) &= \int_0^t (y(s) - r) ds, \end{aligned} \quad (30)$$

で与える. d, r が定数であると仮定すると, (29) 式, (30) 式より $q(t) > 0$ において

$$\begin{aligned} \dot{q}(t) &= -k_i\eta(t) - k_p(q(t) - \tau(t)) - r - d \\ \dot{\eta}(t) &= q(t) - \tau(t) - r, \end{aligned} \quad (31)$$

となる. これらをまとめると, 閉ループ系は

$$\begin{bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{\eta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -k_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -k_p & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(t - \tau(t)) \\ \eta(t - \tau(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p r - d \\ -r \end{bmatrix} \quad (32)$$

となる. ここで, 平衡点を $[\bar{q} \ \bar{\eta}]'$ とすると

$$0 = \begin{bmatrix} -k_p & -k_i \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p r - d \\ -r \end{bmatrix} \quad (33)$$

なる関係より, $\bar{q} = r, \bar{\eta} = -k_i^{-1}d$ が得られるため, 平衡点からの偏差を $q_e(t) = q(t) - \bar{q}, \eta_e(t) = \eta(t) - \bar{\eta}$ とおけば以下のような偏差系が得られる.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{q}_e(t) \\ \dot{\eta}_e(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -k_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_e(t) \\ \eta_e(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} -k_p & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_e(t - \tau(t)) \\ \eta_e(t - \tau(t)) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

ここで, $\tau(t) = 2\tau_p + (q_e(t) + \bar{q})/d$ であるので, (34) 式は状態依存むだ時間系である.

3.2.3 定式化

以上を一般化して, $\xi(t) \in \mathbb{R}^n, A_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}, A_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, および ξ に関する多項式関数 $\tau(\xi) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ に対して, 以下のような状態依存むだ時間系を考える.

$$\dot{\xi}(t) = A_0\xi(t) + A_1\xi(t - \tau(\xi(t))) \quad (35)$$

例えば (28) 式は, $A_0 = -r_d$, $A_1 = r_b$ に相当する. (34) 式は,

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & -k_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} -k_p & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

に相当する. (35) 式は現在の状態 $\xi(t)$ に関する入れ子構造を有しているため, その直接的な取り扱いは一般に困難である. このため, §3.3 では離散時間非線形状態方程式としてこれを近似する手法を与え, §3.4 において SOSTOOLS[19] を用いた安定性解析を行う.

3.3 離散時間非線形状態方程式によるモデル化

§2 で定式化した状態依存むだ時間系 (35) 式は, むだ時間の長さが現在の状態に依存する複雑な入れ子構造を有するため, 安定性の解析などには不向きである. そこで本節では, 過去の状態履歴を有限個の状態変数に保持する離散時間モデルとして表現することを考え, 入れ子構造とむだ時間の無限次元性を回避する. ただし $\xi(t - \tau(\xi(t)))$ については, $t - \tau(\xi(t))$ が実数値となり離散時点を指すとは限らないため, 隣接する状態変数の値を補間して近似する. 以下, この方法について述べる.

3.3.1 モデル化手法

まず, 連続時間系である (35) 式に対して, サンプル値制御系における零次ホールド等価な離散化を行うことを考える. 状態変数 $\xi(t - \tau(\xi(t)))$ がサンプル周期 T でホールドされると仮定し, 行列 \bar{A}_0 , \bar{A}_1 を

$$\bar{A}_0 = e^{A_0 T}, \quad \bar{A}_1 = \int_0^T e^{A_0 \zeta} d\zeta A_1, \quad (36)$$

とおけば, 状態方程式 (35) 式は

$$x_0(k+1) = \bar{A}_0 x_0(k) + \bar{A}_1 \mathcal{E}(k, x_0(\cdot), \tau(x_0(k))), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (37)$$

なる離散系で近似表現できる. ここで $x_0(k) = \xi(kT)$ であり, $\mathcal{E}(k, x_0(\cdot), \tau(x_0(k)))$ は, 時刻 kT において履歴 $x_0(\cdot)$ から遅延時間 $\tau(x_0(k))$ だけ過去の状態量を推定する推定器である.

(37) 式において, むだ時間 $\tau(\cdot)$ が $0 < \tau(\cdot) \leq \tau_{\max}$ の範囲内にあるときの局所的な挙動を考える. 最大むだ時間 τ_{\max} に対して $m := \lfloor \tau_{\max}/T \rfloor + 1$ 個の状態ベクトル $x_i(k) \in \mathbb{R}^n, i = 1, 2, \dots, m$ を加えて, (37) 式で得られる状態量の履歴を離散的に保持する (図 9). ここで,

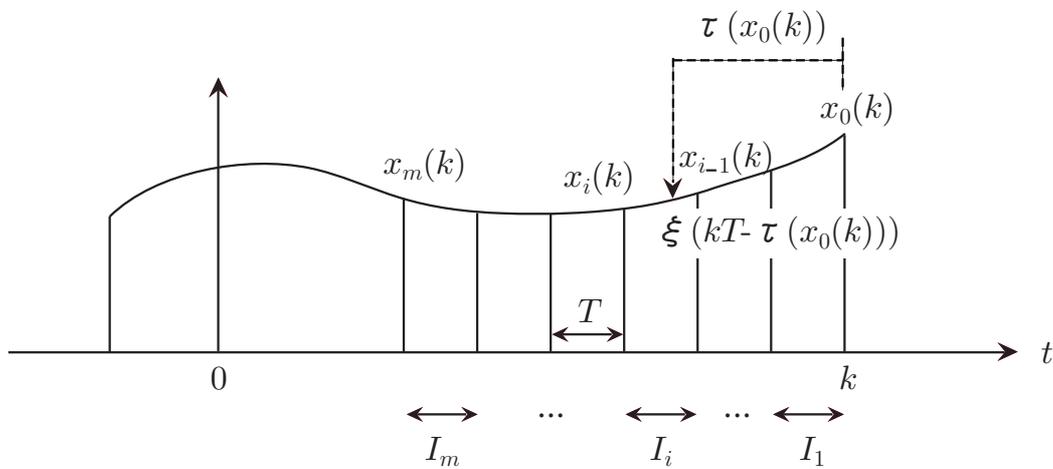


図 9 状態履歴の離散的保持

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_0(k)' & x_1(k)' & \cdots & x_m(k)' \end{bmatrix}',$$

$$\tilde{A}_0 = \begin{bmatrix} \tilde{A}_0 & & & \mathbf{0} \\ I_n & 0 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ \mathbf{0} & & I_n & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{A}_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (38)$$

とすると, 上記の動作は次の方程式によって表現することができる.

$$x(k+1) = \tilde{A}_0 x(k) + \tilde{A}_1 \mathcal{E}(k, x_0(\cdot), \tau(x_0(k))),$$

$$k = 0, 1, 2, \dots \quad (39)$$

前述のように, むだ時間 $\tau(\cdot)$ の値は連続的に変化するのに対し, (39) 式は離散時点上での状態量しか保存していない. このため, $\tau(\cdot)$ だけ過去の状態量を, 格納されている履歴情報を用いて近似する手続きが必要である. サンプル周期 T で分割された時間軸の各区間を $I_i = [-iT, (-i+1)T]$, $i = 1, 2, \dots, m$ とする. いま $-\tau(x_0(k)) \in I_j$ なる区間をとり, その両端点に対応する状態ベクトル $x_{j-1}(k)$ と $x_j(k)$ の内分点をもって $\mathcal{E}(k, x_0(\cdot), \tau(x_0(k)))$ の値を与える. すなわち

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(k, x_0(\cdot), \tau(x_0(k))) &= (1 - \alpha)x_{j-1}(k) + \alpha x_j(k), \\ \alpha &= \tau(x_0)/T - (j - 1).\end{aligned}$$

さらに区分的線形関数

$$f(\nu) = \begin{cases} 1 - \nu/T, & \text{if } 0 \leq \nu < T, \\ 1 + \nu/T, & \text{if } -T \leq \nu < 0, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (40)$$

(図 10) を用いて非線形ゲイン $G(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times nm}$ を以下のように定める.

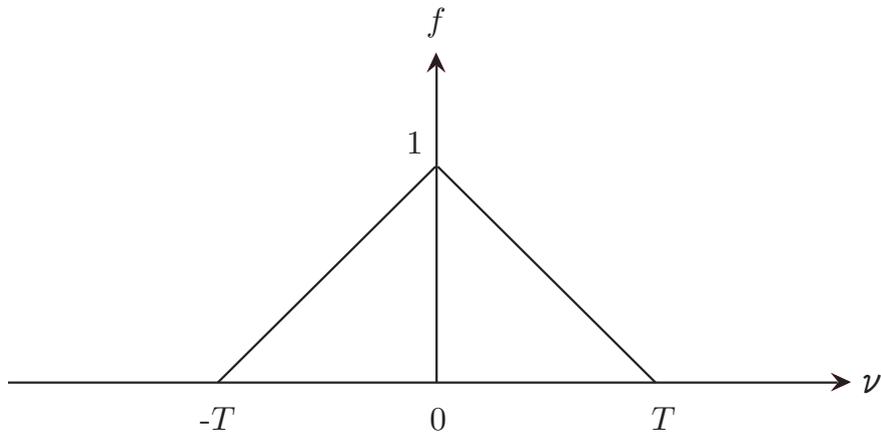


図 10 区分的線形関数

$$\begin{aligned}G(x) &= \begin{bmatrix} g_0(x)I_n & g_1(x)I_n & \cdots & g_m(x)I_n \end{bmatrix}, \\ g_i(x) &= f(\tau(x_0) - iT), \quad i = 0, 1, \dots, m.\end{aligned} \quad (41)$$

このとき, 先の線形補間は状態履歴ベクトルに対する加重和として表現できる. すなわち

$$\mathcal{E}(k, x_0(\cdot), \tau(x_0(k))) = G(x(k))x(k), \quad (42)$$

である (図 11). 以上より, (35) 式に対する新たなシステム表現として, 以下の離散時間非線形状態方程式を得る.

$$x(k+1) = (\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 G(x(k)))x(k), k = 0, 1, 2, \dots \quad (43)$$

(35) 式に対して (43) 式は, むだ時間および状態の入れ子構造を陽に持たない形となっている.

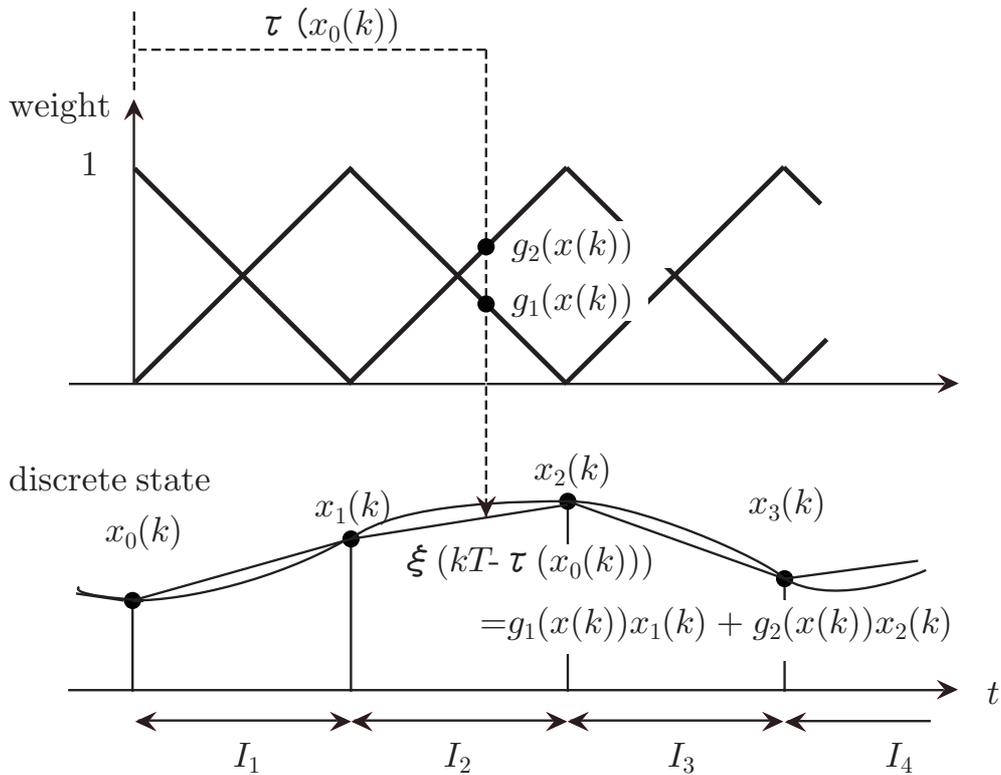


図 11 状態履歴ベクトルに対する加重和

3.3.2 提案モデルの時間応答

ここでは、前節で得られた提案モデルの時間応答を、§3.2.1 および §3.2.2 の例題を用いて示す。元の連続時間モデルについては、MATLAB/SIMULINK® の variable transport delay ブロックを利用して時間応答を求めた。個体数変動モデル (28) 式に関する各パラメータは $p_{\max} = 5.00$, $r_d = 2.00$, $r_b = 2.00$, むだ時間の関数形は

$$\tau(p(t)) = 0.2p(t) + 0.02 \quad (44)$$

とした。したがって $\tau_{\max} = 1.02$ となる。連続時間モデルの初期値は $p(0) = 2.0$, $p(\theta) = 5.0$, $\theta \in [-\tau_{\max}, 0)$ とした。サンプル周期を $T = 0.1$ として §3.2.1 の近似モデルを求めたとき、追加される状態変数の個数は $m = 11$ である。シミュレーション結果は図 12 のとおりであり、状態履歴を離散的にしか保持していないにも関わらず、提案モデルが (28) 式の動特性を良好に近似していることが分かる。

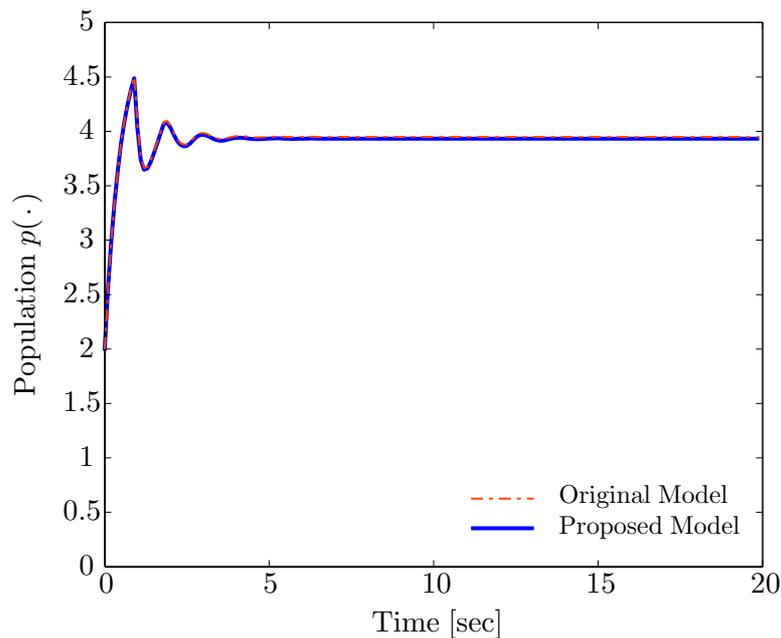


図 12 個体数変動モデルに対する提案モデルの時間応答

ネットワーク輻輳制御モデル (34) 式については、各パラメータを表 3 のよう

に選び, §3.3.1 の近似モデルを求める. 初期値は $x_0(0) = 5.0$, $x_i(0) = 0$, $i = 1, 2, \dots, m$ とし, $T = 0.1$ に対して $m = 3$ とする. シミュレーション結果を図 13 に示す. 個体数変動モデル同様, 良好な近似精度を達成している.

表 3 シミュレーションパラメータ (ネットワーク輻輳制御モデル)

q_{\max}	5.50	k_i	0.27	k_p	2.70
τ_p	0.01	d	20.0	r	3.00

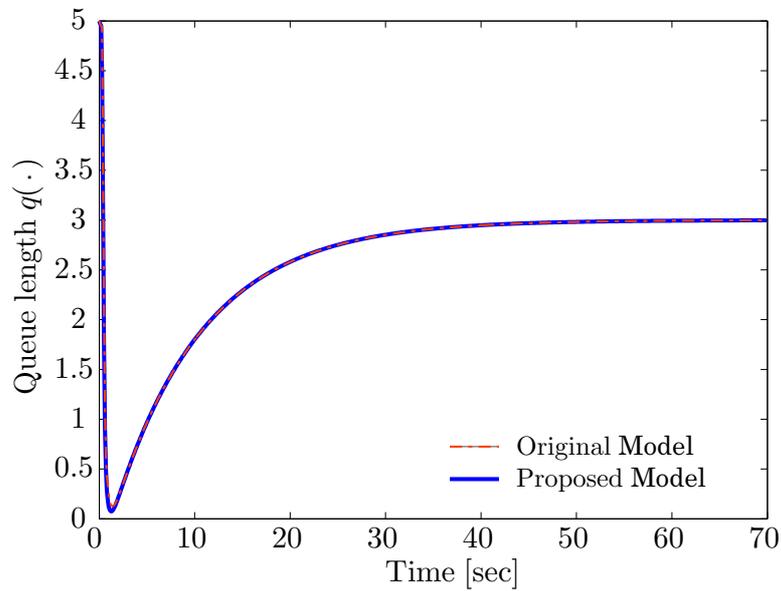


図 13 ネットワークモデルに対する提案モデルの時間応答

3.4 SOS 安定性解析

ここでは離散時間非線形状態方程式 (43) 式の安定性解析をおこなう. まず原点近傍における挙動を考えよう. $-\tau(0) \in I_\ell$ なる区間 I_ℓ を取ると, ある原点近傍 U で $-\tau(x) \in I_\ell, \forall x \in U$ となる. この単一区間における解析をおこなう. この場合

には, 非線形ゲイン $G(x(k))$ は, 以下のような区間の両端に対応する状態変数のみに作用する一次関数の重みと見なすことができる.

$$\begin{aligned}
G(x) &= \tilde{G}_\ell(x) \\
&= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \tilde{g}_{\ell-1}(x)I_n & \tilde{g}_\ell(x)I_n & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \\
\tilde{g}_{\ell-1}(x) &= 1 - \frac{1}{T}(\tau(x) - (\ell - 1)T), \\
\tilde{g}_\ell(x) &= 1 + \frac{1}{T}(\tau(x) - \ell T), \\
&\text{if } -\tau(x) \in I_\ell.
\end{aligned} \tag{45}$$

このとき, (43) 式における非線形ゲイン $G(x)$ を (45) 式で置き換えることによって, 単一区間に限定したときの離散時間非線形状態方程式を

$$\begin{aligned}
x(k+1) &= (\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \tilde{G}_\ell(x(k)))x(k), \\
&k = 0, 1, 2, \dots,
\end{aligned} \tag{46}$$

と表すことができる. (46) 式は, 状態 $x(k)$ に関する多項式システムになっている. このため, 多項式二乗和 (Sum Of Squares) のための数値解析ツール SOSTOOLS を用いてリアプノフ関数の探索をおこなうことができる [19].

つぎに, x がより広い領域にあるときを考えよう. $-\tau(x)$ が I_ℓ を含む複数の連続区間 I_j , $j \in \{\underline{\ell}, \dots, \bar{\ell}\}$ のいずれかに含まれるとき, 原点の局所漸近安定性については, 単一の区間について考えられた (46) 式を各区間インデックス j に対して構築し, 共通リアプノフ関数を用いた安定性解析を SOS 条件として書き表す. このとき, 以下の定理が得られる.

定理 3.1 関数 $g(\cdot)$, および領域 X を以下のように定める.

$$\begin{aligned}
g(x) &= -(\tau(x) - \bar{\ell}T)(\tau(x) - (\underline{\ell} - 1)T), \\
X &= \{x \in \mathbb{R}^{n(m+1)} \mid g(x) > 0\}.
\end{aligned}$$

このとき

$$x'Px - \sigma_1(x)g(x) - \epsilon_1\|x\|^2 \text{ は SOS,} \tag{47}$$

すべての $j \in \{\underline{\ell}, \dots, \bar{\ell}\}$ に対して

$$\begin{aligned} x'(P - (\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \tilde{G}_j(x))'P(\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \tilde{G}_j(x)))x \\ - \sigma_2(x)g(x) - \epsilon_2 \|x\|^2 \text{ は SOS,} \end{aligned} \quad (48)$$

となるような行列 P , 定数 $\epsilon_1 > 0$, $\epsilon_2 > 0$, および SOS 関数 $\sigma_i(\cdot)$, $i = 1, 2$ が存在するならば, 領域 X においてシステム (43) 式の原点は局所漸近安定である.

証明 3.1 基本的には文献 [32] の局所安定解析の結果に基づいている. 与えられた連続区間 I_j , $j \in \{\underline{\ell}, \dots, \bar{\ell}\}$ に対応する $(\bar{\ell} - \underline{\ell} + 1)$ 個のシステム (46) 式に対して共通リアプノフ関数を構成したい. リアプノフ関数を

$$V(x) = x'Px$$

と定めると, (47) 式のもとで

$$V(x) > 0, \quad \forall x \in X, \quad x \neq 0,$$

が成り立つ. また (48) 式は

$$\begin{aligned} x'(((\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \tilde{G}_j(x))'P(\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \tilde{G}_j(x)) - P)x < 0, \\ \forall x \in X, \quad x \neq 0 \end{aligned}$$

を意味しているが, 左辺は各 j に対応したシステム (46) 式の解軌道に沿ったリアプノフ関数値の増分

$$\Delta V(x) = V(x(k+1)) - V(x(k))$$

である. したがって, このような共通リアプノフ関数の存在下では, システム (43) 式の原点は領域 X において局所漸近安定である [33].

3.5 数値例

本節では, §3.4 で得られた定理 3.1 の有効性を数値例によって示す. 例として, ここでは §3.2.2 であげたレート型ネットワーク輻輳制御モデルをとりあげる. 閉

ループ系のゲイン余裕を求めることにより、離散時間の非線形状態方程式表現に基づく SOS 安定解析が、従来の不確定系としてのモデリングに対するロバスト安定解析 [5] よりも、保守性の低い結果を与えることを示す。

提案法においては、(34) 式のラウンドトリップタイム $\tau(t)$ が $0 < \tau(t) \leq \tau_{\max}$ のときを考える。 $\tau(t)$ がキュー長さ $q(t)$ の一次関数として与えられていることから、得られる離散時間非線形状態方程式 (46) 式は二次の多項式システムとなる。

文献 [5] においては、図 8 における変動むだ時間をラウンドトリップタイムに集約せず、送信ノードからルータまでの前向きむだ時間 $\tau^f(t)$ とルータから送信ノードまでの逆向きむだ時間 $\tau^b(t)$ に分けてモデル化している。前向き・逆向きむだ時間の公称値とその変動分をそれぞれ $\bar{\tau}^f, \bar{\tau}^b$ および $\delta^f(t), \delta^b(t)$ として

$$\tau^f(t) := \bar{\tau}^f + \delta^f(t), \quad \tau^b(t) := \bar{\tau}^b + \delta^b(t),$$

と表す。むだ時間の総和 $\delta(t) = \delta^f(t) + \delta^b(t)$ の上限と δ, δ^f の変化速度の上限を

$$|\delta(t)| < \delta^+, \quad |\dot{\delta}(t)| < \beta, \quad |\dot{\delta}^f(t)| < \beta^f \quad (49)$$

と見積もる。このとき、 \mathcal{L}^2 誘導ノルムが 1 以下であるような線形時変な不確かさ $\Delta_i^0, i = 1, 2$ を用いて、状態依存むだ時間系を図 14 のような加法的な不確かさを有するシステム

$$\begin{aligned} P_0(s) &= \frac{1}{s} e^{-(\bar{\tau}^f + \bar{\tau}^b)s}, \quad \Delta_{LTV}^0 = \begin{bmatrix} \Delta_1^0 \\ \Delta_2^0 \end{bmatrix}, \\ e_1 &= \frac{\beta + \beta^f}{\sqrt{1 - \beta}}, \quad e_2 = 2\delta^+, \quad \bar{W}(s) = \begin{bmatrix} e_1 & \\ & e_2 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (50)$$

としてモデル化できる。図中の r は目標キュー長さを表す。これに対して PI コントローラ

$$K(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) \quad (51)$$

を適用した場合のロバスト安定条件は

$$\|K(s)(I + P_0(s)K(s))^{-1}\bar{W}(s)\|_\infty \leq 1/\sqrt{2} \quad (52)$$

となる [5]。ここでは、比較のために (49) 式におけるむだ時間の変動分を逆向き側に集約して、 $\beta^f = 0$ と設定する。(50) 式の e_1 の定義から明らかなように、これ

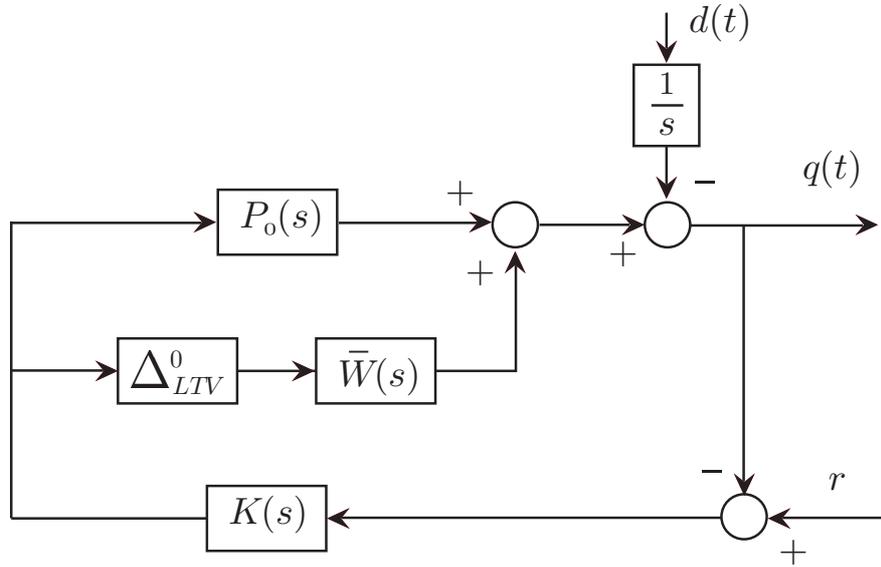


図 14 不確定系としてのモデリング

は最も緩い見積もりである. 平衡状態でのむだ時間長を $\tau_\infty = 2\tau_p + \bar{q}/d$ で表し, 本章の設定にあわせて $\bar{\tau}^f = \bar{\tau}^b = \tau_p$, $\delta^+ = \max(\tau_\infty - 2\tau_p, \tau_{\max} - \tau_\infty)$ とする. むだ時間の最大変化率 $\beta \leq 1$ はあらかじめ見積もることができないため, あらかじめいくつかの値を設定してシミュレーションをおこなう.

ここで, 重み関数 (40) 式に代えて, 以下の矩形関数

$$f(\nu) = \begin{cases} 1, & \text{if } -T/2 \leq \nu < T/2, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (53)$$

を用いることを考えよう (図 15). これは, 提案手法のように $\mathcal{E}(k, x_0(\cdot), \tau(x_0(k)))$ を状態履歴の内分点で近似するのではなく, 最寄りの離散時点上の値でまるめることに相当する. つまり, 時変系のいわゆる frozen システムとしてのモデリングである. このとき, (45) 式は定数ゲイン

$$\tilde{G}_j = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \tilde{g}_j I_2 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{g}_j = 1, \quad (54)$$

$$j = 0, 1, \dots, m,$$

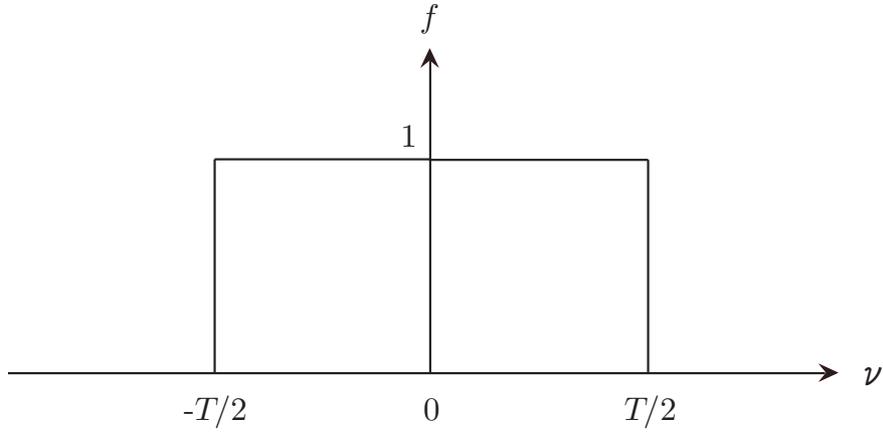


図 15 矩形関数

で置き換えることができるので，各サブシステムの大域的漸近安定性は LMI 条件

$$\begin{aligned}
 P > 0, \\
 (\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \tilde{G}_j)' P (\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \tilde{G}_j) - P < 0, \\
 j = 0, 1, \dots, m,
 \end{aligned} \tag{55}$$

によって簡単に記述される．この条件は SOS による局所解析と厳密に等価な問題を解いているわけではないが，既存の数値解析ツールを用いた例として，この LMI 解析との比較もおこなった．

シミュレーションに用いたパラメータは表 4 のとおりである．安定と判定される比例ゲイン K_P の最大値を K_{\max} とする．計算結果を表 5 に示す．

表 4 シミュレーションパラメータ (比較解析用)

T_I	5	T	0.1	m	3
τ_p	0.01	d	20	r	3.0

ロバスト安定条件 (52) 式では，むだ時間の変化率 β によって，解なし (安定な K_P が存在しない)，または $K_{\max} = 2.30$ という結果が得られた．本手法では， $\underline{\ell} = 1$ ， $\bar{\ell} = 3$ として，定理 1 を適用することにより $K_{\max} = 3.60$ という結果が得

式二乗和のクラスからリアプノフ関数を探すことも原理的には可能である。提案した手法が、現実的な時間オーダーや計算量で可能であるか否かは、集中定数部分に相当するダイナミクスの次数、むだ時間が状態に依存する際の関数形の複雑さ、考慮すべき状態履歴のバッファ長さ等によって決まる。1番目と2番目の項目については、今回の例では、システムが単なる積分器であることと、むだ時間が状態量の一次関数で表されていたため解析を容易にした。3番目の項目については、対象区間を3つに限定することで解析をおこなっているが、サンプル周期と線形補間をおこなう区間幅は必ずしも同一にする必要はないと考えられるため、より広い区間に対する解析が少ない連立条件で実現できる可能性がある。これについては今後の検討課題としたい。

3.6 本章のまとめ

本章では、一般に直接的な取り扱いが困難とされている状態依存むだ時間系を取り上げ、既存のシステム制御理論における解析手法からの接近が可能であるようなモデル表現を提案した。具体的には、離散時間非線形状態方程式によって現象を近似し、共通リアプノフ関数を用いた安定性判別条件を導出した。これは従来おこなわれてきた不確定システムとしてのモデリングに替わるものであり、より正確な動特性あるいは安定性の見積もりを可能にする。今回は、個体数変動モデル、ネットワーク輻輳制御モデルを例題として提案法の有効性を示したが、§3で述べたようにこのほかにも様々な適用先が考えられる。

4. ビジュアル・フィードバック系に対するサンプル値制御系設計

4.1 はじめに

ここでは、むだ時間系に対する一制御系設計として、汎用の Web カメラを用いたビジュアルフィードバック系を対象にとる。メカトロ系の制御では短いサンプリング周期での制御系設計が望まれることが多いため、これまで専用の画像処理系を利用したシステムが構成されてきた [34, 35, 36]。しかし、一方でそれら専用の画像処理系の導入コストは高額で、一般的には容易に利用できるものとは考えにくい。安価なシステム構成でも制御系を設計できることが望ましい。

この問題に対し、ここではサンプル値 H_∞ 制御理論によって、比較的長いサンプル点間の挙動とセンシング遅れの影響を陽に考慮した制御系設計を行う。具体的には、サンプル点間の挙動はサンプル値制御理論を特徴づけるリフティングによって考慮されるため、センシング遅れに関するむだ時間が問題となる。そこで、まずむだ時間を除いた連続時間の一般化プラントを構成し、これと性能レベルを同じにするような等価な離散時間系を構成する。その後、むだ時間分のシフトオペレータを出力側に付加することで、結果的に離散時間の H_∞ 制御系設計問題として制御系を設計する。これにより、低価格な Web カメラの使用を可能にし、また、負荷変動に対するロバスト性を要求仕様に加えることで、LQG コントローラの場合と比べてロバスト安定性の向上を図る。

本章の構成は以下の通りである。まず §4.2 では、本章で取り扱うビジュアルフィードバック系の構成とそのシステム方程式を示す。§4.3 では、サンプル値制御理論を応用した制御系設計を行い、§4.4 では、その制御器を用いたシミュレーションおよび実験を行う。LQG コントローラと比較し、その有効性を示す。§4.5 で本章のまとめを行う。

4.2 ビジュアル・フィードバック系

本節では、今回構築したビジュアル・フィードバック系のシステム構成とそのシステム方程式を示す。

4.2.1 システム構成

図 16 に、今回構築したビジュアル・フィードバック系を示す。アームは、アーム中心部に取り付けられた DC モータによって水平方向に回転し、その回転角 ϕ [rad] は、同中心部のエンコーダによって計測される。アーム上には視覚の役割を果たす Web カメラが設置されており、60fps のフレームレートで、アーム先端に積載されるブロックを観測する。ブロックには高輝度 LED が取り付けられており、2 点の情報を元に傾き角 θ [rad] を算出する。システムの全体構成は図 17 に示す。用いた計算機の性能は表 7、表 8 に示す。Web カメラの性能は表 6 に示す。動画画像処理には Directshow を用い、AD/DA 変換に関しては Inteco 社製 RT-CON を用いた。

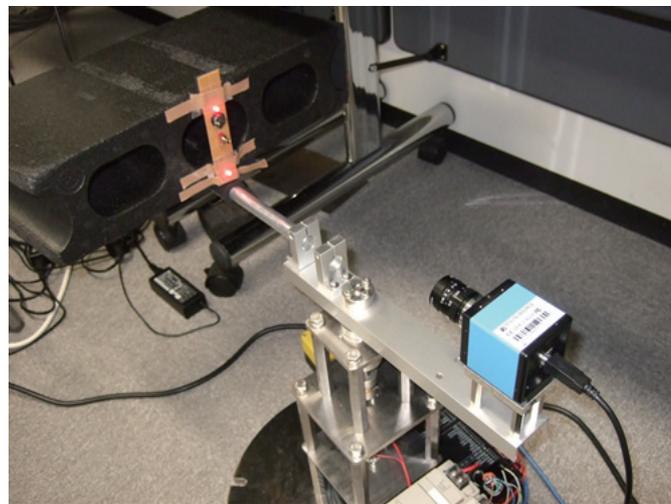


図 16 ビジュアル・フィードバック系

表 6 Web カメラの仕様

Name	Imaging Source DFK-21AU04
Interface	USB2.0
Resolution	640 × 480 pixel
Frame Rate	60fps
Imaging Color	RGB

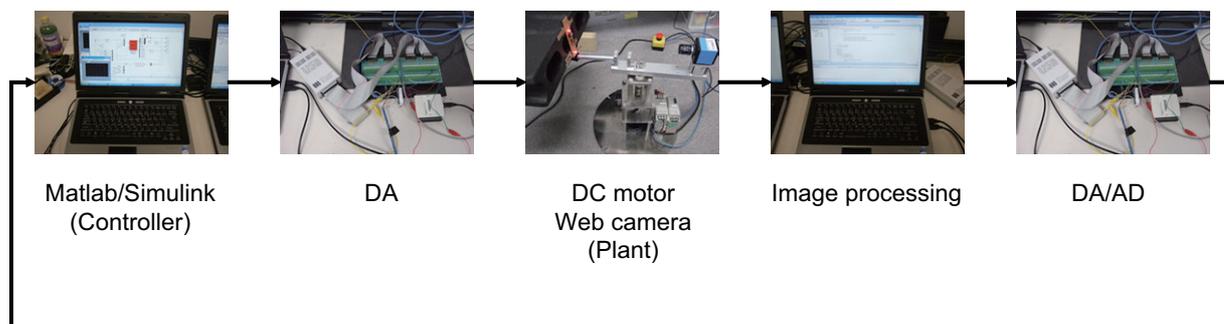


図 17 ビジュアル・フィードバック系の全体構成

表 7 計算機性能 (コントローラ側)

Name	Epson Endeaver NJ3000
CPU	Intel Core 2 Duo Centrino 2.6GHz
Memory	2.0GB
OS	Windows XP Professional sp2
Software	Matlab/simulink 7.3.0 (2006)

表 8 計算機性能 (画像処理側)

Name	Epson Endeavor NJ3000
CPU	Intel Core 2 Duo Centrino 2.6GHz
Memory	2.0GB
OS	Windows XP Professional sp2
Software	Visual C++ 2005 Express Edition

4.2.2 状態方程式

ビジュアル・フィードバック系における制御対象の物理モデルと各種パラメータをそれぞれ図 18 および表 9 に示す. ラグランジュの運動方程式から得られる不安定平衡点近傍で線形化された状態方程式は, 直接的なパラメータの計測と予測誤差法に基づくシステム同定を行った結果,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (56)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

$$a_{31} = 32.2 \quad a_{33} = 3.47 \quad a_{34} = 0.100 \quad a_{41} = -0.926$$

$$a_{43} = 0.0998 \quad a_{44} = -0.104 \quad b_3 = -0.386 \quad b_4 = 0.403$$

として与えられる.

4.2.3 出力方程式

Web カメラに関するむだ時間を計測する. 図 19 のようにアームに LED を取り付け, DC モータによってアームを周期的に振動させた状態で, Web カメラおよびエンコーダで同時にその角度情報を取得することでむだ時間の計測を行った.

図 20 に得られた実験結果を示す. Web カメラによって得られる角度情報が, エンコーダのそれよりも遅れて計測されていることが分かる. ピーク値をもとにそ

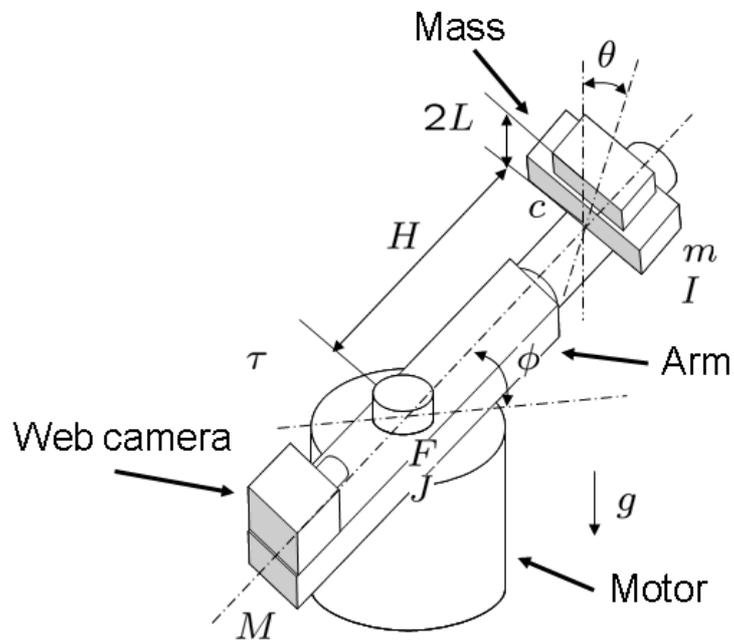


図 18 制御対象の物理モデル

表 9 物理パラメータ

m	: マス重量	$[kg]$
L	: アーム付け根からマスの重心までの長さ	$[m]$
θ	: マス傾き角度	$[kg]$
I	: マス重心まわりの慣性モーメント	$[kgm^2]$
ϕ	: アームの回転角度	$[rad]$
H	: アームの長さ	$[m]$
J	: モータ軸まわりのアーム慣性モーメント	$[kgm^2]$
τ	: モータのトルク	$[Nm]$
F	: アームの粘性摩擦係数	$[kgm^2/s]$
c	: マスとアームとの摩擦係数	$[kgm^2/s]$
g	: 重力加速度	$[m/s^2]$



図 19 むだ時間計測

のむだ時間の平均を取ると約 100[msec] であった。そこでむだ時間を L とし、また $y(t) = [y_\theta(t) \ y_\phi(t)]^T$ とおいて、出力方程式を二段に分けて与える (図 21)。

$$y(t) = Cx(t), \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (57)$$

$$y_d(t) = \begin{bmatrix} y_\theta(t-L) \\ y_\phi(t) \end{bmatrix}, \quad L \simeq 0.1. \quad (58)$$

すなわち、本システムは図 21 に示すような、むだ時間を独立したチャンネルに有する 1 入力 2 出力系である。

4.3 サンプル値制御系設計

はじめに、むだ時間を除く一般化プラントを構成する。その後、出力にむだ時間を有するサンプル値 H_∞ 制御系設計問題 [37] として制御器を導出する。

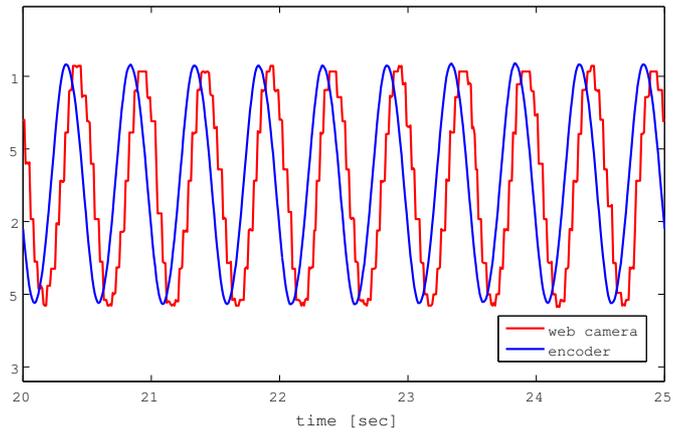


図 20 Webカメラのむだ時間

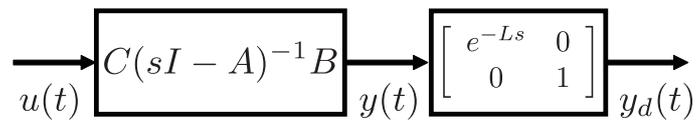


図 21 ビジュアル・フィードバック系における入出力関係

4.3.1 一般化プラント

混合感度問題を考える．まず，トルク指令値 $u(t)$ からむだ時間を含まない $y(t)$ までのモデル誤差表現を，ここでは入力端の乗法的変動，

$$\tilde{P}(s) = P(s)(1 + \Delta(s)), \quad (59)$$

で与える (図 22)[38]． $\tilde{P}(s)$ は $u(t)$ から $y(t)$ までの実プラント， $P(s)$ は式 (56), (57) からなるノミナルモデル， $\Delta(s)$ は乗法的変動である．1 入力 2 出力系なので，その最大特異値を考え，

$$\frac{\sigma_{\max}(\tilde{P}(j\omega) - P(j\omega))}{\sigma_{\max}(P(j\omega))} \leq \sigma_{\max}(\Delta(j\omega)) \leq |W_T(j\omega)|, \quad \forall \omega,$$

によって変動に対する重み関数 $W_T(s)$ を定める [39]．今回は，ブロックの増積に対しパラメータ m, I が，

$$0.2025 \leq m \leq 0.2425, \quad 0.003570 \leq I \leq 0.005373,$$

の範囲で変化するとし，

$$W_T(s) = 0.005 \frac{80s + 1}{2.4s + 1},$$

と決定した (図 23)．一方，感度に関する重み関数 $W_S(s)$ は α をパラメータとして，

$$W_S(s) = \alpha \frac{100s + 200}{100s + 1},$$

を採用した． α は，次節でのむだ時間要素を考慮したサンプル値 H_∞ 制御系設計において，閉ループ系の H_∞ ノルムが 1 未満となるように選ぶ．アンチエイリアシングフィルタは

$$F_{aa}(s) = \frac{1}{0.00667s + 1} I$$

とした．以上より，一般化プラントは

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} 0 & W_T \\ \hline W_S & W_S \\ \hline F_{aa}P & F_{aa}P \end{array} \right] \quad (60)$$

となる (図 24)．

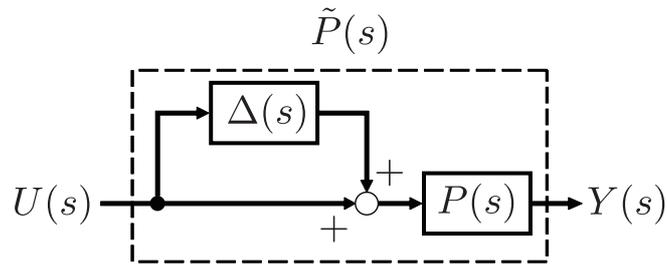


図 22 乗法的変動

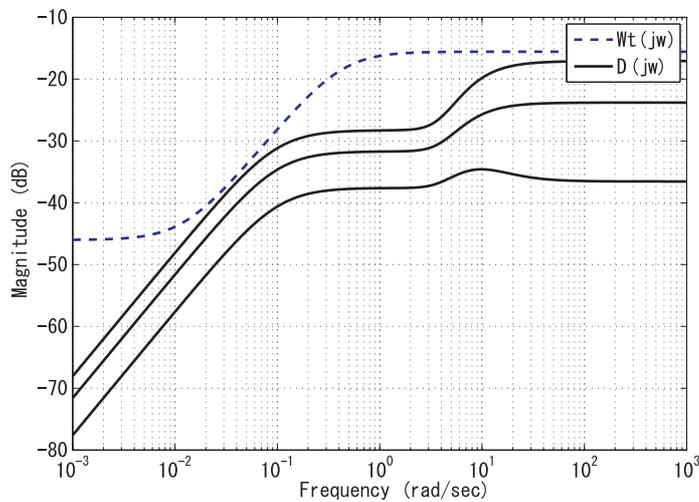


図 23 モデル化誤差

4.3.2 サンプル値 H_∞ 制御系の設計

θ に関するむだ時間 $L = 6h$ を考慮して

$$L_y[z] = \begin{bmatrix} z^{-6} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (61)$$

とする. S を理想サンプラ, H をゼロ次ホールダとすれば, 観測出力に関するむだ時間要素の等価変換 [] から, 図 25 のようなサンプル値 H_∞ 制御系設計問題となる. 閉ループ系の H_∞ ノルムが 1 未満となるようなコントローラが存在する範囲で α を最大化すると, $\alpha = 0.08$ として 14 次のコントローラ $K[z]$ が得られた.

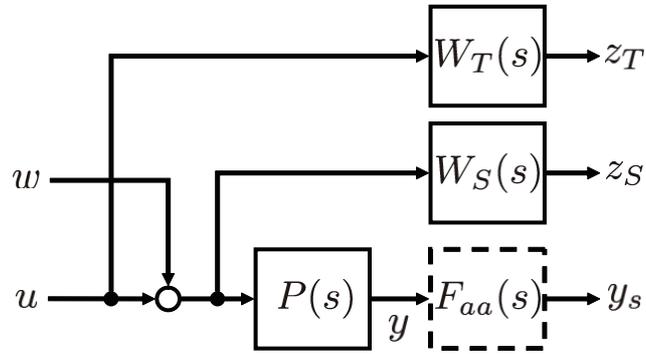


図 24 むだ時間をのぞく一般化プラント

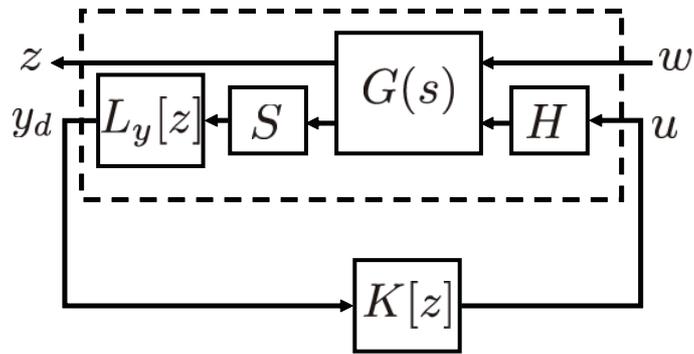


図 25 サンプル値制御系

4.4 実験結果

まずはじめにシミュレーション結果を示す. 比較対象として, ここでは (56) 式, (57) 式の $h = 0.0167[\text{sec}]$ での 0 次ホールドによる離散系と $y_d(k) = \text{diag}\{z^{-6}, 1\}y(k)$ の実現からなる拡大系 (図 26)

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_d(k+1) \\ y_d(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d & 0 & B_d \\ B_z C_d & A_z & B_z D_d \\ D_z C_d & C_z & D_z D_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_d(k) \\ u(k) \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$A_d = e^{Ah}, \quad B_d = \int_0^h e^{A\tau} d\tau B, \quad C_d = C,$$

$$A_z = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \vdots & \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

に対する LQG コントローラを用いた. 評価関数は

$$J = E \left[\begin{bmatrix} x^T(k) & x_d^T(k) \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} x(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix} + Ru^2(k) \right],$$

$$Q = \text{diag}\{500, 300, 10, 10, 1, \dots, 1\}, \quad R = 1,$$

とし, システム雑音 $w(k)$ および観測雑音 $v(k)$ は

$$E[w(k)] = 0, \quad E[w(k)w(k)^T] = W\delta(k-i),$$

$$E[v(k)] = 0, \quad E[v(k)v(k)^T] = V\delta(k-i),$$

$$W = 0.1I, \quad V = I,$$

を仮定した.

LQG コントローラを用いた場合のシミュレーション結果図 27 に示す. 実線がブロックの増積がない場合, 破線がブロックを新たに 3 つ増積した場合のブロックの傾き角とアーム角である. 初期値は $[x(0)^T \ x_d(0)^T] = [0.05\pi/180 \ 0 \ \dots \ 0]$ とした. ブロックの増積がない場合には安定化が達成されているが, 増積がある場合には発散していつている. 一方, $K[z]$ を用いた場合のシミュレーション結果

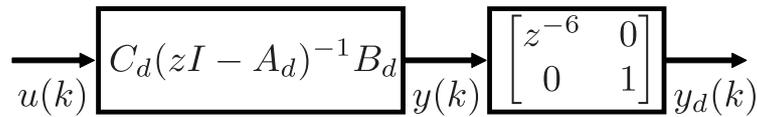


図 26 拡大系

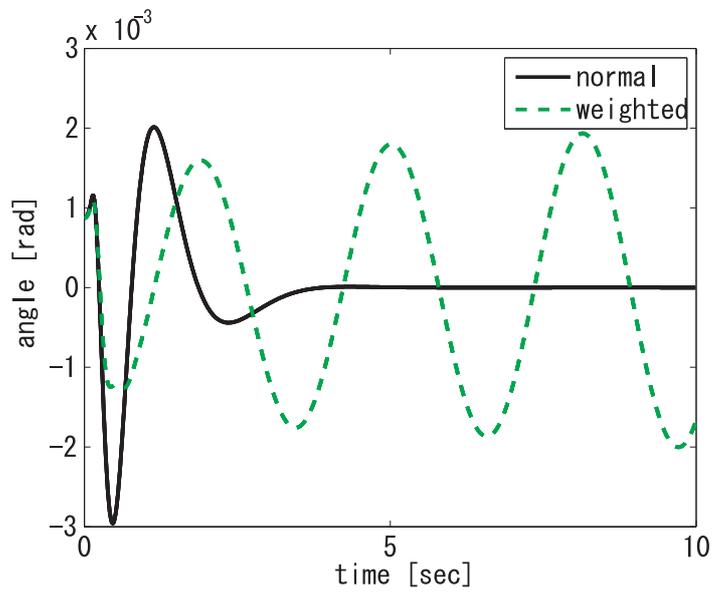
を図 28 に示す. 初期値は $x(0) = [0.05 * \pi / 180 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ に選んだ. ブロックの増積に対しても安定化が達成できている.

次に実験結果を示す. 手始めとしてブロックの増積がない場合の応答を図 29 に合わせて示した. LQG コントローラを用いた場合には途中でブロックが倒れてしまっているが, $K[z]$ を用いた場合には安定化できている. 実験開始時におけるブロックに関しては, 極力平衡点近傍を再現するように設置を行っているが, 実際にはその重心をアーム上に正確に設置することは難しく, 置き方によっては平衡点の“ずれ”が生じる. 本手法において設定した入力端のモデル誤差は, これを含めた不確かさに対応できているものと考えられる. このため, 評価関数および雑音に関するパラメータの選び方に関わらず, LQG コントローラを用いての安定化には成功していない.

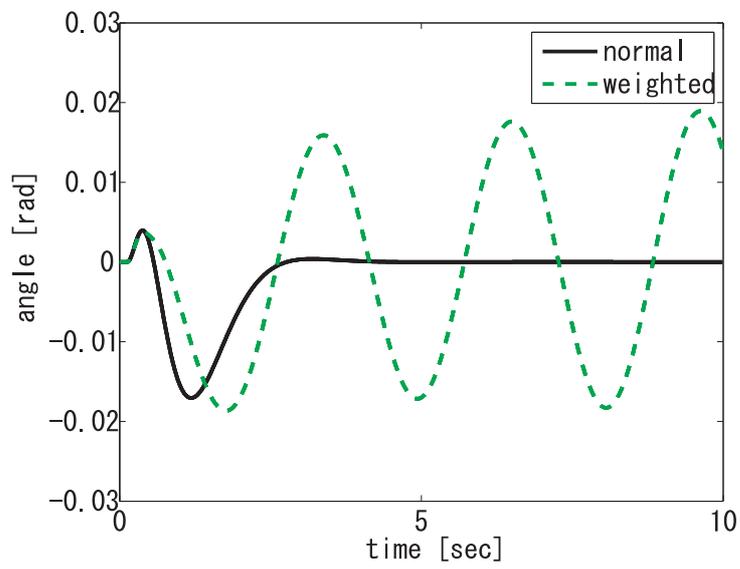
$K[z]$ に対し, ブロックの増積を行った場合の実験結果を図 30 に示す. 約 $t = 18, 34, 43, 58[\text{sec}]$ で 1 つずつブロックを増積していつている. アームが左右に大きく振れているが, 今回の場合, ブロックの重心からアームとの接触点までの距離が短い. これはアームから得られるトルクが小さいことを意味する. 増積に対し, アームを大きく振らすことで安定化が図られているものと考えられる.

4.5 本章のまとめ

本章では, むだ時間系の一つとして汎用の Web カメラを制御系に導入したビジュアル・フィードバック系を取り上げ, サンプル値制御理論を応用することで, その画像処理に関するむだ時間を陽に考慮した制御系を設計した. 具体的には, むだ時間を除く一般化プラントに対して, あらかじめサンプル値 H_∞ 制御問題の枠組みで等価離散時関係を構成しておき, その後, 再度むだ時間分のシフトオペ

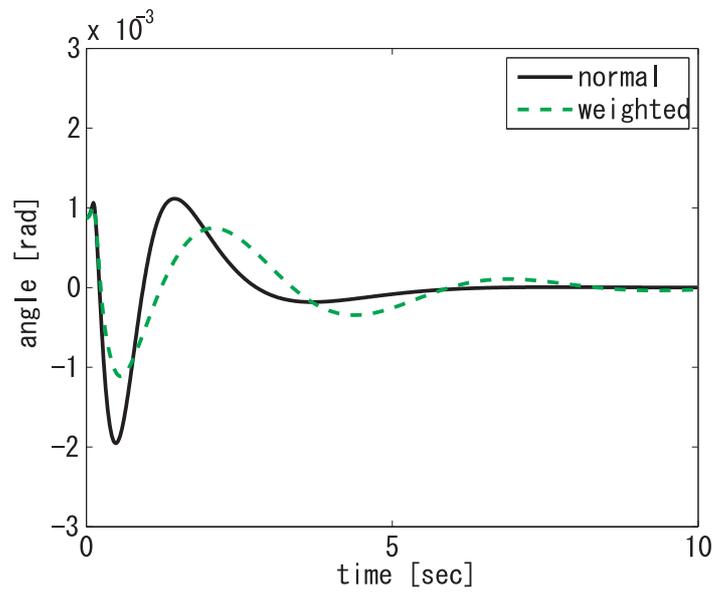


(a) Angle of block

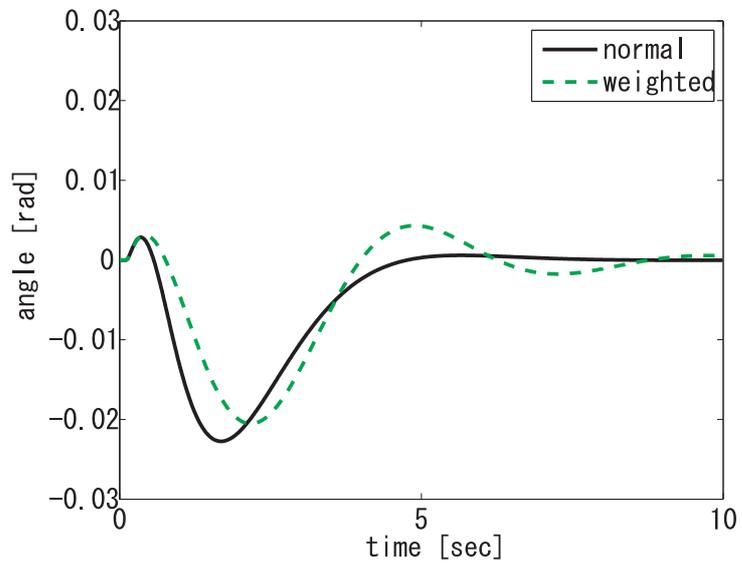


(b) Angle of arm

図 27 シミュレーション (LQG)

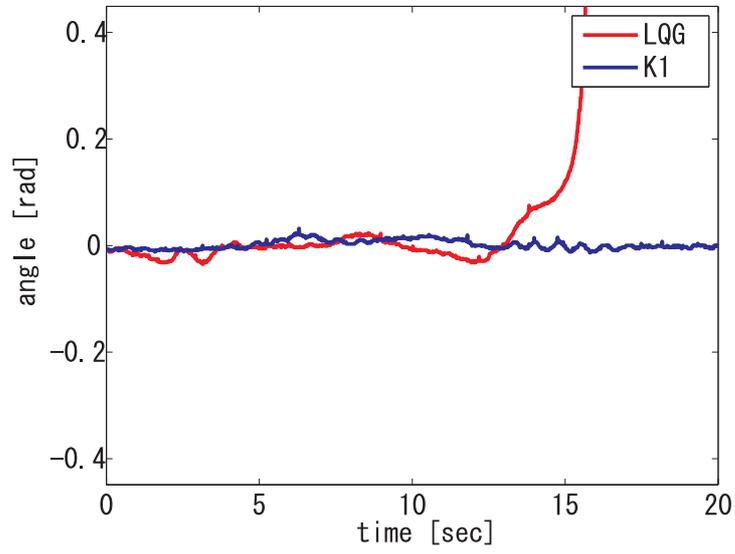


(a) Angle of block

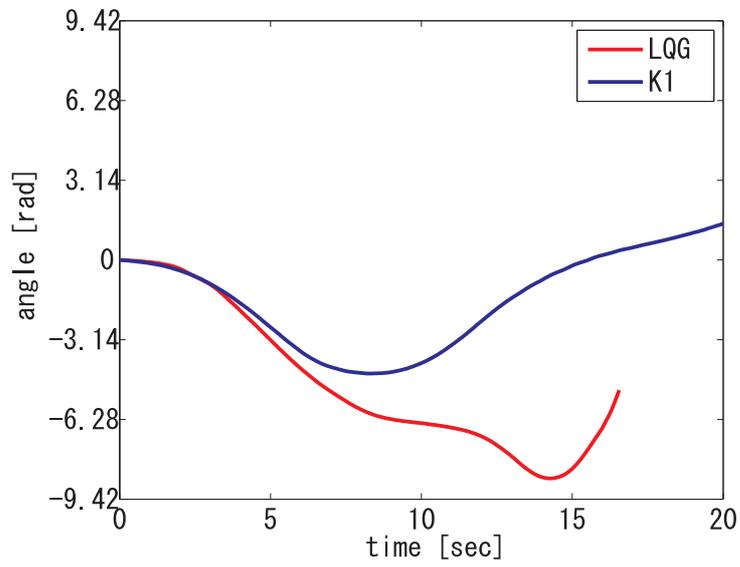


(b) Angle of arm

図 28 シミュレーション ($K[z]$)

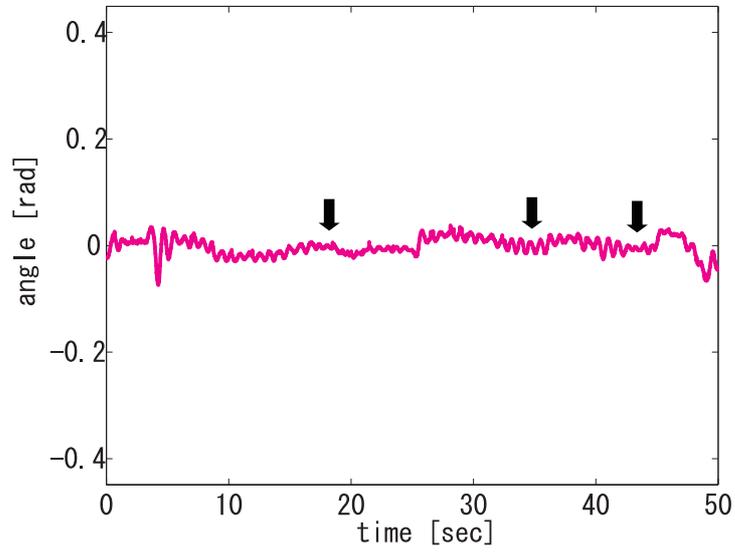


(a) Angle of block

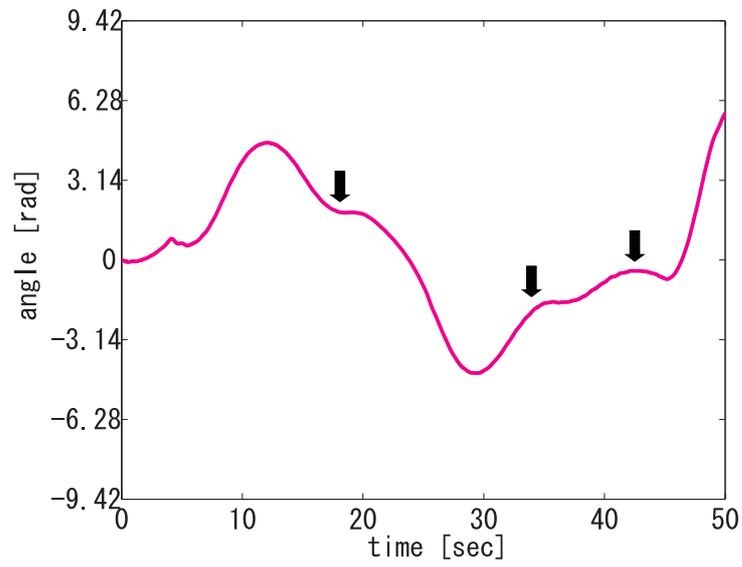


(b) Angle of arm

図 29 実験結果 (ブロッカー個)



(a) Angle of block



(b) Angle of arm

図 30 実験結果 (ブロック増積時)

レータを付随させて制御器を設計した。モデルの不確かさも同時に考慮したロバストな制御系設計であり，汎用で安価なカメラの使用を可能とさせる。

5. おわりに

本論文では、むだ時間を含む系に対して、安定性解析と制御系設計の立場からそれぞれ検討を行った。安定性解析においては、まずはじめに、多項式二乗和に基づいて SOSTOOLS を用いる方法と線形行列不等式に基づく方法との比較を行い、その有用性について、解析の保守性と計算時間の観点から数値的検討を行った。SOSTOOLS を用いた場合、計算時間が従来手法に比べて考慮すべき問題点となるものの、その使用を適切に選んでやればこれまで以上の結果が得られる可能性を残した。このため、状態依存むだ時間系の安定性解析においては、離散時間非線形状態方程式としてこれを近似し、その安定性解析を多項式に関する共通リアプノフ関数の探索問題へと帰着させることによって、SOSTOOLS の特長を生かした精密な解析を達成した。一方、制御系設計においては、ビジュアル・フィードバック系を対象にとり、その画像処理に関するむだ時間を陽に考慮した制御系設計を行った。サンプル値制御理論を応用することで、汎用の Web カメラの使用だけでなく、モデルの不確かさを同時に考慮したロバストな安定化を実機実験において達成できた。

しかしながら、まだまだ本論文の残す課題は多い。まず、状態依存むだ時間系の解析においては、提案手法の有効性をロバスト制御理論および LMI に基づく方法と比較することによって示したが、LMI においてはサンプル周期を提案手法と同じに選んだ。計算時間に余力を残す LMI においては、その数値をより短く選ぶことも可能である。過去の状態履歴を離散時点上で保持するといった考えは、今回取り上げた状態依存むだ時間系のみならず他のタイプのむだ時間系に対する解析にも応用できる可能性があるが、LMI に比べ実用上「普遍的に」解析精度を向上するものではないことに注意しなければならない。また、ビジュアル・フィードバック系に関する制御においては、今回むだ時間が固定であるとし、それを含むプラントの安定性を保証するように制御系を設計した。しかし、むだ時間長さが既知であるため、それを見越した制御系の設計も検討することはできる。そして、今回カメラのフレームレートに合わせた周期での制御系を設計したが、状態のサンプリングと入力のホールドそれぞれの周期を別にとることも可能である。これはマルチレートサンプリング制御の枠組みでの設計となるが、検討に値する。

謝辞

本研究を進めるに当たって、研究に関する指導のみならず、学生生活に関しても非常に暖かいご指導ご鞭撻をいただきました杉本教授に深く感謝いたします。学会発表や投稿論文など、お忙しい中にもかかわらず手間暇惜しまずにご指導いただいたこと、ここに改めて感謝いたします。

副指導教員である西谷教授におかれましては、修士時代の学生生活、研究生活共々、当初より様々なご指導とご鞭撻を頂きました。暖かなお気遣いのご支援を頂いたこと、ここに深く感謝いたします。

論文審査委員をしていただきました湊教授におかれましては、論文に関する貴重なご助言を頂きました。お忙しい中にもかかわらずご指導頂きましたこと、感謝いたします。

そして、平田准教授におかれましては、公私共々一番近いところでのご指導、ご鞭撻を頂きました。私の勉強不足、社会経験不足など、その未熟さ故にかけてしまう迷惑に対して、寛大なお心遣いのご指導ご鞭撻をいただき、深く深く感謝いたします。

小木曾助教および橋助教におかれましては、研究者、博士課程学生としての考え方、生き方など、学生に一番近いところで沢山のご助言ご指導を頂きました。ここに感謝いたします。

事務手続きをはじめ、多くのご支援を承りました秘書の橋本さん、研究に関する疑問点を適切に解説して下さった博士後期課程の新田さん(現在は東京理科大助教)に深く感謝いたします。

杉本研究室の皆様におかれましても、公私共々お世話になり、大変楽しく有意義な研究室生活を送らせていただきました。深く感謝いたします。

最後に、地元を離れ、大学、大学院とここまで支えてくれた両親に感謝します。本当に皆様ありがとうございました。

参考文献

- [1] 阿部, 児島 : “むだ時間・分布定数系の制御”, コロナ社 (2007).
- [2] K. Gu, V. L. Kharitonov and J. Chen: “Stability of Time-Delay Systems”, Birkhäuser (2003).
- [3] “リレー解説: むだ時間システムの制御—入門から最新動向まで—”, 計測と制御, **44-45**, 11-5 (2005-2006).
- [4] H. Özbay: “Robust control of infinite dimensional systems: Theory and applications”, in Proc. of the International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, **17**, pp. 17–18 (2006).
- [5] P.-F. Quet, B. Ataşlar, A. İftar, H. Özbay, S. Kalyanaraman and T. Kang: “Rate-based flow controllers for communication networks in the presence of uncertain time-varying multiple time-delays”, *Automatica*, **38**, 6, pp. 917–928.
- [6] E. Fridman and U. Shaked: “On reachable sets for linear systems with delay and bounded peak inputs”, *Automatica*, **39**, 11, pp. 2005–2010 (2003).
- [7] Z. Xian-Ming, M. Wu, S. Jin-Hua and Y. He: “Delay-dependent stabilization of linear systems with time-varying state and input delays”, *Automatica*, **41**, 8, pp. 1405–1412 (2005).
- [8] H. U. Ünal, B. A. Ayyıldız, A. İftar and H. Özbay: “Robust controller design for multiple time-delay systems: The case of data-communication networks”, in Proc. of the International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, **17**, MoA08.3 (2006).
- [9] 東, 藤田 : “コンピュータネットワークにおける輻輳制御”, 計測と制御, **41**, 7, pp. 496–501 (2002).

- [10] 内藤, 東, 西村, 藤田 : “ H^∞ 制御による tcp/aqm ネットワークの輻輳制御器設計と実験的検証”, 電気学会論文誌 C, **124**, 10, pp. 2093–2100 (2004).
- [11] G. Delaplace, J. C. Leuliet and V. Relandeau: “Circulation and mixing times for helical ribbon impellers. review and experiments”, *Experiments in Fluids*, **28**, 2, pp. 170–182 (2000).
- [12] J.-P. Richard: “Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems”, *Automatica*, **39**, 10, pp. 1667–1694 (2003).
- [13] J. Y. Dieulot and J. P. Richard: “Tracking control of a nonlinear system with input-dependent delay”, in Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control, **4**, pp. 4027–4031 (2001).
- [14] 友近, 西野, 村上, 西田, 中山 : “鉄鋼プロセス制御におけるシミュレーション技術”, 神戸製鋼技報, **51**, 3, pp. 23–27 (2001).
- [15] J. Bélair and M. C. Mackey: “Consumer memory and price fluctuations in commodity markets: An integrodifferential model”, *Journal of Dynamics and Differential Equations*, **1**, 3, pp. 299–325 (1989).
- [16] H. Müller-Krumbhaar and J. P. v.d. Eerden: “Some properties of simple recursive differential equations”, *Z. Phys. B - Condensed Matter*, **67**, 2, pp. 239–242 (1987).
- [17] A. Papachristodoulou and S. Prajna: “On the construction of Lyapunov functions using the sum of squares decomposition”, in Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control, **3**, pp. 3482–3487 (2002).
- [18] A. Papachristodoulou: “Analysis of nonlinear time-delay systems using the sum of squares decomposition”, in Proc. of the American Control Conference, **5**, pp. 4153–4158 (2004).

- [19] S. Prajna, A. Papachristodoulou and P. A. Parrilo: “Introducing sostools: A general purpose sum of squares programming solver”, in Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control, **1**, pp. 741–746 (2002).
- [20] S. Prajna, A. Papachristodoulou, P. Seiler and P. A. Parrilo: “Sostools and its control applications”, Positive Polynomials in Control, Springer-Verlag (2005).
- [21] S. Prajna, A. Papachristodoulou and P. A. Parrilo: “SOSTOOLS - Sum of Squares Optimization Toolbox, User’s Guide” (2002).
- [22] P. A. Parrilo: “Structured Semidefinite Programs and Semialgebraic Geometry Methods in Robustness and Optimization”, PhD thesis, California Institute of Technology (2000).
- [23] J. F. Sturm: “Using sedumi 1.02, a matlab toolbox for optimization over symmetric cones”, Optimization Methods and Software, pp. 11–12:625–653 (1999).
- [24] A. Papachristodoulou, M. Peet and S. Lall: “Constructing Lyapunov-Krasovskii functionals for linear time delay systems”, in Proc. of the American Control Conference, **4**, pp. 2845 – 2850 (2005).
- [25] E. Fridman and U. Shaked: “An improved stabilization method for linear time-delay systems”, IEEE Transaction on Automatic Control, **47**, 11, pp. 1931–1937 (2002).
- [26] J. H. Gao and H. C. Wang: “Comments and further results on a descriptor system approach to h^∞ control of linear time-delay systems”, IEEE Transaction on Automatic Control, **48**, 3, pp. 520–525 (2003).
- [27] S. H. Low, F. Paganini and J. C. Doyle: “Internet congestion control”, IEEJE Control Systems Magazine, pp. 28–43 (2002).

- [28] 東, 藤田 : “コンピュータネットワークにおけるむだ時間補償”, 計測と制御, **45**, 10, pp. 893–898 (2006).
- [29] J. F. M. Al-Omari and S. A. Gourley: “Dynamics of a stage-structured population model incorporating a state-dependent maturation delay”, *Nonlinear Analysis*, **6**, 1, pp. 13–33.
- [30] A. W. G., H. I. Freedman and J. Wu: “Analysis of a model representing stage-structured population growth with state-dependent time delay”, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **52**, 3, pp. 855–869 (1992).
- [31] 内藤, 日野, 原, 宮崎 : “タイムラグをもつ微分方程式–関数微分方程式入門”, 牧野書店 (2002).
- [32] S. Prajna, A. Papachristodoulou and F. Wu: “Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A Lyapunov-based approach”, in Proc. of the Asian Control Conference, **1**, WM3 (2004).
- [33] D. Liberzon: “Switching in Systems and Control”, Birkhäuser (2003).
- [34] 小室, 石井, 石川, 吉田 : “高速対象追跡ビジョンチップを用いた複数物体のトラッキング”, 日本ロボット学会創立 20 周年記念学術講演会講演論文集, p. 3A16 (2002).
- [35] 中坊, 石川 : “1ms 高速ビジョンを用いたビジュアルサーボイング”, 計測と制御, **40**, 9, pp. 636–640 (2001).
- [36] 並木 : “高速マニピュレーションプロジェクト”, 第 7 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会講演論文集, pp. 722–723 (2006).
- [37] 山本裕 : “サンプル値制御理論 - ■ : 最適制御問題の一般化”, システム制御情報学会誌, **44**, 2, pp. 78–86 (2000).
- [38] 劉 : “線形ロバスト制御”, コロナ社 (2003).
- [39] 細江, 荒木 : “制御系設計- H_∞ とその応用-”, 朝倉書店 (2001).

業績一覧

学術論文

1. 加藤健一, 平田健太郎, 杉本謙二, 状態依存むだ時間系の非線形モデル表現と SOS 解析, システム制御情報学会誌, Vol. 21, No. 4, pp. 103-110, 2008.
2. 加藤健一, 平田健太郎, 水野貴志, 山田晃平, 大道芸ロボット “SOMENOSUKE” の開発, 日本機械学会論文集, Vol. ??, pp. ??-??, 20?? (投稿準備中).

査読付国際会議

1. K. Katoh, K. Kogiso and K. Sugimoto, SOS Condition for Stability of Linear Systems with State and Control Delays – Complete Lyapunov-Krasovskii Functional Approach –, 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, pp. 2620-2625, Kyoto, Japan, July 2006.

国内会議

1. 甲斐宏輝, 加藤健一, 小木曾公尚, 平田研二, 杉本謙二, リファレンスガバナとスイッチング制御法を併用した遠隔制御法の実機検証 — 時変な伝送遅延のあるネットワーク型拘束システムへの適用 —, 第 49 回 自動制御連合講演会, SU8-2-7, 神戸, November, 2006.
2. 加藤健一, 小木曾公尚, 杉本謙二, むだ時間系に対する SOS 安定性判別条件に関する数値的考察, 第 50 回 システム制御情報学会 研究発表講演会, pp. 627-628, 京都, May, 2006.
3. 小木曾公尚, 甲斐宏輝, 加藤健一, 平田研二, リファレンスガバナおよびスイッチング制御法を用いた遠隔制御法の実機検証, 第 7 回 計測自動制御学会 制御部門大会, 73-2-4, 東京, March, 2007.
4. 甲斐宏輝, 加藤健一, 小木曾公尚, 平田研二, 杉本謙二, 信号の伝送遅延と拘束条件を考慮した遠隔制御手法の実機検証, 計測自動制御学会 関西支部 若手研究発表会, pp. 65-66, 大阪, January, 2007.

5. 加藤健一, 平田健太郎, 杉本謙二, 状態依存むだ時間系の非線形モデル表現と SOS 解析, 第 51 回 システム制御情報学会 研究発表講演会, pp. 241-242, 京都, May, 2007.
6. 加藤健一, 平田健太郎, 水野貴志, 山田晃平, 大道芸ロボット “SOMENOSUKE” の開発, 第 53 回 システム制御情報学会 研究発表講演会, pp. ??-??, 神戸, May, 2009 (発表予定).