

博士論文

移動体自己位置推定のための初期状態オブザーバの開発  
発：理論および二輪車両型ロボットの車庫入れ制御への  
適用

樋口 宗明

2008年3月16日

奈良先端科学技術大学院大学  
情報科学研究科 情報システム学専攻

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に  
博士(工学)授与の要件として提出した博士論文である。

樋口 宗明

審査委員：

西谷 紘一 教授 (主指導教員)

杉本 謙二 教授 (副指導教員)

中村 文一 助教 (副指導教員)

# 移動体自己位置推定のための初期状態オブザーバの開発： 理論および二輪車両型ロボットの車庫入れ制御への 適用\*

樋口 宗明

## 内容梗概

近年，コストの低減や乗務員の安全面などの観点から，移動体の自動制御に関する研究が多くの研究者によって行われている．移動体の自動制御を行うには移動体の自己位置推定が非常に重要な技術となる．本研究では，実用性を考慮した自己位置推定手法を確立することを目的とする．本研究ではまず，従来の自己位置推定手法に関する調査を行い（第1章），拡張オドメトリに対して拡張 Kalman フィルタによるセンサフュージョン手法の適用を検討した（第2章）．検討の結果，拡張 Kalman フィルタを用いたセンサフュージョン手法は誤差モデルを決定するために実験を繰り返し試行錯誤的にパラメータを決定しなければならないため実装に手間がかかり，横滑りのようなモデル化できない誤差に対して著しく精度が悪化する問題がある．さらに，拡張オドメトリは理論上横滑り以外の誤差は生じないため，拡張 Kalman フィルタを適用することは妥当でない．このような問題に対し，本研究では拡張 Kalman フィルタとは推定原理が異なる初期状態オブザーバを用いた自己位置推定法を開発した（第3章）．提案手法では移動体の現在位置を取得するための座標系”大域座標系”と移動体の初期状態により決まる”局所座標系”を定義し，初期状態オブザーバと名付けた局所座標系と大域座標系の位置関係を推定するオブザーバを用いてセンサフュージョンを行う．提案手法

---

\*奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 情報システム学専攻 博士論文, NAIST-IS-DD0661021, 2008年3月16日.

はデジタルローパスフィルタの一種となるため，本手法の設計は既存のデジタルフィルタ設計法を用いることが可能である．このため，提案手法は拡張 Kalman フィルタに比べて実装が容易である．さらに，本手法は拡張 Kalman フィルタに比べて推定原理が簡単であるため，計算量の面において優れている．第 4 章では，コンピュータシミュレーションにより，提案手法の有効性を検証し，拡張 Kalman フィルタとの性能比較を行った．検証の結果，両手法の間には推定精度の差がなく，計算量の面において提案手法のほうが優れていることを検証した．最後に第 5 章において，実機を用いた二輪車両型ロボットの車庫入れ制御問題を用いて提案手法と拡張 Kalman フィルタとの性能比較を行った．実験の結果，実機においてもシミュレーションと同様，推定精度に関して違いがないという結果が得られ，さらに拡張 Kalman フィルタよりも周囲環境に対してロバスト性が高いと考えられる実験結果を得ることができた．

#### キーワード

自己位置推定, センサフュージョン, 初期状態オブザーバ, 移動ロボット, 非ホロノミック

# **Development of an Initial State Observer for Self-localization of Mobile Vehicles: Theory and Application to Position & Posture Control of a Two-wheeled Mobile Robot\***

Muneaki Higuchi

## **Abstract**

Recently, much research on automatic control has been conducted for decreasing production costs or improving worker safety. To control mobile vehicles, self-localization is a key technology. The objective of the dissertation is to establish a sensible self-localization method. First of all, I survey self-localization methods (Section 1), and then review the extended Kalman filters (EKF) for development of the sensor fusion method for improving odometry (Section 2). Based on the review, EKFs have the following problems: they require hard work for implementation and are weak against modeling errors. Moreover, improved odometry does not have any errors except a slide slip, so it is unreasonable to apply EKFs. To solve these problems, I propose a new sensor fusion method using the “ Initial State Observer (ISO) ” (Section 3). In this method, we define global coordinate  $\Sigma_G$  where we want to achieve the current location, and local coordinate  $\Sigma_L$  is defined by the initial state of the vehicle. ISO estimates the relation between  $\Sigma_G$  and  $\Sigma_L$  from dead reckoning and star reckoning, then the proposed method fuses obtained data by coordinate transformation. The proposed method is easier to implement than EKF because ISO can be designed by the common digital low pass filter design method. Moreover, the proposed method has advantages on

---

\*Doctoral Dissertation, Department of Information Systems, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, NAIST-IS-DD0661021, March 16, 2008.

calculation costs. In section 4, I confirm the effectiveness of the proposed method and compare with EKF by computer simulations. The results show ISO achieves equivalent estimation performance to EKF, and calculation costs of ISO is smaller than EKF. In section 5, I conducted experiments using two-wheeled mobile robot, and compare ISO with EKF. In this section, the estimation performance of ISO is confirmed as same as computer simulation. Moreover, ISO performs better than EKF on the robustness for variation of environments.

**Keywords:**

self localization, sensor fusion, initial state observer, mobile robot, nonholonomic

# 目次

<b>1. 緒言</b>	<b>1</b>
1.1 研究背景と研究目的	1
1.2 本研究における問題設定	2
1.3 従来手法による移動体の自己位置推定法	3
1.3.1 デッドレコニングによる自己位置推定法	3
1.3.2 スターレコニングによる自己位置推定法	9
1.3.3 拡張 Kalman フィルタを用いたセンサフュージョン	11
<b>2. 拡張オドメトリに対する拡張 Kalman フィルタの適用検討</b>	<b>14</b>
2.1 拡張 Kalman フィルタを用いたセンサフュージョン手法の動特性解析	14
2.2 拡張オドメトリに対する拡張 Kalman フィルタの適用検討	16
2.3 結論	17
<b>3. 初期状態オブザーバを用いたセンサフュージョン</b>	<b>18</b>
3.1 数学的準備	21
3.2 初期状態オブザーバを用いた自己位置推定	24
3.2.1 初期位置オブザーバ	25
3.2.2 初期姿勢角オブザーバ	26
3.2.3 初期状態オブザーバの証明	27
3.2.4 デッドレコニングの誤差の影響	28
3.3 オブザーバゲイン設計法	31
3.4 提案手法の演算回数	34
3.5 まとめ	34
<b>4. 初期状態オブザーバの性能評価</b>	<b>35</b>
4.1 初期状態オブザーバの有効性検証	35
4.1.1 ノミナルモデルに対するシミュレーション	35
4.1.2 ノイズを付加した条件でのシミュレーション	40
4.1.3 まとめ	49

4.2	拡張 Kalman フィルタとの性能比較 . . . . .	49
4.2.1	演算量の比較 . . . . .	49
4.2.2	推定精度の比較 . . . . .	50
4.3	まとめ . . . . .	53
<b>5.</b>	<b>二輪車両型ロボットの車庫入れ制御に対する適用</b>	<b>54</b>
5.1	実験システム . . . . .	54
5.2	実験方法 . . . . .	57
5.3	実験結果 . . . . .	58
5.4	まとめ . . . . .	62
<b>6.</b>	<b>結言</b>	<b>63</b>
6.1	本研究の成果 . . . . .	63
6.2	今後の課題 . . . . .	64
	謝辞	66
	参考文献	67
	付録	69
<b>A.</b>	<b>初期状態オブザーバの拡張</b>	<b>69</b>
A.1	マルチサンプリングレート問題に対する初期状態オブザーバ . . . . .	69
A.2	格子点オブザーバを用いた移動体の自己位置推定 . . . . .	73
A.2.1	提案手法概要 . . . . .	73
A.2.2	格子点オブザーバを用いた移動体の自己位置推定 . . . . .	74
A.2.3	コンピュータシミュレーションによる格子点オブザーバの有効性検証 . . . . .	75
<b>B.</b>	<b>同次有限時間整定制御則を用いた車庫入れ制御</b>	<b>77</b>
B.1	同次有限時間整定制御則 . . . . .	77
B.2	収束速度の設計 . . . . .	79



B.3 Khepera2 に対する同次有限時間整定制御側の実装 . . . . .	80
B.4 制御器のパラメータチューニング . . . . .	81
C. 研究業績	<b>83</b>

## 目次

1.1	State of a robot on $\mathbb{R}^2$ .	2
1.2	Powered Wheel Steering.	4
1.3	Trajectory of drawing a circle.	6
1.4	Displacement in $x$ - $y$ coordinates.	8
1.5	Trajectory of moving in parallel.	9
1.6	Global positioning system.	10
3.1	Block diagram of the proposal method.	18
3.2	Local and global coordinates.	19
3.3	Image of manifold $\mathbb{S}^1$	21
3.4	Effects of a slide slip.	29
3.5	Effects of the initial state observer.	30
3.6	Block diagram of error system.	33
4.1	Evaluation of proposal method.	37
4.2	Estimation Errors of the distance.(Simulation No.1,No.2,No.3)	38
4.3	Estimation Errors of the $\theta$ .(Simulation No.1,No.2,No.3).	38
4.4	Estimation Errors of the distance.(Simulation No.4,No.5,No.6)	39
4.5	Estimation Errors of the $\theta$ .(Simulation No.4,No.5,No.6)	39
4.6	Estimation Errors of the distance.(Simulation No.7)	42
4.7	Estimation Errors of the $\theta$ .(Simulation No.7)	43
4.8	Estimation Errors of the distance.(Simulation No.8)	43
4.9	Estimation Errors of the $\theta$ .(Simulation No.8)	44
4.10	Estimation Errors of the distance.(Simulation No.9)	44
4.11	Estimation Errors of the $\theta$ .(Simulation No.9)	45
4.12	Estimation Errors of the distance.(Simulation No.10)	45
4.13	Estimation Errors of the $\theta$ .(Simulation No.10)	46
4.14	Estimation Errors of the distance.(Simulation No.11)	46
4.15	Estimation Errors of the $\theta$ .(Simulation No.11)	47
4.16	Estimation Errors of the distance.(Simulation No.12)	47

4.17	Estimation Errors of the $\theta$ .(Simulation No.12)	48
4.18	Comparison of estimation errors of $x$ .	52
4.19	Comparison of estimation errors of $y$ .	52
4.20	Comparison of estimation errors of $\theta$ .	53
5.1	System Configuration.	54
5.2	Khepera2.	55
5.3	Angle calculation.	56
5.4	Comparison of estimation of $x$ .	59
5.5	Comparison of estimation of $y$ .	59
5.6	Comparison of estimation of $\theta$ .	60
5.7	Comparison of estimation of $x$ (Retest).	61
5.8	Comparison of estimation of $y$ (Retest).	61
5.9	Comparison of estimation of $\theta$ (Retest).	62
A.1	Time chart of the system with different sampling rates .	70
A.2	Interpolation under straight-line motion.	71
A.3	Intetporation points.	72
A.4	Interpolation under circular motion.	73
A.5	Definition of Grid point on the local corrdinate.	74
A.6	Comparison between GPO and ISO (error of distance)	76
A.7	Comparison between GPO and ISO (error of $\theta$ )	76

## 表 目 次

4.1	Simulated condition.	36
4.2	$L_2$ Norm of errors	40
4.3	Simulated condition.	41
4.4	$L_2$ Norm of errors	48
4.5	Computational Cost	50
4.6	$L_2$ Norm of Estimated Error	51

5.1	Control PC Spec. . . . .	55
5.2	Mean Error and Variance . . . . .	57
5.3	Measurement and Estimation at the End . . . . .	60
B.1	Parameter values of inputs . . . . .	82

# 1. 緒言

## 1.1 研究背景と研究目的

船舶や自動車，航空機など，現在の社会においてさまざまな移動体が用いられている．コストの低減や乗組員の安全面からこれらの移動体を遠隔，または無人で制御する技術などの高度な制御技術が求められている．このような社会ニーズの中，多くの研究者によって移動体の自動制御に関する研究が盛んに行われている．移動体の自動制御を行う上で移動が現在どの場所においてどの方向を向いているかを推定する自己位置推定法は非常に重要な技術である．なぜならいかに優れた自動制御技術が開発されようとも移動体が自己位置を正しく認識できなければ，期待通りの制御性能を発揮できないからである．このような背景から本研究では以下に示す要求事項を満足する自己位置推定法を確立することを目的とする．

**高い正確性** 正確性が低いと移動体が正しい現在位置を認識できずに誤った位置に制御を行ってしまう．

**高い精密性** 精密性が小さい，つまり推定値の誤差分散が大きいと制御入力不安定しないため制御性能に悪影響を及ぼす．

**高いサンプリングレート** 移動体は常に移動しているため，推定に要する時間が長いと真値からの誤差が大きくなってしまい制御性能を悪化させる要因となる．

**周囲環境に対するロバスト性** 実環境では路面の状態，障害物の有無，天候状況など移動体を取り巻く環境は常に理想的な条件であるとは限らない．実用を考慮する上では，このような周囲環境の変化に対しても推定精度が著しく劣化することなく一定の推定精度を実現する必要がある．

**実装のし易さ** 実用する上で複雑な設計手順や膨大な設計時間が必要になれば，製造コストや技術者の確保の問題から実装が難しくなることが考えられる．これらの観点から実装のし易さは重要な問題となる．

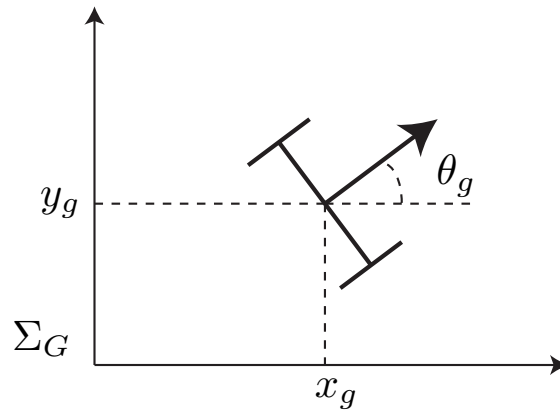


Fig. 1.1 State of a robot on  $\mathbb{R}^2$ .

低い計算量 計算量が大きいと高いサンプリングレートを維持するために高価なハードウェアを用いなければならなくなる。また，ハードウェアのサイズも大きくなる傾向にあるので，実装する上でハードウェア的な制約が生じてしまう。このような観点から自己位置推定に必要な計算量は小さい方が望ましい。

## 1.2 本研究における問題設定

本節では本論文における問題設定および前提条件について示す。

本研究での自己位置推定の定義 本研究では2次元平面上を移動する移動体の自己位置推定問題を取り扱う。このため，現在位置を取得したい座標系（以後，大域座標系  $\Sigma_G$  と定義する。）に対して移動体の状態を一意に表現するためには，位置情報  $q_g = [x_g, y_g]^T$  に加え，移動体の向きを表す姿勢角  $\theta_g$  の3変数が必要である（Fig. 1.1）。本研究では「自己位置推定」を  $\Sigma_G$  での位置，姿勢角の3変数を推定することと定義する。

## 1.3 従来手法による移動体の自己位置推定法

本節では従来手法による移動体の自己位置推定法について紹介する．移動体の自己位置推定法は大別するとデッドレコニングによる自己位置推定法とスターレコニングによる自己位置推定法の2種類に分類される．ただし，デッドレコニングは移動距離に応じて誤差が累積するといった問題があり，スターレコニングはサンプリングレートが長いといった問題がある．これらの問題を克服するために，2つの手法を組み合わせることによりそれぞれの手法の問題を補うセンサフュージョンによる自己位置推定法が研究されている．第 1.3.1 項では，デッドレコニングによる自己位置推定法について述べる．第 1.3.2 項では，スターレコニングによる自己位置推定法について述べる．第 1.3.3 項では，センサフュージョン手法のうち拡張 Kalman フィルタを用いたセンサフュージョンについて述べる．

### 1.3.1 デッドレコニングによる自己位置推定法

デッドレコニングの基本原理は移動体の移動開始位置からの時々刻々の微小変移を測定し，その微小変化を積分することによって現在位置の推定する手法である．代表的なデッドレコニング手法として航空機に搭載されている慣性航法装置や車両系に対するオドメトリなどが挙げられる．デッドレコニングによる自己位置推定法は一般的に推定に要する時間が短く，計測値の分散が小さいといった特徴を持つが，その計測原理により，移動距離とともに誤差が増大していくといった欠点がある．本節ではデッドレコニングの計測原理について述べる．

#### オドメトリによるデッドレコニング

ここではデッドレコニングとして一般的に広く用いられているオドメトリによる自己位置推定法の計測原理について述べる [1]．オドメトリは移動体の並進速度，回転速度を計測し，時間積分を行うことによって初期位置からの移動量を計測する手法である．本項では独立駆動輪をもつ二輪車両 (PWS<sup>1</sup>, Fig. 1.2) について述べる．

---

<sup>1</sup>Powered Wheel Steering

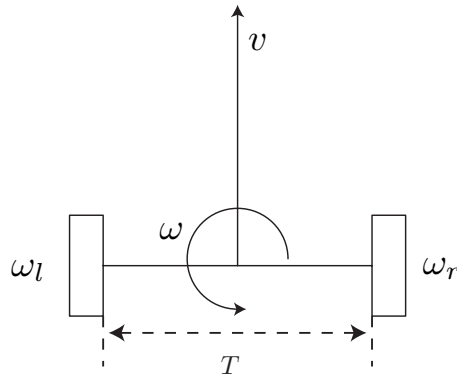


Fig. 1.2 Powered Wheel Steering.

今, Fig. 1.2 でモデル化された車両系について考える. Fig 1.2 の各車輪にはロータリーエンコーダが内蔵されており, 左右車輪の回転角速度  $\omega_r, \omega_l$  が独立に計測できるとすると, 移動体の並進速度  $v$ , 回転角速度  $\omega$  は次式で求められる.

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_{\omega r}}{2} & \frac{R_{\omega l}}{2} \\ \frac{R_{\omega r}}{T} & \frac{R_{\omega l}}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

ここで,  $R_{\omega r}, R_{\omega l}$  は左右の車輪半径であり,  $T$  は車輪の間隔である.

今, 大域座標系での移動体の初期位置を  $x(t_0), y(t_0), \theta(t_0)$  とすると, 時刻  $t$  における位置は次式で求められる.

$$\theta(t) = \theta(t_0) + \int_{t_0}^t \omega(\tau) d\tau \quad (1.2)$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v(\tau) \cos \theta(\tau) d\tau \quad (1.3)$$

$$y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^t v(\tau) \sin \theta(\tau) d\tau \quad (1.4)$$

式 (1.2) ~ 式 (1.4) が連続時間系におけるオドメトリである. しかし, 実際の車輪の回転角速度は離散的に計測されるため実用上はこれらの式を離散化した式が用いられる.

サンプリング間隔を  $\Delta t$  とし, サンプル時刻  $n$  におけるオドメトリによる移動体の位置の計測値および姿勢角の計測値を  $\bar{P}_n \triangleq [\bar{x}_n, \bar{y}_n, \bar{\theta}_n]^T$  とする. また, サンプ



ル時刻  $n$  における移動体の並進速度，回転角速度の計測値  $U_n \triangleq [\bar{v}_n, \bar{\omega}_n]^T$  とする．今，サンプリング間隔の間で移動体の速度変化が微小であると仮定すると，離散時間のオドメトリはつぎの式で与えられる．

$$\bar{P}_{n+1} = \bar{P}_n + \Delta t \begin{bmatrix} \bar{v}_n \cos \bar{\theta}_n \\ \bar{v}_n \sin \bar{\theta}_n \\ \bar{\omega}_n \end{bmatrix} \triangleq g(\bar{P}_n, \bar{U}_n) \quad (1.5)$$

式 (1.5) は式 (1.2) ~ (1.4) を短冊近似により離散化したものと等価である．

### 拡張オドメトリによるデッドレコニング

式 (1.5) より，オドメトリは移動体が速度ベクトル方向に直進した後，回転運動を行うものとみなすことができる．しかしながら，回転角速度が 0 でない場合，移動体は円弧にそって運動するため，サンプリング間隔が長い場合や速度が速い場合，計測誤差が大きくなるという問題がある．この問題を克服したのが加地らによって提案された拡張オドメトリである [8]．拡張オドメトリは移動体の運動を円弧上を動く動作と直線上を動く動作の組み合わせであると仮定して計算を行う．

まず，移動体が円弧上を移動する場合について考える．Fig. 1.3 に円弧上を移動する移動体の一例を示す．ただし，円の中心から移動体の中心までの半径ベクトルを  $r_n$ ，現在の状態と 1 ステップ前の相対角を  $\delta_n$ ， $n$  サンプル時における各車輪の移動距離を  $a_{r,n}, a_{l,n}$  とする．

ここで， $\theta$  に関してつぎの漸化式が成立する．

$$\theta_n = \theta_{n-1} + \delta_n \quad (1.6)$$

$da_{r,n} \triangleq a_{r,n} - a_{r,n-1}$ ， $da_{l,n} \triangleq a_{l,n} - a_{l,n-1}$  と定義すると，Fig. 1.3 より，

$$da_{r,n} = \left( r_n - \frac{T}{2} \right) \delta_n, \quad da_{l,n} = \left( r_n + \frac{T}{2} \right) \delta_n \quad (1.7)$$

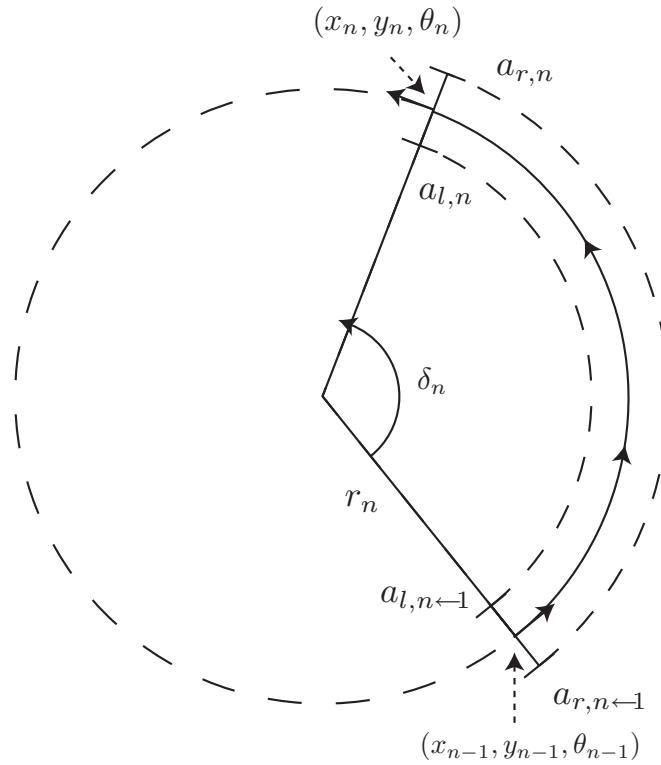


Fig. 1.3 Trajectory of drawing a circle.

が成り立つ．式 (1.7) より，半径ベクトル  $r_n$  と相対角  $\delta_n$  はそれぞれ，

$$r_n = \frac{da_{r,n} + da_{l,n}}{2\delta_n}, \quad \delta_n = \frac{da_{r,n} - da_{l,n}}{T} \quad (1.8)$$

となる．この半径ベクトル  $r_n$ ，相対角  $\delta_n$  を用いて移動体の位置，姿勢角を求める．まず姿勢角についてつぎの補題が成立する．

**補題 1.** 2次元平面上を移動する PWS について考える．今，移動体の初期姿勢角  $\theta_0$ ，動輪の間隔  $T$  が既知であるとし， $n$  サンプル時における各車輪の移動距離  $a_{r,n}, a_{l,n}$  が計測できるものとする．

このとき  $n$  サンプル時における移動体の姿勢角はつぎの式で与えられる．

$$\theta_n = \frac{a_{r,n} - a_{l,n}}{T} + \theta_0 \quad (1.9)$$

証明. 車両の移動動作に関して,  $n-1$  サンプル時の状態から  $n$  サンプル時の状態に移動する時の姿勢角の増分は,

$$\begin{aligned}\delta_n &= \frac{da_{r,n} - da_{l,n}}{D} = \frac{(a_{r,n} - a_{r,n-1}) - (a_{l,n} - a_{l,n-1})}{D} \\ &= \frac{a_{r,n} - a_{l,n}}{D} - \frac{a_{r,n-1} - a_{l,n-1}}{D}\end{aligned}$$

式 (1.6) より,

$$\begin{aligned}\theta_n &= \delta_n + \delta_{n-1} + \cdots + \delta_1 + \theta_0 \\ &= \frac{a_{r,n} - a_{l,n}}{D} - \frac{a_{r,n-1} - a_{l,n-1}}{D} + \frac{a_{r,n-1} - a_{l,n-1}}{D} \\ &\quad - \frac{a_{r,n-2} - a_{l,n-2}}{D} + \cdots + \frac{a_{r,1} - a_{l,1}}{D} - 0 + \theta_0 \\ &= \frac{a_{r,n} - a_{l,n}}{D} + \theta_0\end{aligned}$$

となる.

□

続いて,  $n$  サンプル時における  $x, y$  座標について考える. Fig. 1.4 より,  $n$  サンプル時における移動体の位置  $x, y$  はつぎの式で与えられる.

$$x_n = x_{n-1} + r_n \sin \delta_n \cos \theta_{n-1} - r_n (1 - \cos \delta_n) \sin \theta_{n-1} \quad (1.10)$$

$$y_n = y_{n-1} + r_n \sin \delta_n \sin \theta_{n-1} + r_n (1 - \cos \delta_n) \cos \theta_{n-1} \quad (1.11)$$

続いて, Fig. 1.5 に示すように移動体が直線上を移動する場合について考える. 直線運動を行う場合,  $n-1$  サンプル時から  $n$  サンプル時まで各車輪が進んだ距離が等しいので  $da_{r,n} = da_{l,n} \triangleq a_{e,n}$  と置くと,  $n$  サンプル時における移動体の位置, 姿勢角はつぎの式で与えられる.

$$x_n = a_{e,n} \cos \theta_{n-1} + x_{n-1} \quad (1.12)$$

$$y_n = a_{e,n} \sin \theta_{n-1} + y_{n-1} \quad (1.13)$$

$$\theta_n = \theta_{n-1} \quad (1.14)$$

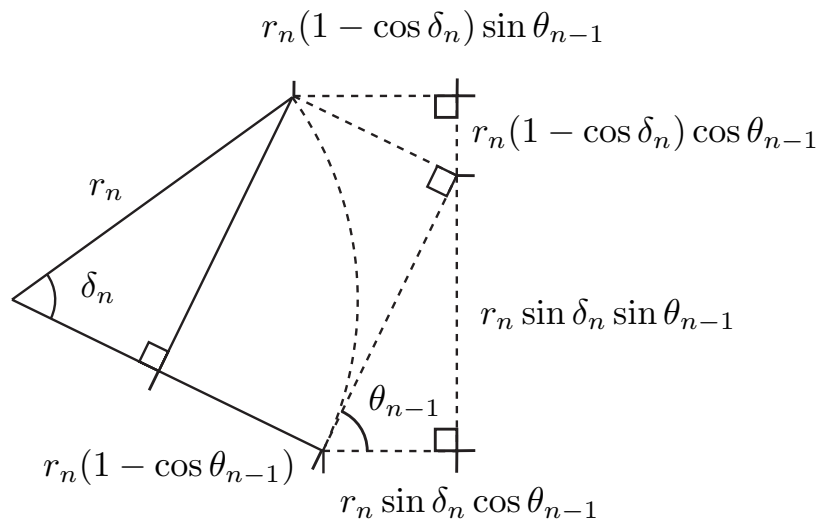


Fig. 1.4 Displacement in  $x$ - $y$  coordinates.

拡張オドメトリを用いることで、横滑りが生じない限り推定誤差は生じないことが示されている [8] .

#### デッドレコニングの利点と問題点

デッドレコニングは車輪に搭載されているロータリーエンコーダなどの移動体に搭載されている内界センサを用いて刻々の微小変化を計測し、積分を行うことによって移動体の位置を推定する．内界センサ自身は高いサンプリングレートを持ち、デッドレコニングの計算量も非常に小さいため、高いサンプリングレートで自己位置推定を行うことができ、また、センサが移動体自身に取り付けられているため周囲の環境によらずに自己位置を推定することができる．さらに、内界センサの構造は単純であるためノイズの影響を受けにくく、安価で安定した性能を得ることができる．ただし、デッドレコニングは微小変化を積分して自己位置を推定するため、丸め誤差等の計測誤差、横滑りのような内界センサで計測できない誤差が累積してしまうという問題点がある．

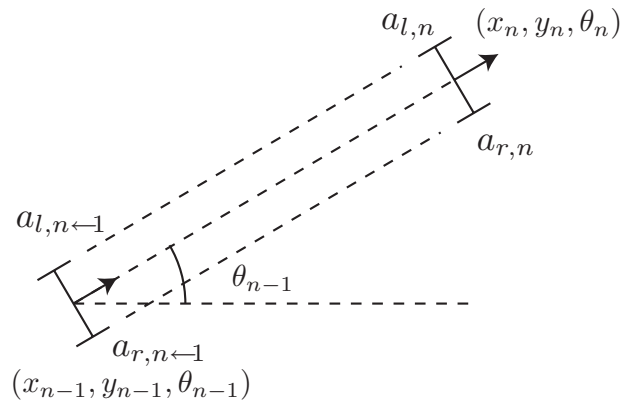


Fig. 1.5 Trajectory of moving in parallel.

### 1.3.2 スターレコニングによる自己位置推定法

スターレコニングの計測原理は大域座標系上においてその位置が既知の物体と移動体との相対位置や相対角を計測し，三角測量の要領で大域座標系上における移動体の位置を計測する手法である．以下にGPS(Global Positioning System) を例にとり，スターレコニングの計測原理を示す．Fig. 1.6 にGPS の概略図を示す．

各人工衛星には高精度の原子時計が内蔵されており，GPS 受信機に対して内部時計の時刻を送信する．一方，GPS 受信機は人工衛星から送られてきた時刻を受信した際，GPS 受信機に搭載されている内部時計との差を用いてつぎの式により人工衛星との距離を計算する．

$$r_i = c(t_{r,i} - t_{s,i}) \quad (1.15)$$

ここで， $r_i$  は受信機と  $i$  番目の人工衛星の距離， $t_{r,i}$  はGPS 受信機が  $i$  番目の人工衛星から送られてきた電波を受信した時刻， $t_{s,i}$  は  $i$  番目の衛星から送られてきた時刻， $c$  は光速である．また，GPS の絶対位置は人工衛星の軌道データと  $t_{s,i}$  から求めることができる．いま，移動体の絶対位置を  $(x, y, z)$  とし， $i$  番目の人工衛星の絶対位置を  $(X_i, Y_i, Z_i)$  とすると，つぎの式が成り立つ．

$$r_i = \sqrt{(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2 + (z - Z_i)^2} + s \quad (1.16)$$

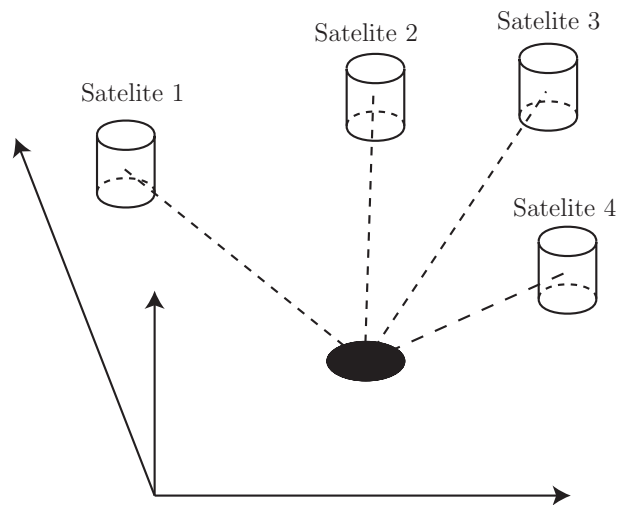


Fig. 1.6 Global positioning system.

ここで  $s$  は GPS 受信機の内部時計誤差による距離への影響を表す．GPS 衛星には高精度の原子時計が搭載されているため電波送信時刻は正確に計測できるが，GPS 受信機に搭載されている時計はそれほど正確でないため，伝播時間は正確に計測できない．そのため，4つの人工衛星の距離を同時に計測し，式(1.16)中の未知数  $x, y, z, s$  に対する連立方程式を解くことによって移動体の絶対位置を推定する．

#### スターレコニングの利点と問題点

スターレコニングは外界との情報を利用して自己位置を推定するため，計測時間，移動体の軌道が推定誤差に影響を与えない．しかし，デッドレコニングに比べて複雑な計算処理が必要となるため計測周期が長くなる傾向にある．さらに，ノイズの影響を受けやすいため，計測値の分散が大きく，建物の内部など人工衛星からの電波が受信できない場所では用いることができないといった問題がある．

### 1.3.3 拡張 Kalman フィルタを用いたセンサフュージョン

デッドレコニングはその計測原理から推定に要する時間は短く、周囲の環境に左右されずに計測できるという長所を持つが計算誤差や横滑りで生じた誤差のようにセンサで計測できない誤差が累積するため移動距離に応じて誤差が増大していくといった欠点がある。一方、スターレコニング的な手法は移動距離に関係なくほぼ一定の精度で計測できるが一般的に推定に要する時間が長く、計測値の分散が大きい。また、人工衛星からの電波が受信できない状況など周囲の環境によって用いることができない場合もある。このため、これらの手法を組み合わせでお互いの欠点を補うセンサフュージョン手法が研究されている。センサフュージョン手法を用いることによって、スターレコニングの特徴である移動距離に関係なく一定の精度で計測できることを利用してデッドレコニングの累積誤差を抑えることが可能となる。さらに、デッドレコニングの特徴であるサンプリング間隔が短く、周囲の環境によらず計測できることを利用して、スターレコニングで計測できない時間帯でも計測することが可能となる。センサフュージョン手法として一般的に広く用いられている手法は拡張 Kalman フィルタを応用した方法である [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]。以下にオドメトリと拡張 Kalman フィルタを用いたセンサフュージョン手法の動作原理について述べる。

拡張 Kalman フィルタを用いたセンサフュージョン手法は各手法の誤差分散行列を用いて最尤推定の枠組で融合させる。スターレコニングはその計測原理から考えて、誤差分散が一定であるとみなせるが、デッドレコニングの場合、移動距離に応じて誤差が増大していくため、誤差分散行列を求めるためには誤差モデルを求める必要がある。つぎにオドメトリを例にとり、拡張 Kalman フィルタによるセンサフュージョン手法を示す。

はじめに、オドメトリの誤差モデルの導出を行う。 $n$  サンプル時における移動体の速度ベクトルの計測値を  $\bar{U}_n$  とする。 $U_n$  の計測誤差を  $\Delta U_n$  とすると、速度ベクトルの真値  $U_n$  は

$$U_n = \bar{U}_n + \Delta U_n \quad (1.17)$$

と書ける．さらに式(1.2)~(1.4)を近似したことによる誤差を $\Delta P_n$ とすると， $n$ サンプル時における移動体の位置の真値は

$$P_{n+1} = g(P_n, U_n) + \Delta P_n \quad (1.18)$$

と書ける．さらに， $P_n$ が仮の推定値 $\tilde{P}_n$ と確率変数 $\Delta X_n$ の和で表されるものとする，

$$P_n = \tilde{P}_n + \Delta X_n \quad (1.19)$$

となる．式(1.18)に式(1.17)と式(1.19)を代入すると， $n+1$ サンプル時における移動体の位置の真値 $P_{n+1}$ は

$$P_{n+1} = g(\tilde{P}_n + \Delta P_n, \bar{U}_n + \Delta U_n) + \Delta P_n \quad (1.20)$$

いま，式(1.20)を $(\tilde{P}_n, \bar{U}_n)$ の周りで線形化すると，

$$P_{n+1} \cong g(\tilde{P}_n, \bar{U}_n) + J_{P,n} \Delta P_n + J_{U,n} \Delta U_n + \Delta P_n \quad (1.21)$$

と書ける．ただし， $J_{P,n}, J_{U,n}$ はそれぞれ $P$ と $U$ に関する $g$ のヤコビ行列

$$J_{P,n} \triangleq \left. \frac{\partial g(P, U)}{\partial P} \right|_{P=\tilde{P}_n, U=\bar{U}_n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\bar{v} \Delta t \sin \tilde{\theta}_n \\ 0 & 1 & \bar{v} \Delta t \cos \tilde{\theta}_n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

$$J_{U,n} \triangleq \left. \frac{\partial g(P, U)}{\partial U} \right|_{P=\tilde{P}_n, U=\bar{U}_n} = \begin{bmatrix} \Delta t \cos \tilde{\theta}_n & 0 \\ \Delta t \sin \tilde{\theta}_n & 0 \\ 0 & \Delta t \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

である．

以上より，オドメトリの推定誤差 $\Delta X_n$ はつぎの漸化式で記述できる．

$$\Delta X_{n+1} = P_{n+1} - \tilde{P}_{n+1} = P_{n+1} - g(\tilde{P}_n, \bar{U}_n) \quad (1.24)$$

$$= J_{P,n} \Delta P_n + J_{U,n} \Delta U_n + \Delta P_n \triangleq A_n \Delta P_n + \Delta W_n \quad (1.25)$$



ただし，

$$A_n \triangleq J_{P,n} \quad \Delta W_n \triangleq J_{U,n} \Delta U_n + \Delta P_n \quad (1.26)$$

とする．

ここで， $\Delta U_n, \Delta P_n$  はそれぞれ分散が  $V_{U,n}, V_{P,n}$  のホワイトノイズと仮定し， $\Delta U_n$  と  $\Delta P_n$  が無相関であるとする． $\Delta P_n$  の分散行列  $V_{dead,n}$  はつぎの式で求められる．

$$\begin{aligned} V_{dead,n+1} &\triangleq A_n E[\Delta P_n \Delta P_n^T] A_n^T + E[\Delta W_n \Delta W_n^T] \\ &= A_n V_{dead,n} A_n^T + V_{W,n} \end{aligned} \quad (1.27)$$

ただし，

$$V_{W,n} \triangleq J_{U,n} V_{U,n} J_{U,n}^T + V_{P,n}$$

とする．また， $E[\cdot]$  は  $(\cdot)$  の平均値をあらわす．分散行列の初期値  $V_{dead,0}$  を適当な値に設定し，1ステップごとに式(1.27)を用いてオドメトリの誤差分散行列  $V_{dead,n}$  を更新すればよい．一方，誤差分散行列  $V_{U,n}$  および  $V_{P,n}$  は，実装するにあたって定数行列  $V_U, V_P$  とし，各状態変数に相関がないものとして  $V_U, V_P$  を対角行列とする場合が多い．また，おのこの対角要素に関して明確な設計法が存在せず，実験によって妥当な値を求めているのが現状である [1]．

式(1.27)で求めたオドメトリの誤差分散行列とスターレコニングの誤差分散行列  $V_{star}$  を用い，拡張 Kalman フィルタによってセンサフュージョンを行うにはつぎの式を用いる．

$$\tilde{P}_{fu,n} = \bar{P}_{dead,n} + V_{f,n} V_{star}^{-1} (\bar{P}_{star,n} - \bar{P}_{dead,n}) \quad (1.28)$$

$$V_{f,n} = (V_{dead,n}^{-1} + V_{star}^{-1})^{-1} \quad (1.29)$$

ここで， $\tilde{P}_{fu,n}$  は融合後の移動体の位置，姿勢角を表し， $V_{f,n}$  は融合後の誤差分散行列を表す．式(1.28)および式(1.29)を用いて情報を融合後， $\tilde{P}_{fu,n}, V_{f,n}$  をそれぞれデッドレコニングの推定位置，誤差分散行列に置き換えることでオドメトリの累積誤差を補正する．

## 2. 拡張オドメトリに対する拡張 Kalman フィルタの適用 検討

移動体の自己位置推定法は大別すると、デッドレコニングとスターレコニングに分類されるが、実用ではこれらのセンサフュージョンにより組み合わせる場合が多い。センサフュージョン手法の代用的なものとして拡張 Kalman フィルタの枠組みを用いる手法が挙げられる。しかしながら、拡張 Kalman フィルタを適用するにあたり、明確な設計法が存在せず、実験によって妥当な値を求めているのが現状である。本章では実用面の観点から、拡張 Kalman フィルタの動特性の解析を行い（第 2.1 節）、通常のオドメトリよりも推定精度の高い拡張オドメトリに対して拡張 Kalman フィルタによるセンサフュージョン手法を適用を検討する（第 2.2 節）。

### 2.1 拡張 Kalman フィルタを用いたセンサフュージョン手法の動特性解析

式 (1.28) を見ると、拡張 Kalman フィルタによるセンサフュージョンは、スターレコニングによる計測値とデッドレコニングによる計測値との差を、Kalman フィルタゲイン  $G_{EKF,n} = V_{f,n} V_{star,n}^{-1}$  によってフィードバックする時変のゲインを持つ非線形フィルタであることがわかる。本節では、拡張 Kalman フィルタで用いる誤差分散行列  $V_{U,n}, V_{P,n}, V_{star}$  が拡張 Kalman フィルタゲインに与える影響について考察し、拡張 Kalman フィルタによるセンサフュージョン手法の動特性解析を行う。まず、デッドレコニングの誤差分散行列  $V_{dead}$  とスターレコニングの誤差分散行列の関係について考察する。

#### $V_{dead,n}$ と $V_{star}$ の関係

式 (1.29) より、 $V_{star}$  はデッドレコニングの誤差分散行列  $V_{dead,n}$  を 0 に収束させる働きを持つ。一方、式 (1.27) より、 $V_{dead,n}$  は時間とともに増加する。以上より、 $V_{dead,n}$  の増加量が小さいほど、拡張 Kalman フィルタゲインは小さくなる。

つぎに、デッドレコニングの誤差分散行列  $V_{dead,n}$  について考察する。

$A_n$  が  $V_{dead,n}$  に与える影響

行列  $A_n$  はデッドレコニングの動特性による項であるが、一般的にデッドレコニングのサンプリングレートは数 msec のオーダーであるため、 $V_{P,n}$  の与える影響に比べて小さい。

$V_{U,n}$  が  $V_{dead,n}$  に与える影響

$V_{U,n}$  は入力の誤差に関する項であるが、内界センサは一般的に計測誤差が小さく、また、デッドレコニングはサンプリングレートが小さいため、影響が小さい。

$V_{P,n}$  が  $V_{dead,n}$  に与える影響

$V_{P,n}$  は丸め誤差など、モデル化できない要因に関する項である。この項はサンプリングレートに依存しない項であるため、 $V_{dead,n}$  に与える影響が大きいが、この行列を大きくすると、デッドレコニングの誤差モデルに基づいた項  $V_{dead,n} \cdot V_{U,n}$  に関する項の影響が小さくなり、拡張 Kalman フィルタの利点が失われてしまう。また、 $V_{P,n}$  が小さいと、 $V_{dead,n}$  の増加量が小さくなるため、結果的に拡張 Kalman フィルタゲインが小さくなるため、横滑りによる誤差など  $V_{dead,n}$  のモデル化誤差に対するロバスト性能が小さくなる<sup>2</sup>。

以上より、拡張 Kalman フィルタの特性を最大限に発揮させるためには、 $V_{U,n}$  を小さくし、 $V_{P,n}$  を適切に選定する必要があるが、最適な条件を求めるためには実験を繰り返して試行錯誤的に求める必要がある。さらに、 $V_{P,n}$  を大きくすると、拡張 Kalman フィルタゲインの特性が損なわれてしまうため、 $V_{P,n}$  を小さくしなければならず、結果的に横滑りのようなモデル化できない誤差が生じた場合、推定精度が著しく悪化するといった問題がある。さらに、拡張 Kalman フィルタは、デッドレコニングの誤差分散行列の補正を行う際に、一回当たり 126 回の乗除算の演算が必要であり、計算量が多い。さらに近年の研究では理論、実用の面から拡張 Kalman フィルタの問題点が指摘されている [11, 12, 13]。

<sup>2</sup>厳密には横滑りによる誤差はホワイトノイズとみなせないため、本来拡張 Kalman フィルタの枠組みでは取り扱うことができないが、 $V_{P,n}$  はモデル化誤差に対する保障項として機能するため、あえてこのように表現した。

## 2.2 拡張オドメトリに対する拡張 Kalman フィルタの適用検討

本節では，高い推定精度を持つ拡張オドメトリに対し，拡張 Kalman フィルタの適用を検討する．

いま， $n$  サンプル時における拡張オドメトリの計算式を  $g'(P, U)$  とおき，拡張オドメトリの入力を  $U'$  とおき，拡張オドメトリの推定誤差を  $\Delta X'_n$  とすると，第 1.3.3 項より，拡張オドメトリの誤差分散行列  $V'_{dead,n}$  はつぎの漸化式で記述できる．

$$V'_{dead,n+1} = A'_n V'_{dead,n} A'^T_n + J'_{U,n} V'_{U,n} J'^T_{U,n} + V'_{P,n} \quad (2.1)$$

ただし，

$$A'_n \triangleq \left. \frac{\partial g'(P, U')}{\partial P} \right|_{P=\tilde{P}'_n, U'=\tilde{U}'_n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_n \sin \delta_n \sin \theta_n - r_n(1 - \cos \delta_n) \cos \theta_n \\ 0 & 1 & -r_n \sin \delta_n \cos \theta_n - r_n(1 - \cos \delta_n) \sin \theta_n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$J'_{U',n} \triangleq \left. \frac{\partial g'(P, U')}{\partial U'} \right|_{P=\tilde{P}'_n, U'=\tilde{U}'_n}$$

とする．

ここで，丸め誤差の誤差分散行列を  $V'_{round,n}$ ，モデル化誤差による誤差分散行列を  $V'_{Merr,n}$  と定義すると，以下の式が成立する．

$$V'_{P,n} \triangleq V'_{round,n} + V'_{Merr,n} \quad (2.2)$$

第 1.3.1 項より，エンコーダの量子化誤差は累積誤差として位置推定に影響を与えず，拡張オドメトリには丸め誤差が生じないため， $V'_{round,n}$  はゼロ行列であるとみなすことができる．一方， $V'_{U,n}$  は入力 of 誤差分散を表す項であるが，エンコーダの計測原理より，計測誤差は非常に小さいので，ゼロ行列であると仮定することが出来る．さらに，通常，拡張オドメトリのサンプリングレートは数 msec のオーダーであり，移動体の速度が十分小さい場合， $r_n$  は 0 に近くなるため， $A'_n$  は単位行列とみなすことができる．以上をまとめると式 (2.1) はつぎの式となる．

$$V'_{dead,n+1} = V'_{dead,n} + V'_{Merr,n} \quad (2.3)$$

式(2.3)より, 実用上, 拡張オドメトリの誤差分散行列は, 誤差分散行列の初期値  $V'_{dead,0}$  とモデル化誤差  $V_{Merr,n}$  により一意に求まる. ここで, 移動体の初期値が正確にわかっている場合, つまり, 拡張オドメトリの誤差分散行列の初期値  $V'_{dead,0}$  がゼロ行列である場合, 誤差分散行列はモデル化誤差のみに依存するので, 拡張 Kalman フィルタの枠組みを適用することができない. 一方, 移動体の初期値が正確にわかっており, 横滑りが生じない場合, 誤差分散行列は常に0となるため拡張 Kalman フィルタを適用する必要がない.

## 2.3 結論

本章では, 拡張オドメトリに対して拡張 Kalman フィルタの適用を検討するために, 実用面の観点から拡張 Kalman フィルタの動特性の解析を行い, 拡張オドメトリに対して拡張 Kalman フィルタの適用を検討した. 拡張 Kalman フィルタの問題点として, 拡張 Kalman フィルタの特性を最大限に発揮させるためには, 実験を繰り返して試行錯誤的に  $V_{P,n}, V_{U,n}$  を求める必要がある. 横滑りのようなモデル化できない誤差が生じた場合, 誤差が収束せず推定精度が著しく悪化するという問題がある. また, 拡張オドメトリは, 移動体の初期値が正確にわかっており, 横滑り等のモデル化誤差が生じない場合, 累積誤差は生じないため拡張 Kalman フィルタを適用する必要がなく, モデル化誤差が生じる環境下においては, 拡張 Kalman フィルタの枠組みを適用することができない.

### 3. 初期状態オブザーバを用いたセンサフュージョン

拡張 Kalman フィルタを用いる手法はデッドレコニングおよびスターレコニングの誤差モデルを求める必要があるが、第 1.3.3 項で述べたように、オドメトリの誤差モデルである式 (1.27) 中の  $V_U, V_P$  は明確な設計法が存在しないため、実装に手間がかかる。なお、実装上において  $V_U, V_P$  を正確に求めることは困難であるため、厳密には最尤推定でない場合が多いと筆者は考えている。さらに、横滑りのようなモデル化できない誤差が生じた場合、推定精度が著しく悪化するという問題がある、また、拡張オドメトリに対しては拡張 Kalman フィルタの枠組みを適用できない。このような問題に対し、本論文では誤差モデルを必要としない新しいセンサフュージョン手法を提案する。

提案手法はデッドレコニングとスターレコニングの計測値から移動体の初期状態を推定する初期状態オブザーバを用いることによってデッドレコニングの累積誤差を補正する手法である。提案手法のブロック線図を Fig. 3.1 に示す。

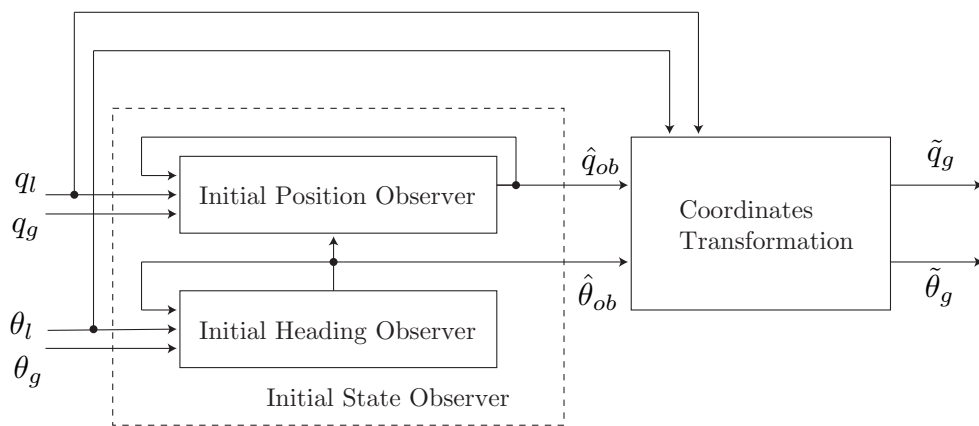


Fig. 3.1 Block diagram of the proposal method.

本論文で提案する手法は初期状態オブザーバと座標変換の 2 つから構成される。また、初期状態オブザーバは初期位置を推定する初期位置オブザーバ (Initial Position Observer) と初期姿勢角を推定する初期姿勢角オブザーバ (Initial Heading

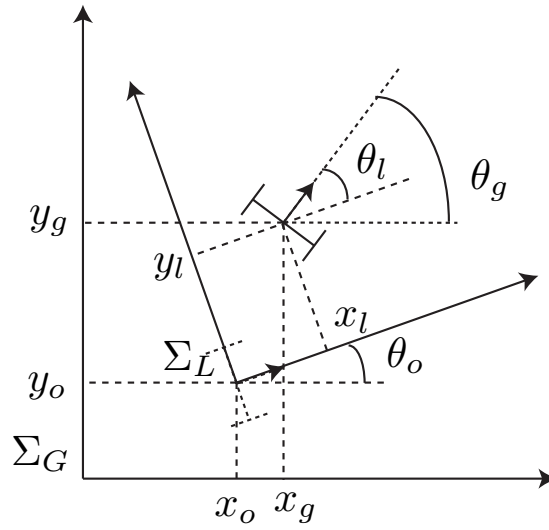


Fig. 3.2 Local and global coordinates.

Observer) の 2 つから成る .

本論文で提案する初期状態オブザーバを用いたセンサフュージョン手法の計測原理について述べる . まず , 大域座標系  $\Sigma_G$  に対し , 局所座標系  $\Sigma_L$  を Fig. 3.2 のように定義する . ここで , 局所座標系  $\Sigma_L$  の原点および大域座標系  $\Sigma_G$  との相対角は初期位置の真値 , 初期姿勢角の真値に一致させる . このように局所座標系を定義することで , 初期状態からの変化分は局所座標系上での位置 , 姿勢角とみなすことができる . 今後 ,  $n$  サンプル時において , 初期状態からの変化量を局所情報とよび ,  $q_{l,n}, \theta_{l,n}$  と表記する . また , 大域座標系上での移動体の位置 , 姿勢角を大域情報とよび ,  $q_{g,n}, \theta_{g,n}$  と添え字を付けて表記する .

デッドレコニングによる自己位置推定手法はその計測原理から , 移動体の初期状態からの変化分を計測し , 積分を行うことによって移動体の現在位置 , 姿勢角を計測する手法である . いま ,  $n$  サンプル時における , デッドレコニングによる大域座標系  $\Sigma_G$  での現在位置 , 姿勢角の計測値を  $\bar{q}_{g,n}, \bar{\theta}_{g,n}$  , 局所座標系  $\Sigma_L$  での  $n$  サンプル時から  $n+1$  サンプル時間の位置 , 姿勢角の変化分の計測値を  $\tilde{f}_q(n), \tilde{f}_\theta(n)$

とおくと，デッドレコニングによる現在位置の計測値は，

$$\bar{q}_{n+1} = q_o + \sum_{k=0}^n T(\theta_o) \bar{f}_q(k) \quad (3.1)$$

$$\bar{\theta}_{n+1} = \theta_o + \sum_{k=0}^n \bar{f}_\theta(k) \quad (3.2)$$

のように移動体の初期状態と初期状態からの増分で表される．提案手法は移動体の初期状態と初期状態からの変化分を明確に分離して考える．

いま，デッドレコニングで計測した初期状態からの変化量  $\bar{q}_{l,n}$ ,  $\bar{\theta}_{l,n}$  に誤差がない場合を考える．このとき，大域情報の真値はつぎの座標変換式を用いることによって変換できる．

$$q_g = T(\theta_o) q_l + q_o \quad (3.3)$$

$$\theta_g = \theta_l + \theta_o \quad (3.4)$$

ただし， $T(x)$  は姿勢変換行列であり，

$$T(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$$

で定義される．初期状態の推定値を  $\hat{q}_{ob,n}$ ,  $\hat{\theta}_{ob,n}$  とし，初期状態の推定値と真値の差分  $e_n \triangleq \hat{q}_{ob,n} - q_o$ ,  $e_{\theta,n} \triangleq \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_o$  を 0 にすることで移動体の正確な位置，姿勢角が推定できる．

そこで，本論文では移動体の初期状態を推定する初期状態オブザーバを用いて初期状態を推定し，座標変換

$$\tilde{q}_{g,n} = T(\hat{\theta}_{ob,n}) \bar{q}_{l,n} + \hat{q}_{ob,n} \quad (3.5)$$

$$\tilde{\theta}_{g,n} = \bar{\theta}_{l,n} + \hat{\theta}_{ob,n} \quad (3.6)$$

を用いることによって移動体の現在位置，現在姿勢角の推定値  $\tilde{q}_{g,n}$ ,  $\tilde{\theta}_{g,n}$  を得る．ただし， $\hat{q}_{ob,n}$ ,  $\hat{\theta}_{ob,n}$  は初期状態オブザーバを用いて推定した初期状態の推定値である．また，第 3.2.4 項で示すように，デッドレコニングの計測値  $\bar{q}_{l,n}$ ,  $\bar{\theta}_{l,n}$  に誤差が生じた場合，初期状態オブザーバは誤差を相殺するように働くため，デッドレコニングの累積誤差を抑えることができる．



### 3.1 数学的準備

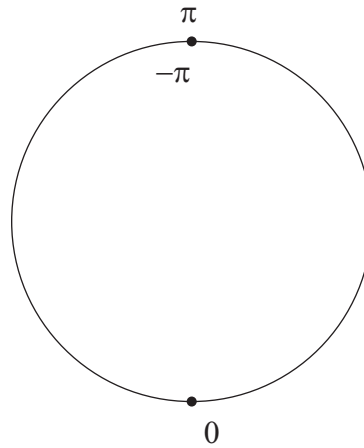


Fig. 3.3 Image of manifold  $\mathbb{S}^1$

本論文で提案する初期状態オブザーバは姿勢角  $\theta$  を多様体  $\mathbb{S}^1 := \{x | -\pi < x \leq \pi\}$  上で定義している．本節では多様体  $\mathbb{S}^1 := \{x | -\pi < x \leq \pi\}$  の演算を定義し，その性質について述べる．以降，特に断りのない限り  $\mathbb{S}^1$  は  $\mathbb{S}^1 := \{x | -\pi < x \leq \pi\}$  を指す．

$\mathbb{S}^1$  から  $\mathbb{S}^1$  へのある写像  $f$  に対し，明らかにつぎの補題が成り立つ．

補題 2.

$$f(x) = f(x + 2\pi n) \quad (n \text{ は任意の整数})$$

また， $\mathbb{S}^1$  から  $\mathbb{S}^1$  への写像  $\text{Mod}(\cdot)$  を次のように定義する．

$$\text{Mod}(x) = \begin{cases} x - 2\pi n & (x \leq 0, \quad n \text{ は } -\pi < x - 2\pi n \leq \pi \text{ を満たす } 0 \text{ 以上の整数}) \\ x + 2\pi n & (x < 0, \quad n \text{ は } -\pi < x - 2\pi n \leq \pi \text{ を満たす } 0 \text{ 以上の整数}) \end{cases}$$

この  $\text{Mod}(\cdot)$  を用いて多様体  $\mathbb{S}^1$  上での加算と実数倍をつぎのように定義する．

### 定義 1. 多様体 $S^1$ 上での演算

- 加算

$$x + y := \text{Mod}(x + y)$$

- 実数倍

$$k \times x := \text{Mod}(k \times x) \quad (k \in R^1)$$

このとき，多様体  $S^1$  はアーベル群となる．以下に証明をしておく．

証明. 多様体  $S^1$  が加算に対し，アーベル群となるためには結合法則，単位元の存在，逆元の存在，交換則が成立しなければならない．

#### 結合法則

補題 2 より， $\text{Mod}(x + y) = x + y$  となることより，

$$\begin{aligned}(x + y) + z &= \text{Mod}(\text{Mod}(x + y) + z) \\ &= \text{Mod}(x + y + z) \\ x + (y + z) &= \text{Mod}(x + \text{Mod}(y + z)) \\ &= \text{Mod}(x + y + z)\end{aligned}$$

ゆえに，結合法則が成り立つ．

#### 単位元の存在

単位元を 0 と仮定すると，

$$\begin{aligned}\text{Mod}(x + 0) &= x - 2\pi n + 0 + 2\pi n = x & (\because n = 0) \\ \text{Mod}(0 + x) &= 0 - 2\pi n + x + 2\pi n = x & (\because n = 0)\end{aligned}$$

ゆえに 0 が単位元となる．

## 逆元の存在

- $x \neq \pi$  のとき,  $\forall x, x' = -x$
- $x = \pi$  のとき,  $x'$  の候補として  $\pi$  を考える.

$$\text{Mod}(\pi + \pi) = 2\pi - 2\pi \cdot 1 = 0$$

ゆえに,  $\pi$  の逆元は  $\pi$  となり, 任意の  $x$  について逆元が存在する.

## 交換法則

$$x + y = \text{Mod}(x + y) = x + y$$

$$y + x = \text{Mod}(y + x) = x + y$$

ゆえに交換法則が成立する. 以上より,  $\mathbb{S}^1$  はアーベル群となる. □

以上より, 多様体  $\mathbb{S}^1$  上での演算が定義できたが, 計算が煩雑になるため, 計算を簡略化するためにつぎの  $\mathbb{R}^1$  から  $\mathbb{S}^1$  への写像  $g$  を定義する.

$$g(x) : \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1 := \begin{cases} x - 2\pi n & (x \leq 0, \quad n \text{ は } -\pi < x - 2\pi n \leq \pi \text{ を満たす } 0 \text{ 以上の整数}) \\ x + 2\pi n & (x < 0, \quad n \text{ は } -\pi < x - 2\pi n \leq \pi \text{ を満たす } 0 \text{ 以上の整数}) \end{cases} \quad (3.7)$$

また,  $g$  の逆写像  $g^{-1}$  は値域を  $-\pi < x \leq \pi$  とすることで次のように定義できる.

$$g(x)^{-1} : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1 := x \quad (3.8)$$

この  $g$  および  $g^{-1}$  を用いてつぎの定理が成立する.

### 定理 1.

$$\begin{aligned} k_1 x &= g(k_1 g^{-1}(x)) \\ k_1 x + k_2 y &= g(k_1 g^{-1}(x) + k_2 g^{-1}(y)) \quad (x \in \mathbb{S}^1, y \in \mathbb{S}^1, k_1 \in \mathbb{R}, k_2 \in \mathbb{R}^1) \end{aligned}$$

証明.  $k_1x = x_1 + 2\pi n_1, k_2y = y_2 + 2\pi n_2$  とおくと ,

$$k_1x + k_2y = \text{Mod}(x_1 + y_1)$$

一方 ,

$$\begin{aligned} g(k_1g^{-1}(x) + k_2g^{-1}(y)) &= g(k_1x + k_2y) \\ &= g(x_1 + y_2 + 2\pi(n_1 + n_2)) \\ &= \text{Mod}(x_1 + y_2) \end{aligned}$$

□

定理 1 を用いることにより,  $\mathbb{S}^1$  上での演算<sup>3</sup>は, 被演算数  $x, y$  ( $x \in \mathbb{S}^1, y \in \mathbb{S}^1$ ) をそれぞれ  $\mathbb{R}^1$  上へ写像してから  $\mathbb{R}^1$  上で演算し, 得られた結果を  $\mathbb{S}^1$  上へ写像したものと同値であることを示している .

### 3.2 初期状態オブザーバを用いた自己位置推定

本節では, 本論文で重要な位置を占める初期状態オブザーバについて述べる .

定理 2 がデッドレコニング, スターレコニングの計測値に誤差が生じないとするノミナルモデルに対する初期状態オブザーバである .

定理 2. Fig. 1.2 に示す移動体および Fig. 3.2 に示す局所座標系  $\Sigma_L$ , 大域座標系  $\Sigma_G$  について考える . 今, 初期位置  $q_o$  および初期姿勢角  $\theta_o$  が未知であるとする . このとき, つぎに示す離散時間オブザーバについて考える .

$$\hat{q}_{ob,n+1} = \hat{q}_{ob,n} - K(T(\hat{\theta}_{ob,n})q_{l,n} + \hat{q}_{ob,n} - q_{g,n}) \quad (3.9)$$

$$\hat{\theta}_{ob,n+1} = \hat{\theta}_{ob,n} - k_\theta(\theta_{l,n} + \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_{g,n}) \quad (3.10)$$

ただし, 式 (3.10) は多様体  $\mathbb{S}^1 := \{x | -\pi < x \leq \pi\}$  上の関数とし,  $K \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ ,  $k_\theta \in \mathbb{R}^1$  とする . また,  $\hat{q}_{ob,n}, \hat{\theta}_{ob,n}$  は  $n$  サンプル時における初期位置および初期姿勢

<sup>3</sup>加算と実数倍を指す .

角の推定値であるとし,  $q_{l,n}, \theta_{l,n}, q_{g,n}, \theta_{g,n}$  はそれぞれ  $n$  サンプル時におけるデッドレコニングで計測した局所情報の計測値, スターレコニングで計測した大域情報の計測値である. もし,  $q_{l,n}$  は有界, かつ  $\max\{|\lambda| \mid \lambda \in \text{eig}(I-K)\} < 1, 0 < k_\theta < 2$  を満たすならば, 式 (3.9) は  $n \rightarrow \infty$  のとき  $\hat{q}_{ob,n} \rightarrow q_o$  となり, 式 (3.10) は  $n \rightarrow \infty$  のとき  $\hat{\theta}_{ob,n} \rightarrow \theta_o$  となる.

ただし,  $K$  は通常,  $K := \text{diag}(k_x, k_y)$  とする.

定理 2 は初期姿勢角が既知の状態に対し, 初期位置を推定する対する初期位置オブザーバ (定理 3) および初期姿勢角が未知の状態での初期姿勢角を推定する初期姿勢角オブザーバ (定理 4) から導かれる.

本節では第 3.2.1 項において, 初期姿勢角が既知の状態に対する初期位置オブザーバ (定理 3) を示し, 第 3.2.2 項において初期姿勢角オブザーバ (定理 4) を示す. 最後に 3.2.3 において初期状態オブザーバ (定理 2) の証明を行う.

### 3.2.1 初期位置オブザーバ

この項では初期姿勢角が既知の状態に対する初期位置オブザーバを示す. なお, 証明に際し, デッドレコニングの計測値  $\bar{q}_{l,n}, \bar{\theta}_{l,n}$  およびスターレコニングの計測値  $\bar{q}_{g,n}, \bar{\theta}_{g,n}$  はノミナルモデルとして扱うため,  $q_{l,n}, \theta_{l,n}, q_{g,n}, \theta_{l,n}$  と表記する. 初期姿勢角が既知の状態に対する初期位置オブザーバはつぎの定理で与えられる.

定理 3. Fig. 1.2 に示す移動体および Fig. 3.2 に示す局所座標系  $\Sigma_L$ , 大域座標系  $\Sigma_G$  について考える. いま, 移動体の初期位置  $q_o \triangleq [x_o, y_o]^T \in \mathbb{R}^2$  が未知で, 初期姿勢角  $\theta_o \in \mathbb{S}^1$  が既知であるとする. このとき, つぎに示す離散時間オブザーバについて考える.

$$\hat{q}_{ob,n+1} = \hat{q}_{ob,n} - K (T(\theta_o)q_{l,n} + \hat{q}_{ob,n} - q_{g,n}) \quad (3.11)$$

ただし,  $K \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$  であり,  $\hat{q}_{ob,n}$  は  $n$  サンプル時における初期位置の推定値,  $q_{l,n} \in \mathbb{R}^2, q_{g,n} \in \mathbb{R}^2$  はそれぞれ  $n$  サンプル時におけるデッドレコニングで計測した

局所情報の計測値，スターレコニングで計測した大域情報の計測値とする．もし  $\max\{|\lambda| \mid \lambda \in \text{eig}(I-K)\} < 1$  を満たすならば， $n \rightarrow \infty$  のとき  $\hat{q}_{ob,n} \rightarrow q_o$  となる．

証明. 式 (3.11) の両辺から  $q_o$  を引く．

$$\hat{q}_{ob,n+1} - q_o = \hat{q}_{ob,n} - q_o - K(T(\theta_o)q_{l,n} + \hat{q}_{ob,n} - q_{g,n}) \quad (3.12)$$

式 (3.3) を代入し，整理するとつぎの式を得る．

$$e_{n+1} = (I-K)e_n \quad (3.13)$$

ただし， $e_{\theta,n} \triangleq \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_o$  と定義した．いま， $\max\{|\lambda| \mid \lambda \in \text{eig}(I-K)\} < 1$  を満たすならば，式 (3.13) は  $n \rightarrow \infty$  のとき  $e_n \rightarrow 0$  となる，したがって式 (3.11) は  $n \rightarrow \infty$  のとき  $\hat{q}_{ob,n} \rightarrow q_o$  となる．  $\square$

以上より，ノミナルモデルに対し，初期姿勢角が既知の状態に対し，初期位置オブザーバを用いて推定した初期位置の推定値  $\hat{q}_{ob,n}$  が真の初期位置  $q_o$  に収束することが示された．

### 3.2.2 初期姿勢角オブザーバ

この項では初期姿勢角を推定する初期姿勢角オブザーバを示す．初期姿勢角オブザーバはつぎの定理で与えられる．

定理 4. Fig. 1.2 に示す移動体および Fig. 3.2 に示す局所座標系  $\Sigma_L$ ，大域座標系  $\Sigma_G$  について考える．いま，移動体の初期姿勢角  $\theta_o \in \mathbb{S}^1$  が未知であるとする．このとき，つぎに示す離散時間オブザーバについて考える．

$$\hat{\theta}_{ob,n+1} = \hat{\theta}_{ob,n} - k_\theta (\theta_{l,n} + \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_{g,n}) \quad (3.14)$$

ただし，式 (3.10) は多様体  $\mathbb{S}^1 := \{x \mid -\pi < x \leq \pi\}$  上の関数であり， $k_\theta \in \mathbb{R}^1$  であるとする．また， $\hat{\theta}_{ob,n} \in \mathbb{S}^1$  は  $n$  サンプル時における初期姿勢角の推定値， $\theta_{l,n} \in \mathbb{S}^1$ ， $\theta_{g,n} \in \mathbb{S}^1$  はそれぞれ  $n$  サンプル時におけるデッドレコニングで計測した局所情報の計測値，スターレコニングで計測した大域情報の計測値とする．

このとき， $0 < k_\theta < 2$  を満たすならば， $n \rightarrow \infty$  のとき  $\hat{\theta}_{ob,n} \rightarrow \theta_o$  となる．

証明. 式 (3.10) の両辺から  $\theta_o$  を引く .

$$\hat{\theta}_{ob,n+1} - \theta_o = \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_o - k_\theta (\theta_{l,n} + \theta_o - \theta_{g,n}) \quad (3.15)$$

式 (3.4) を代入し , 整理するとつぎの式を得る .

$$e_{\theta,n+1} = (1 - k_\theta)e_{\theta,n} \quad (3.16)$$

ただし ,  $e_{\theta,n} \triangleq \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_o$  と定義した . 式 (3.16) に対し , Lyapunov 関数の候補として ,

$$V(x) = x^2 \quad (3.17)$$

について考える .

$$\begin{aligned} \Delta V(e_{\theta,n+1}) &= V(e_{\theta,n+1}) - V(e_{\theta,n}) \\ &= (1 - k_\theta)^2 e_{\theta,n}^2 - e_{\theta,n}^2 \\ &= e_{\theta,n}^2 k_\theta (k_\theta - 2) \end{aligned}$$

いま ,  $0 < k_\theta < 2$  より ,  $\Delta V(e_{\theta,n}) < 0$  となるので ,  $V(x)$  は Lyapunov 関数となる<sup>4</sup> . ゆえに , 式 (3.16) は  $n \rightarrow \infty$  のとき  $e_{\theta,n} \rightarrow 0$  となる . したがって , 式 (3.10) は  $n \rightarrow \infty$  のとき  $\hat{\theta}_{ob,n} \rightarrow \theta_o$  となる □

以上より , ノミナルモデルに対し , 初期姿勢角オブザーバを用いて推定した初期姿勢角の推定値  $\hat{\theta}_{ob,n}$  が真の初期姿勢角  $\theta_o$  に収束することが示された .

### 3.2.3 初期状態オブザーバの証明

この項では , 定理 3 および定理 4 を用いて , 初期位置 , 初期姿勢角が未知の状態での初期状態オブザーバの証明を行う .

---

<sup>4</sup>  $-\pi$  と  $\pi$  を同一視すると  $\Delta V(x)$  は  $x = \pi$  で最大値をとるので  $V(x)$  は  $\mathbb{S}^1$  において大域的 Lyapunov 関数となる .

定理2の証明. 式(3.9)の両辺から  $q_o$  を引き,  $q_{g,n} = T(\theta_o)q_{l,n}$  を代入するとつぎの式を得る.

$$\begin{aligned}\hat{q}_{ob,n} - q_o &= \hat{q}_{ob,n} - q_o - K[(T(\hat{\theta}_{ob,n})q_{l,n} + \hat{q}_{ob,n} - (T(\theta_o)q_{l,n} + q_o))] \\ \varepsilon_{n+1} &= (I - K)\varepsilon_n - K[T(\hat{\theta}_{ob,n}) - T(\theta_o)]q_{l,n}\end{aligned}\quad (3.18)$$

ただし,  $\varepsilon_n \triangleq \hat{q}_{ob,n} - q_{o,n}$  と定義した.

つぎに示す  $z$  について考える.

$$z = -K[T(\hat{\theta}_{ob,n}) - T(\theta_o)]q_{l,n}\quad (3.19)$$

$q_{l,n}$  が有界であるとの仮定および定理4より,  $n \rightarrow \infty$  のとき  $z \rightarrow 0$  となる. この  $z$  を用いると式(3.18)は

$$\varepsilon_{n+1} = (I - K)\varepsilon_n + z\quad (3.20)$$

と変形できる. ここで  $z$  を入力とみなすと式(3.20)は離散時間ISS (input-to-state stable) [16] となる. したがって,  $n \rightarrow \infty$  のとき  $\varepsilon \rightarrow 0$  となる. ゆえに,  $\max\{|\lambda| \mid \lambda \in \text{eig}(I - K)\} < 1$  かつ  $0 < k_\theta < 2$  を満たすならば, 式(3.10)および式(3.9)は  $n \rightarrow \infty$  のとき  $\hat{\theta}_{ob,n} \rightarrow \theta_o$ ,  $\hat{q}_{l,n} \rightarrow q_o$  となる.  $\square$

以上より, ノミナルモデルに対し, 初期状態オブザーバを用いて推定した初期状態の推定値  $\hat{q}_{ob,n}$ ,  $\hat{\theta}_{ob,n}$  が真の初期位置  $q_o$ ,  $\theta_o$  に収束することが示された.

### 3.2.4 デッドレコニングの誤差の影響

この項ではデッドレコニングに生じた誤差を初期状態オブザーバによって補正する様子について述べる. いま, Fig. 3.4 に示すように, ある時刻  $k$  において横滑りで生じた移動のようにデッドレコニングで計測できない状態変化 (物理外乱)  $\Delta q, \Delta \theta$  が生じた場合について考える. つまり,

$$f_q(k) = \bar{f}_q(k) + \Delta q\quad (3.21)$$

$$f_\theta(k) = \bar{f}_\theta(k) + \Delta \theta\quad (3.22)$$

について考える.



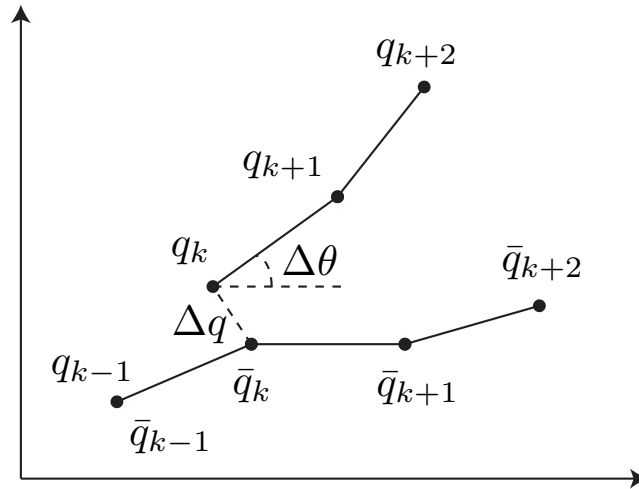


Fig. 3.4 Effects of a slide slip.

このとき，移動体の真の位置，姿勢角は

$$\begin{aligned}
 q_{g,n} &= q_o + \sum_{j=0}^{k-1} \bar{f}_q(j) + \Delta q + \sum_{j=k}^n \bar{f}_q(j) \\
 &= q_o + \Delta q + T(\theta_o) \bar{q}_{l,k} + T(\theta_o + \Delta\theta) (\bar{q}_{l,n} - \bar{q}_{l,k}) \\
 &= q'_o + T(\theta'_o) \bar{q}_{l,n}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_{g,n} &= \theta_o + \sum_{j=0}^{k-1} \bar{f}_\theta(j) + \Delta\theta + \sum_{j=k}^n \bar{f}_\theta(k) \\
 &= \theta_o + \Delta\theta + \bar{\theta}_{l,n} \\
 &= \theta'_o + \bar{\theta}_{l,n}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

となる．ただし，

$$\begin{aligned}
 q'_o &\triangleq q_o + \Delta q + [T(\theta_o) - T(\theta_o + \Delta\theta)] \bar{q}_{l,k} \\
 \theta'_o &\triangleq \theta_o + \Delta\theta
 \end{aligned}$$

と定義した．この式は物理外乱によって初期状態  $q_o, \theta_o$  から  $q'_o, \theta'_o$  へと変化したと解釈することができる．このときの様子を Fig. 3.5 に示す<sup>5</sup>．

<sup>5</sup> $\Delta\theta=0$  の場合を図示している．

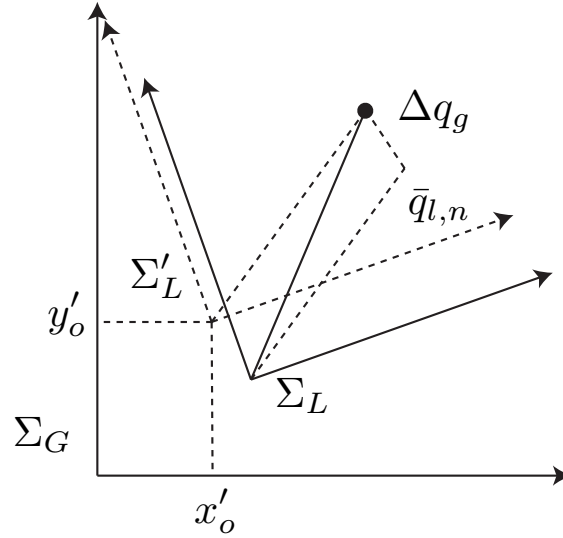


Fig. 3.5 Effects of the initial state observer.

このときの初期状態オブザーバの動作について考える．

まず，姿勢角から考える．スターレコニングはその計測原理より，誤差の影響を受けずに真値を計測できるので，式(3.24)より，

$$\theta_{g,n} = \theta'_o + \bar{\theta}_{l,n} \quad (n \geq k)$$

が成り立つ．このとき，姿勢角オブザーバは

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{ob,n+1} &= \hat{\theta}_{ob,n} - k_\theta(\bar{\theta}_{l,n} + \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_{g,n}) \\ &= \hat{\theta}_{ob,n} - k_\theta[\bar{\theta}_{l,n} + \hat{\theta}_{ob,n} - (\theta'_o + \bar{\theta}_{l,n})] \\ &= \hat{\theta}_{ob,n} - k_\theta(\hat{\theta}_{ob,n} - \theta'_o) \end{aligned}$$

となり， $n \rightarrow \infty$ で $\hat{\theta}_{ob,n} \rightarrow \theta'_o$ となる．

続いて，位置について考える．デッドレコニングの計測原理より，大域情報の真値は式(3.23)より，

$$q_{g,n} = q_o + \Delta q + [T(\theta_o) - T(\theta'_o)] \bar{q}_{l,k} + T(\theta'_o) \bar{q}_{l,n} \quad (n \geq k)$$

となる．初期姿勢角オブザーバが収束した後，初期位置オブザーバは

$$\begin{aligned} \hat{q}_{ob,n+1} &= \hat{q}_{ob,n} - K [\hat{q}_{ob,n} + T(\theta'_o) \bar{q}_{l,n} - q_{g,n}] \\ &= \hat{q}_{ob,n} - K [\hat{q}_{ob,n} + T(\theta'_o) \bar{q}_{l,n} - \{q_o + \Delta q + [T(\theta_o) - T(\theta'_o)] \bar{q}_{l,k} + T(\theta'_o) \bar{q}_{l,n}\}] \\ &= \hat{q}_{ob,n} - K [\hat{q}_{ob,n} - \{q_o + \Delta q + [T(\theta_o) - T(\theta'_o)] \bar{q}_{l,k}\}] \\ &= \hat{q}_{ob,n} - K (\hat{q}_{ob,n} - q'_o) \end{aligned}$$

となる．ゆえに， $n \rightarrow \infty$  のとき  $\hat{q}_{ob,n} \rightarrow q'_o$  となる．これを座標変換式に代入すると，

$$\begin{aligned} \tilde{q}_{g,n} &= T(\hat{\theta}_{ob,n}) \bar{q}_{l,n} + \hat{q}_{ob,n} \\ &= T(\theta'_o) \bar{q}_{l,n} + q_o + \Delta q + [T(\theta_o) - T(\theta'_o)] \bar{q}_{l,k} \\ &= q_{g,n} \\ \tilde{\theta}_{g,n} &= \bar{\theta}_{l,n} + \hat{\theta}_{ob,n} \\ &= \bar{\theta}_{l,n} + \theta_o + \Delta \theta \\ &= \theta_{g,n} \end{aligned}$$

となる．

以上より，提案手法はデッドレコニングの誤差を相殺することができる．

### 3.3 オブザーバゲイン設計法

前節において，スターレコニングに計測誤差がない場合の初期状態オブザーバの収束性を証明した．本章では，提案する初期状態オブザーバの，スターレコニングのノイズ除去フィルタとしての性能を考える．いま，大域情報の計測値  $\bar{q}_{g,n}$ ,  $\bar{\theta}_{g,n}$  に対する誤差がそれぞれ  $\delta_{q,n}$ ,  $\delta_{\theta,n}$  であるとする．

このとき，初期状態オブザーバはつぎの式となる，

$$\begin{aligned}\hat{q}_{ob,n+1} &= \hat{q}_{ob,n} - K(T(\hat{\theta}_{ob,n})q_{l,n} + \hat{q}_{ob,n} - \bar{q}_{g,n}) \\ &= \hat{q}_{ob,n} - K(T(\hat{\theta}_{ob,n})q_{l,n} + \hat{q}_{ob,n} - q_{g,n} - \delta_{q,n})\end{aligned}\quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_{ob,n+1} &= \hat{\theta}_{ob,n} - k_{\theta}(\theta_{l,n} + \hat{\theta}_{ob,n} - \bar{\theta}_{g,n}) \\ &= \hat{\theta}_{ob,n} - k_{\theta}(\theta_{l,n} + \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_{g,n} - \delta_{\theta,n})\end{aligned}\quad (3.26)$$

定理2の証明および定理4の証明と同様， $e_{q,n} = \hat{q}_{ob,n} - q_o, e_{\theta,n} = \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_o$ と定義すると，初期状態オブザーバの誤差システム (Fig. 3.6) は次式で表される．

$$\begin{aligned}e_{q,n+1} &= (I - K)e_{q,n} + K\delta_{q,n} \\ &\quad - K[T(\theta_o + e_{\theta,n}) - T(\theta_o)]q_{l,n}\end{aligned}\quad (3.27)$$

$$e_{\theta,n+1} = (1 - k_{\theta})e_{\theta,n} + k_{\theta}\delta_{\theta,n}\quad (3.28)$$

ここで，大域情報の計測誤差 ( $\delta_{q,n}, \delta_{\theta,n}$ ) を入力として考えると，誤差システムである式 (3.27) および式 (3.28) も離散時間ISSであるから，大域情報に計測誤差が存在しても推定値は真値に十分近くなる．よって，フィルタリング性能が問われるのは誤差システムの平衡点近傍のみである．ここで，式 (3.27) を線形化すると右辺第三項は高次項となり無視できる．さらに， $K = \text{diag}(k_x, k_y)$  とすると，Fig 3.6 中の  $P_1(z), P_2(z)$  は

$$P_1(z) = \begin{bmatrix} \frac{k_x}{(z+k_x-1)} & 0 \\ 0 & \frac{k_y}{(z+k_y-1)} \end{bmatrix}\quad (3.29)$$

$$P_2(z) = \frac{k_{\theta}}{(z+k_{\theta}-1)}\quad (3.30)$$

となり，独立した3つのローパスフィルタに分離できるため，デジタルフィルタ設計法を用いることでオブザーバゲイン  $k_x, k_y, k_{\theta}$  を設計できる．

## 設計手順

ここで，ある離散時間システム  $Q(z)$  に対し， $f_z[\text{Hz}]$  の信号に対するゲインが  $-g[\text{db}]$  以下にするように，双一次変換を用いたオブザーバゲインの設計手順を示

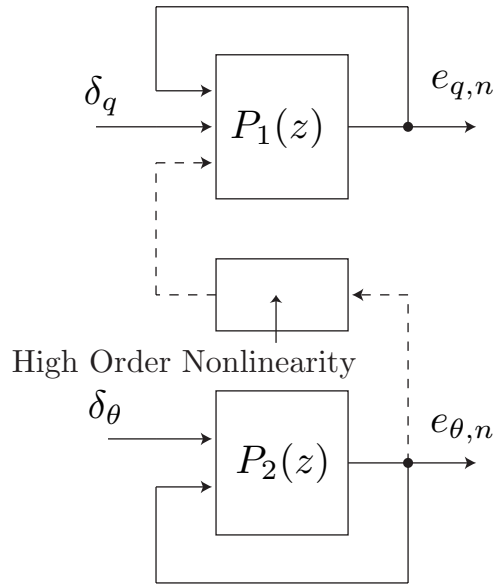


Fig. 3.6 Block diagram of error system.

す .

1. つぎに示す双一次変換

$$z = \frac{(2/T) + s}{(2/T) - s} \quad (T \text{ はサンプリング周期}) \quad (3.31)$$

を用いて , 離散時間システム  $Q(z)$  から連続時間システム  $G(s)$  への変換を行う .

2.  $f_z[\text{Hz}]$  の信号に対してゲインを  $-g[\text{db}]$  とすることより , 以下の条件を得る .

$$|G(2\pi f_z j)| \leq 10^{-g/20} \quad (3.32)$$

3. 条件 ( 3.32 ) および収束条件  $0 < k < 2$  を満たす  $k$  を選ぶ .

注意 1. 物理外乱に対する収束性を向上させるために , オブザーバゲイン  $k_x, k_y, k_\theta$  はいずれも大きいほうが望ましい .

### 3.4 提案手法の演算回数

提案手法が位置情報を補正するのに必要な乗除算の演算回数は、式 ( 3.9 ) および式 ( 3.10 ) の初期状態オブザーバの更新に 7 回、式 ( 3.3 ) および式 ( 3.4 ) の座標変換に 4 回の計 11 回である。これに対し、拡張 Kalman フィルタの乗除算の演算回数は計 126 回となる。以上より、提案手法の計算量は拡張 Kalman フィルタの計算量の 1/10 以下となるため、計算量の面で有利であるといえる。

### 3.5 まとめ

本章では、拡張 Kalman フィルタと原理が異なる、初期状態オブザーバを用いたセンサフュージョン手法の提案を行った。本手法と拡張 Kalman フィルタとを比較して優位な点を次に示す<sup>6</sup>。

実装が容易 前章で述べたように、拡張 Kalman フィルタを適用するには、デッドレコニングの入力の誤差分散行列  $V_{U,n}$  および丸め誤差による誤差分散行列  $V_{P,n}$  を求める必要があるが、明確な設計手法が存在しないため実験を繰り返し、試行錯誤的にパラメータを決定しなければならない。これに対し、提案手法は一般的なデジタルローパスフィルタの設計手法を用いることが出来るため、容易に実装することが出来る。

計算量が少ない 提案手法は拡張 Kalman フィルタに比べ、理論上、計算量を 10 分の 1 程度に抑えることができる。

---

<sup>6</sup>本文では取り上げなかったが、提案手法は拡張 Kalman フィルタでは取り扱いが難しかったマルチサンプリングレート問題にも容易に対応することが出来る。詳細は付録 A.1 を参照。

## 4. 初期状態オブザーバの性能評価

前章では初期状態オブザーバを用いたセンサフュージョン手法の提案を行った。本章では、コンピュータシミュレーションにより、初期状態オブザーバを用いたセンサフュージョン手法の性能を評価する。4.1では、物理外乱、ノイズ環境下での提案手法の有効性を検証する。続く4.2では、従来手法である拡張Kalmanフィルタを用いたセンサフュージョン手法に対して、計算量、推定精度の比較を行い、提案手法の性能を評価する。

### 4.1 初期状態オブザーバの有効性検証

本節では、コンピュータシミュレーションにより、提案手法の基本的な性質を検証する。第4.1.1項では、スターレコニングの計測値に誤差が生じていないノミナルモデルに対してシミュレーションを行い、提案手法の有効性を検証する。続く、第4.1.2項でスターレコニングの計測値にノイズを付加した条件でシミュレーションを行い、実環境に近い条件で提案手法の有効性を検証する。

#### 4.1.1 ノミナルモデルに対するシミュレーション

本シミュレーションではスターレコニングの計測値に誤差が生じないノミナルモデルに対し、提案手法により、物理外乱によって生じる誤差を補正することができることを検証する。以下にシミュレーション設定を示す。

#### シミュレーション設定

- シミュレーションは1msec周期で移動体の真値、デッドレコニングの計測値、スターレコニングの計測値を更新する。
- デッドレコニングの計測値は初期状態からの変化量の真値を常に計測できるものとする。

- スターレコニングの計測値は移動体の現在状態の真値を常に計測できるものとする。
- 初期状態オブザーバによるセンサフュージョンはシミュレーションのサンプリングレートと同じ 1msec 周期で行う。
- 移動体の真の初期位置は  $(x[m], y[m], \theta[\text{rad}]) = (0, 0, 0)$  とした。
- 物理外乱による誤差を模擬するために、時刻  $t = 0$  における初期状態の推定値を  $(\hat{x}_{ob,0}[m], \hat{y}_{ob,0}[m], \hat{\theta}_{ob,0}[\text{rad}]) = (0.3, 0.3, 0.1)$  とした。

以上の条件の下、3種類の移動パターン、角速度、2種類のオブザーバゲインを組み合わせ、計6パターンのシミュレーションを行った (Table. 4.1)。なお、3種類の移動パターンのうち、直線運動に関しては移動範囲が有界であるという初期状態オブザーバの収束条件を満たさない場合の挙動を確認するために行った。なお、補正性能の評価は、Fig. 4.1 に示すように、推定値と真値の距離の差、姿勢角の誤差、および、各誤差の  $L_2$  ノルムを用いて評価する。

Table 4.1 Simulated condition.

Simulation No	1	2	3
$(v[\text{m/sec}], \omega[\text{rad/sec}])$	(10.0,1.0)	(20.0,5.0)	(10.0,0.0)
$(k_x, k_y, k_\theta)$	(0.0007, 0.0007, 0.0007)		

Simulation No	4	5	6
$(v[\text{m/sec}], \omega[\text{rad/sec}])$	(10.0,1.0)	(20.0,5.0)	(10.0,0.0)
$(k_x, k_y, k_\theta)$	(0.01, 0.01, 0.005)		



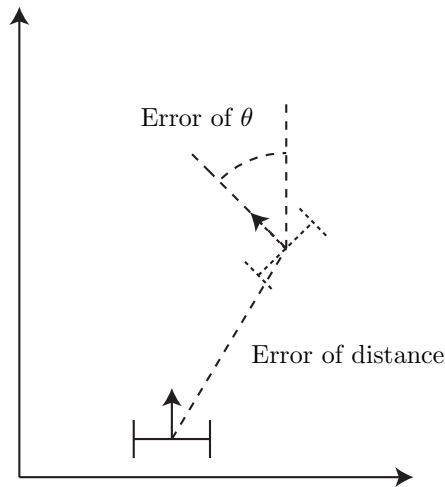


Fig. 4.1 Evaluation of proposal method.

### シミュレーション結果

Fig. 4.2 , Fig. 4.4 に推定値と真値の距離の差の時間推移を示し , Fig. 4.3 , Fig. 4.5 に姿勢角の誤差の時間推移を示す . また , Table. 4.2 に誤差の  $L_2$  ノルムを示す .

Fig. 4.2, ~ Fig. 4.5 から分かるように , いずれの条件においても , 誤差は 0 に収束していることが確認できる . このことから , ノミナルな条件の下では , 移動体の軌道によらずに物理外乱による計測誤差を補正することができることが確認できる . また , Fig.4.2 より , オブザーバゲインが低いシミュレーション 1,2,3 では , シミュレーション開始から 6 秒後までは速度の違いによって誤差の収束性および  $L_2$  ノルムに差が生じていることが確認できる . この原因として , シミュレーション開始から 6 秒後までは , 姿勢角の誤差が十分に収束していないため , 非線形項の影響が大きくなっているためと考えられる . 一方 , オブザーバゲインが高いシミュレーション 4,5,6 では , 速度の違いによる誤差の収束性  $L_2$  ノルムはほとんど変わらないことが確認できる . このことから , オブザーバゲインを高くすることで , 非線形項の影響を小さくすることができ , 安定した性能を得ることができると考えられる .

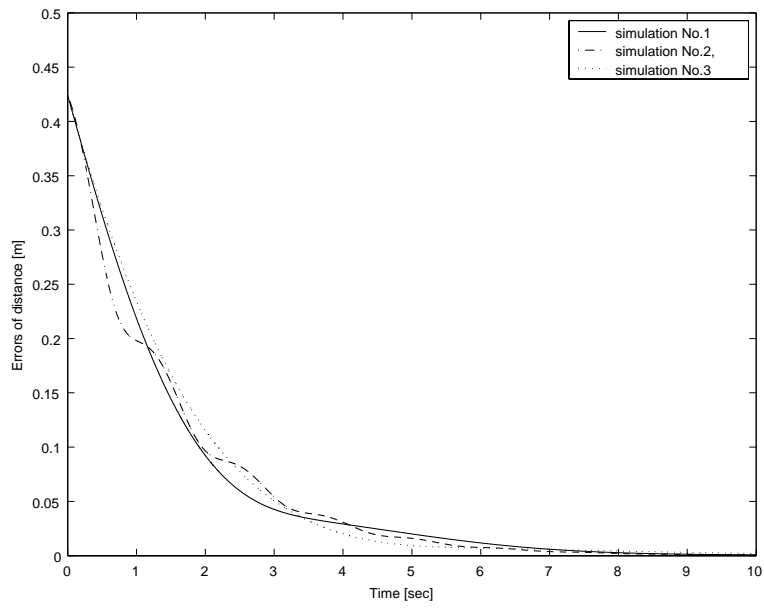


Fig. 4.2 Estimation Errors of the distance.(Simulation No.1,No.2,No.3)

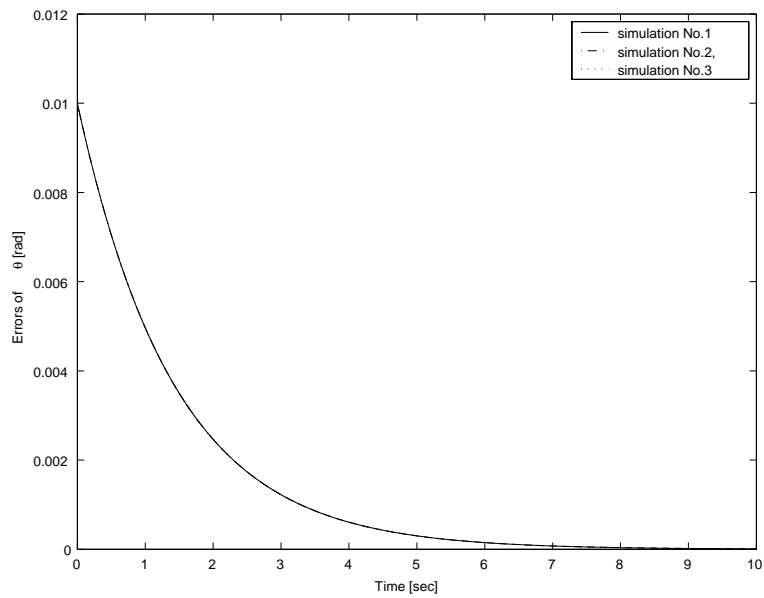


Fig. 4.3 Estimation Errors of the  $\theta$ .(Simulation No.1,No.2,No.3).

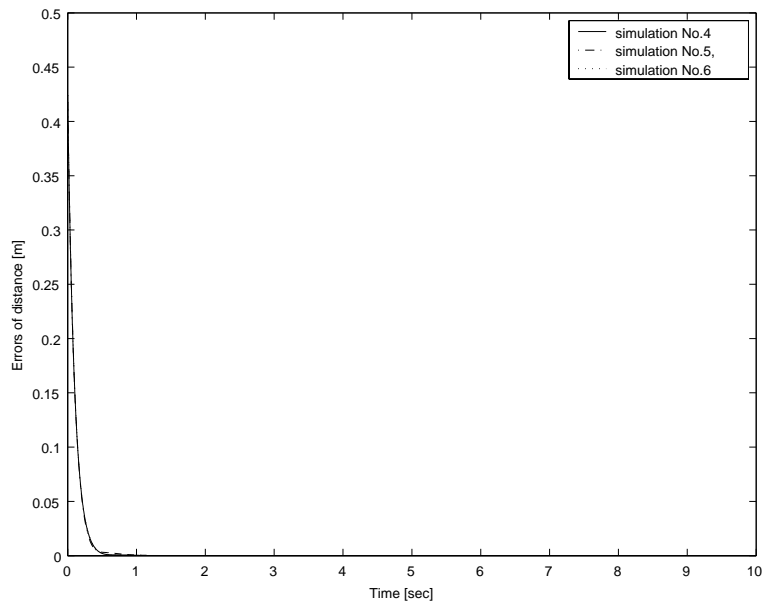


Fig. 4.4 Estimation Errors of the distance.(Simulation No.4,No.5,No.6)

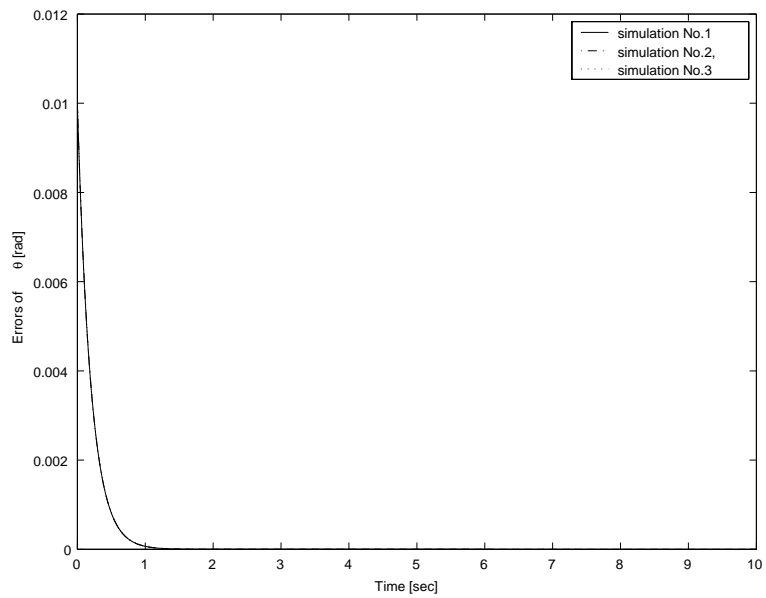


Fig. 4.5 Estimation Errors of the  $\theta$ .(Simulation No.4,No.5,No.6)

Table 4.2  $L_2$  Norm of errors

Simulation No.	1	2	3
$L_2$ Norm of the error of the distance	0.3654	0.3527	0.3817
$L_2$ Norm of the error of the $\theta$	0.0085	0.0085	0.0085
Simulation No.	4	5	6
$L_2$ Norm of the error of the distance	0.0958	0.0960	0.0958
$L_2$ Norm of the error of the $\theta$	0.0032	0.0032	0.0032

#### 4.1.2 ノイズを付加した条件でのシミュレーション

第 4.1.1 項では、ノミナルモデルに対しシミュレーションを行い、提案手法の有効性を検証した。本項ではスターレコニングの計測値にノイズを負荷した状態でシミュレーションを行い、提案手法の有効性を検証する。

以下にシミュレーション設定を示す。

##### シミュレーション条件

- シミュレーションは 1msec 周期で移動体の真値、デッドレコニングの計測値、スターレコニングの計測値を更新する。
- デッドレコニングの計測値は初期状態からの変化量の真値を常に計測できるものとする。
- スターレコニングの計測値は移動体の現在状態の真値にノイズが生じているものとし、次式のようにした。

$$\bar{x}_g = x_g + N_x(t)$$

$$\bar{y}_g = y_g + N_y(t)$$

$$\bar{\theta}_g = \theta_g + N_\theta(t)$$

ここで,  $N_x(t), N_y(t)$  は平均値 0, 分散 0.03 のホワイトノイズ,  $N_\theta(t)$  は平均値 0, 分散 0.001 のホワイトノイズとした.

- 初期状態オブザーバによるセンサフュージョンはシミュレーションのサンプリングレートと同じ 1msec 周期で行う.
- 移動体の真の初期位置は  $(x[m], y[m], \theta[\text{rad}]) = (0, 0, 0)$  とした.
- 物理外乱による誤差を模擬するために, 時刻  $t = 0$  における初期状態の推定値を  $(\hat{x}_{ob,0}[m], \hat{y}_{ob,0}[m], \hat{\theta}_{ob,0}[\text{rad}]) = (0.3, 0.3, 0.1)$  とした.

以上の条件の下, 4.1.1 項と同条件で計 6 パターンのシミュレーションを行った (Table. 4.3).

Table 4.3 Simulated condition.

Simulation No	7	8	9
$(v[\text{m/sec}], \omega[\text{rad/sec}])$	(10.0,1.0)	(20.0,5.0)	(10.0,0.0)
$(k_x, k_y, k_\theta)$	(0.0007, 0.0007, 0.0007)		

Simulation No	10	11	12
$(v[\text{m/sec}], \omega[\text{rad/sec}])$	(10.0,1.0)	(20.0,5.0)	(10.0,0.0)
$(k_x, k_y, k_\theta)$	(0.01, 0.01, 0.005)		

## シミュレーション結果

Fig. 4.6 , Fig. 4.8 , Fig. 4.10 , Fig. 4.12 , Fig. 4.14 , Fig. 4.16 に推定値と真値の距離の差の時間推移を示し , Fig. 4.7 , Fig. 4.9 , Fig. 4.11 , Fig. 4.13 , Fig. 4.15 , Fig. 4.17 に姿勢角の誤差の時間推移を示す . また , Table. 4.4 に誤差の  $L_2$  ノルムを示す . Fig. 4.6 ~ Fig. 4.9 , Fig. 4.12 ~ Fig. 4.15 より , 移動体が円運動を行っているとき , 誤差はいずれも 0 近傍に収束していることが確認できる . しかし , Fig. 4.10 , Fig. 4.11 , Fig. 4.16 , Fig. 4.17 より , 移動体が初期状態オブザーバの収束条件を満たさず , 直線運動を行う場合には , 推定誤差が発散することが確認できる . この原因として , 初期位置オブザーバ中の非線形項は初期位置からの距離に比例するため , わずかな角度の誤差によって誤差が増幅されてしまうためである . ただし , この問題は , 福田らによって提案された “格子点オブザーバ” [10] を用いることによって解決できることが示されている . 詳しくは付録 A.2 節で述べる .

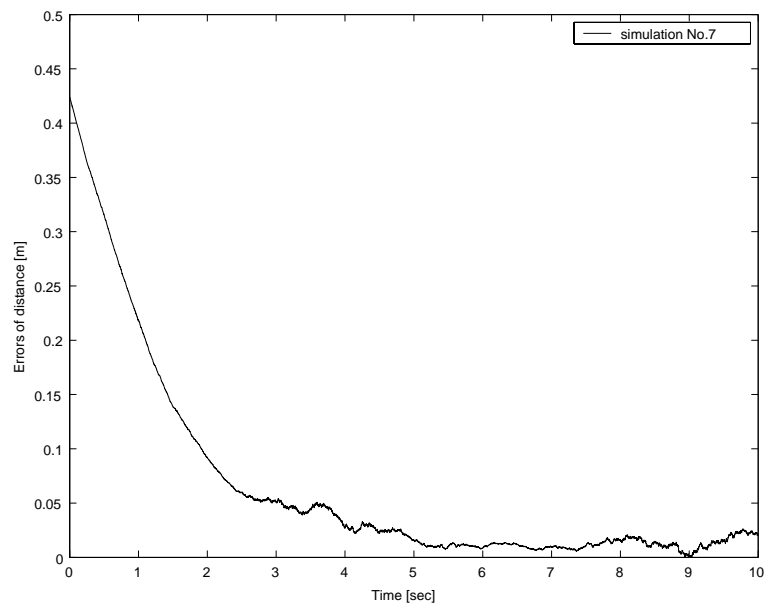


Fig. 4.6 Estimation Errors of the distance.(Simulation No.7)

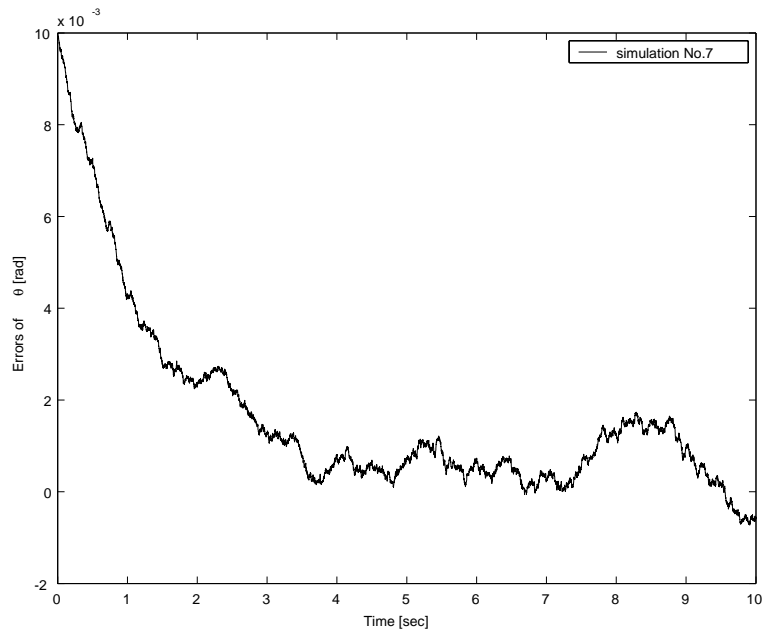


Fig. 4.7 Estimation Errors of the  $\theta$ .(Simulation No.7)

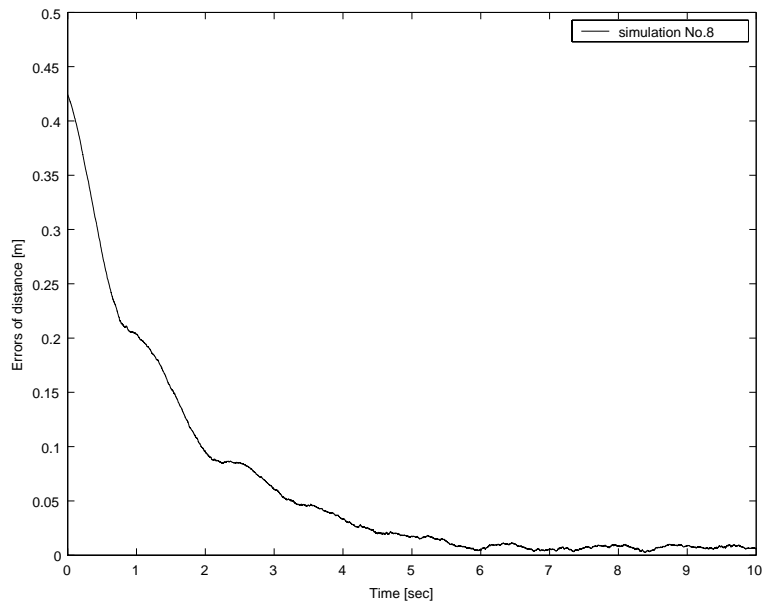


Fig. 4.8 Estimation Errors of the distance.(Simulation No.8)

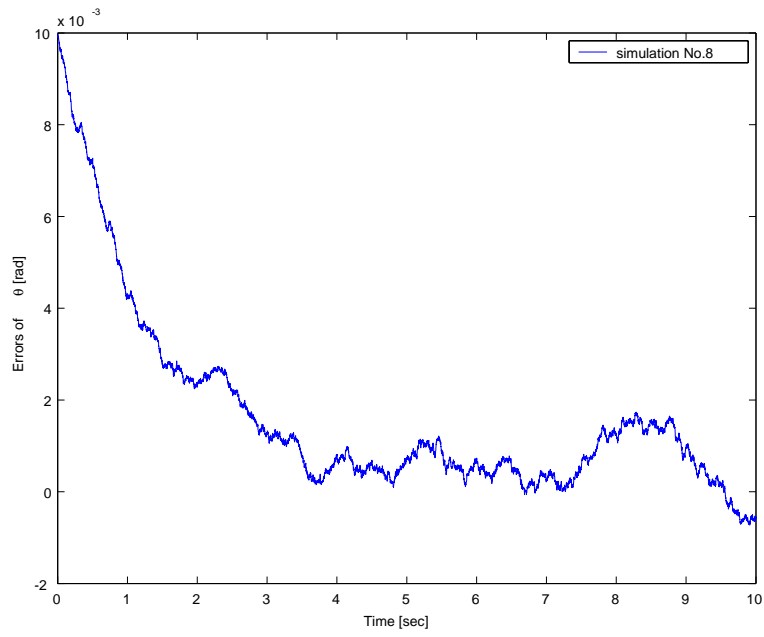


Fig. 4.9 Estimation Errors of the  $\theta$ .(Simulation No.8)

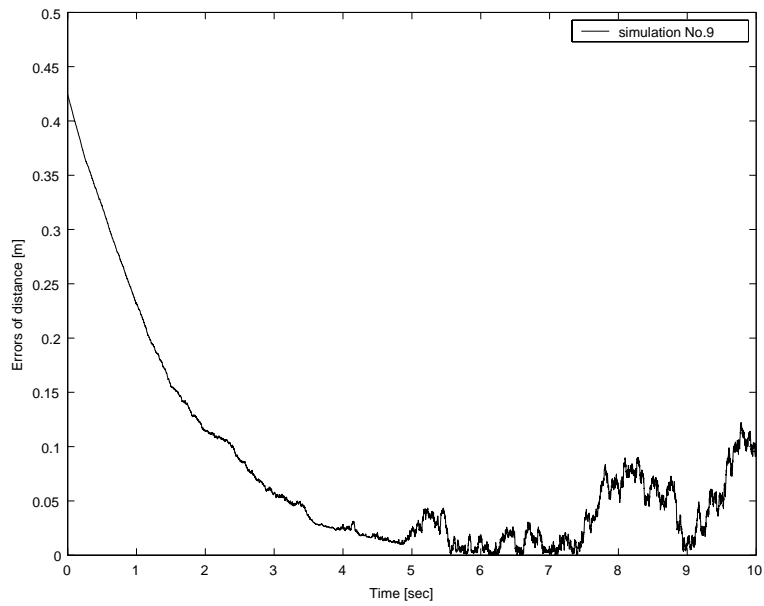


Fig. 4.10 Estimation Errors of the distance.(Simulation No.9)



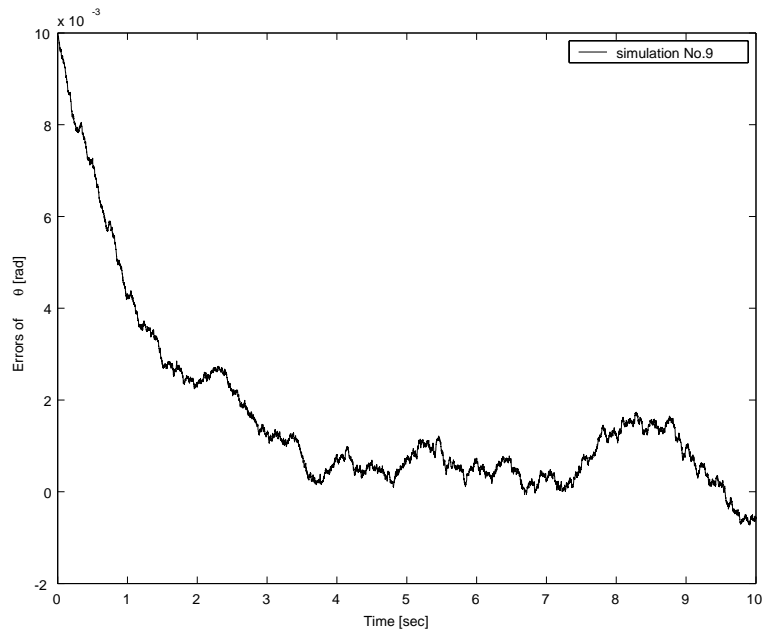


Fig. 4.11 Estimation Errors of the  $\theta$ .(Simulation No.9)

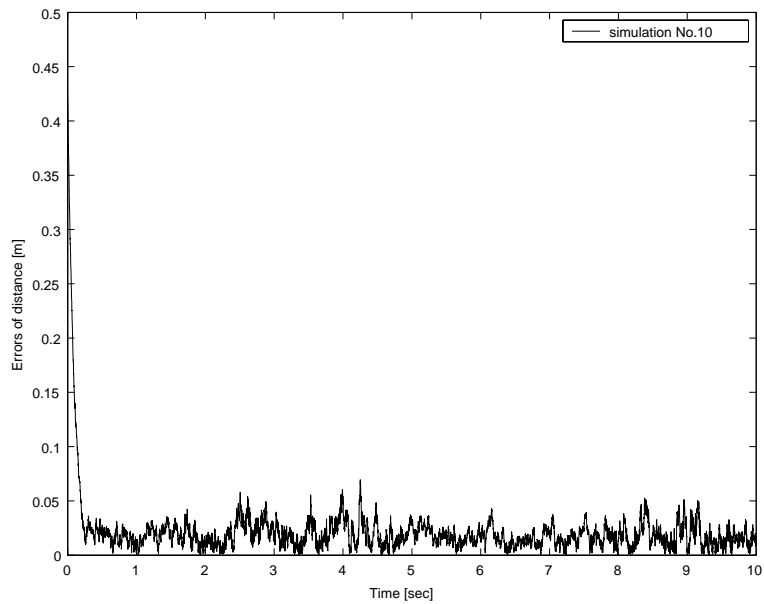


Fig. 4.12 Estimation Errors of the distance.(Simulation No.10)

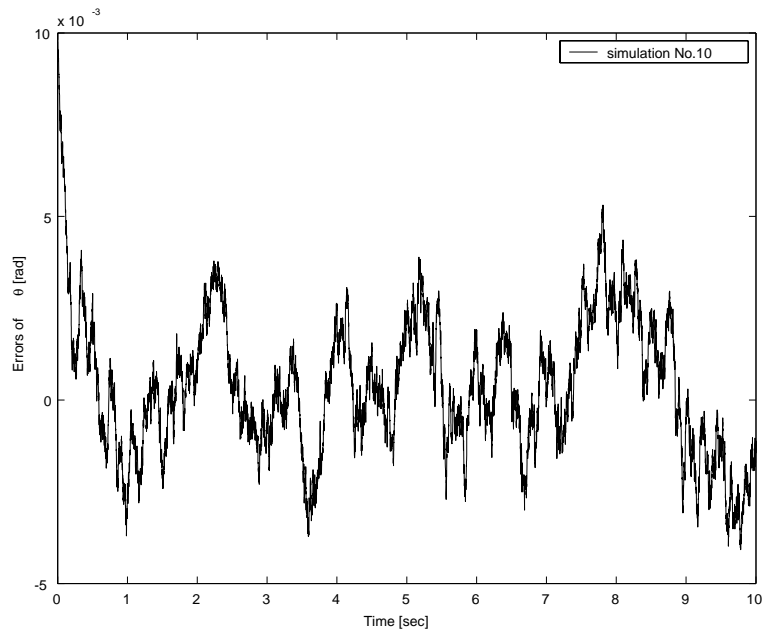


Fig. 4.13 Estimation Errors of the  $\theta$ .(Simulation No.10)

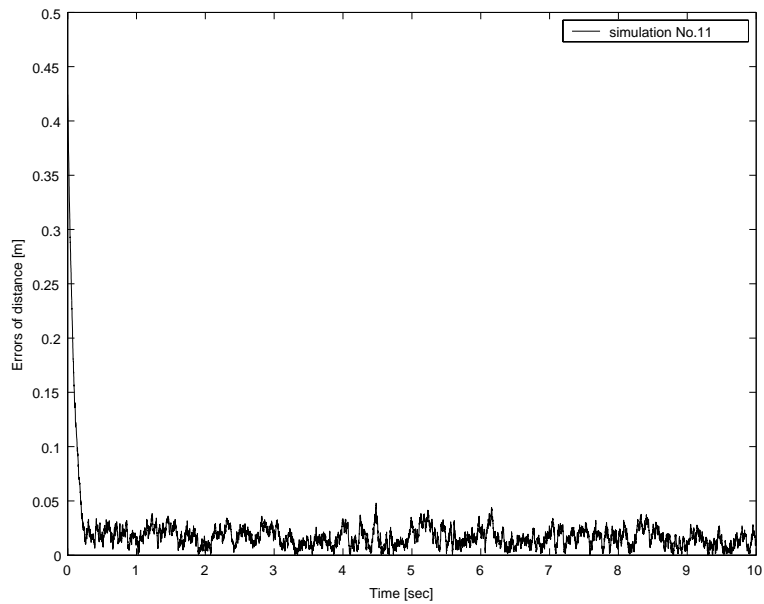


Fig. 4.14 Estimation Errors of the distance.(Simulation No.11)

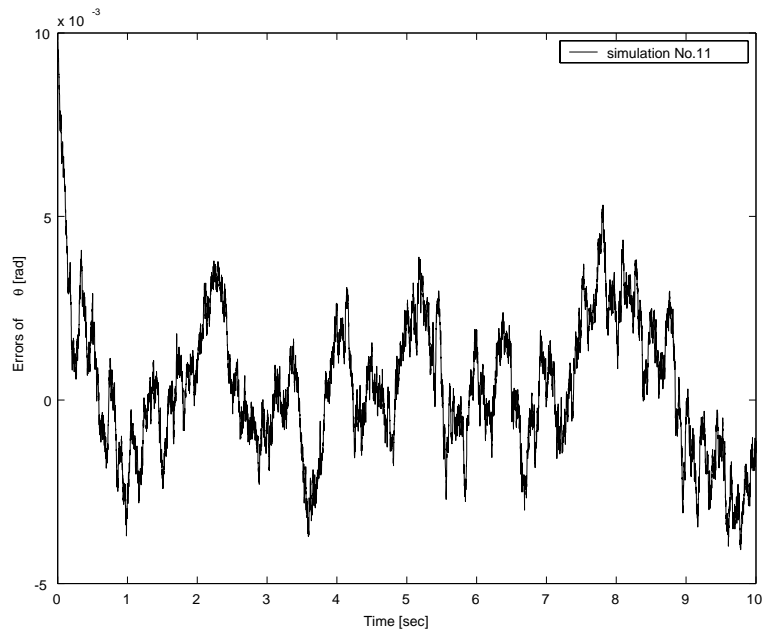


Fig. 4.15 Estimation Errors of the  $\theta$ .(Simulation No.11)

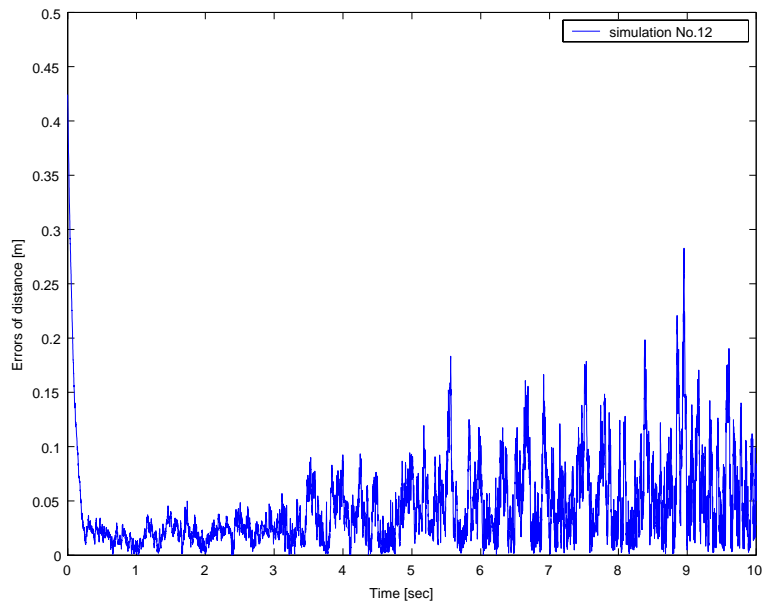


Fig. 4.16 Estimation Errors of the distance.(Simulation No.12)

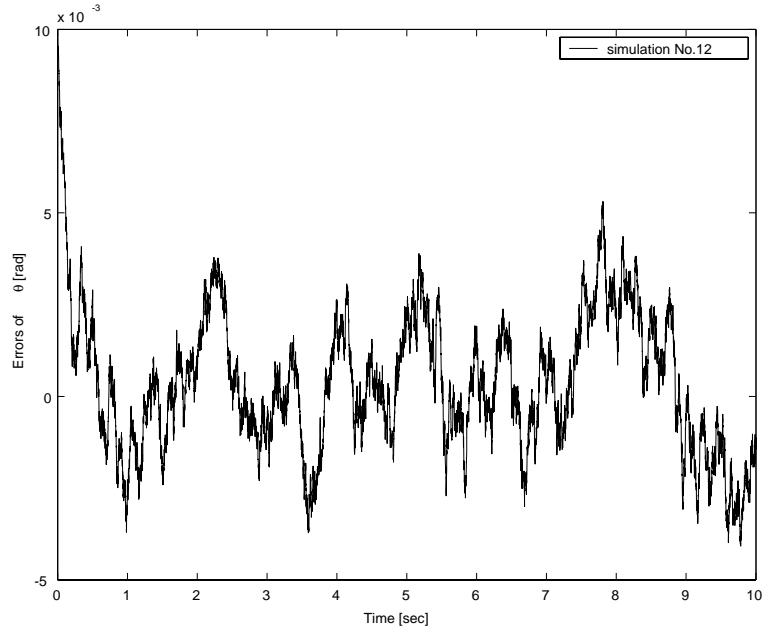


Fig. 4.17 Estimation Errors of the  $\theta$ .(Simulation No.12)

Table 4.4  $L_2$  Norm of errors

Simulation No.	7	8	9
$L_2$ Norm of the error of the distance	0.3658	0.3538	0.3959
$L_2$ Norm of the error of the $\theta$	0.0084	0.0084	0.0084

Simulation No.	10	11	12
$L_2$ Norm of the error of the distance	0.1138	0.1097	0.1946
$L_2$ Norm of the error of the $\theta$	0.0061	0.0061	0.0061

### 4.1.3 まとめ

この節では初期状態オブザーバを用いたセンサフュージョン手法に対し、ノミナルモデルに対するシミュレーション及びノイズを付加した状態でのシミュレーションを行い、提案手法の有効性を検証した。ノミナルモデルに対するシミュレーションでは移動体の軌道によらず推定誤差が0に収束することを示した。一方、ノイズ環境下に対するシミュレーションでは移動体が円運動を行う場合、推定誤差が0付近に収束することを確認できたが、移動体が初期状態オブザーバの収束条件を満たさない場合、推定誤差が収束せずに発散してしまうことを確認した。推定誤差が発散する要因として、初期位置オブザーバ中の非線形項は初期位置からの距離に比例するためわずかな角度の誤差によって誤差が増幅されてしまうためである。ただし、この問題に対して、福田らによって提案された“格子点オブザーバ”[10]を用いることによって解決できることが示されている。

## 4.2 拡張 Kalman フィルタとの性能比較

本節ではシミュレーションにより計算量、推定精度に対して提案手法と拡張 Kalman フィルタによるセンサフュージョン手法との比較実験を行い、提案手法の有効性の検証を行う。

### 4.2.1 演算量の比較

提案手法と拡張 Kalman フィルタの計算量の比較を行うために、C 言語にてセンサフュージョンプログラムを作成し、異なる CPU を用いて、推定回数 2000 回あたりの実行時間を測定した結果を Table . 4.5 に示す。

ただし、EKF/ISO は拡張 Kalman フィルタの実行時間を提案手法の実行時間で割った値を示す。Table. 4.5 から、拡張 Kalman フィルタの実行時間は提案手法の約 3~12 倍であることがわかる。なお、CPU によって結果が異なるのは CPU のアーキテクチャ依存の問題であると考えられるが、いずれの環境においても計算量の面では拡張 Kalman フィルタよりも提案手法が優れているといえる。

Table 4.5 Computational Cost

CPU	Pentium M 1.4GHz	Centrino Duo 1.5 GHz	Athron 64 X2 5600+
EKF [msec]	29.321	4.851	1.298
ISO[msec]	2.361	1.601	0.370
ISO/EKF	12.4	3.0	3.5

#### 4.2.2 推定精度の比較

ここでは、コンピュータシミュレーションにより提案手法と拡張 Kalman フィルタの推定精度の比較を行う。シミュレーション対象として、初期状態が  $(x_o, y_o, \theta_o) = (0.0[\text{m}], 0.0[\text{m}], 0.0[\text{rad}])$  の状態から並進速度が  $0.5[\text{m}/\text{sec}]$ 、回転速度が  $0.3[\text{rad}/\text{sec}]$  で運動する移動体について考える。デッドレコニングは通常のオドメトリを用いる。スターレコニングは計測周期  $0.001[\text{sec}]$  であり、計測値には真値に対し分散が  $(\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_\theta^2) = (0.03, 0.03, 0.001)$  のホワイトノイズが加わっているとした。また、物理外乱の影響を比較するため、シミュレーション開始 3 秒後にデッドレコニングの計測値に対して  $(\Delta x, \Delta y, \Delta \theta) = (0.3, 0.3, 0.01)$  のインパルスノイズを付加した。

ここで、3.3 の設計法を用いて、位置  $x, y$  に関して  $100[\text{Hz}]$  の信号を  $-35[\text{dB}]$ 、角度  $\theta$  に関して  $100[\text{Hz}]$  の信号を  $-40[\text{dB}]$  減衰させるように初期状態オブザーバを設計すると、以下のようなパラメータが得られた。

$$K = \text{diag}(0.01, 0.01), \quad k_\theta = 0.005$$

$$(\hat{x}_{ob,0}, \hat{y}_{ob,0}, \hat{\theta}_{ob,0}) = (0.000, 0.000, 0.0000)$$

なお、拡張 Kalman フィルタのパラメータは以下のように設定した。

$$\Sigma_V = \begin{pmatrix} 1.0 \times 10^{-5} & 0 \\ 0 & 1.0 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_N = \begin{pmatrix} 3.0 \times 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 3.0 \times 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 3.0 \times 10^{-8} \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_S = \begin{pmatrix} 0.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_{d,0} = O_{3 \times 3}$$

ここで， $\Sigma_{d,n}$  はデッドレコニングの誤差分散， $\Sigma_V$  は入力の誤差分散， $\Sigma_N$  は丸め誤差による誤差分散であり， $\Sigma_S$  はスターレコニングの誤差分散である．

### シミュレーション結果

Fig. 4.18 に  $x$  の推定誤差を，Fig. 4.19 に  $y$  の推定誤差を，Fig. 4.20 に  $\theta$  の推定誤差を示す．また，Table. 4.6 に各手法による推定誤差の  $L_2$  ノルムを示す．なお，Table. 4.6 の ISO/EKF は提案手法の  $L_2$  ノルムを拡張 Kalman フィルタの  $L_2$  ノルムで割った値を示す．Fig. EKF1 ~ 4.20 および Table. 4.6 より，両手法にほとんど性能の差がないことが確認できる．

Table 4.6  $L_2$  Norm of Estimated Error

	$x$	$y$	$\theta$
Extended Kalman Filter(EKF)	0.0733	0.0708	0.0065
Proposed Method(ISO)	0.0738	0.0701	0.0064
ISO/EKF	1.01	0.99	0.99

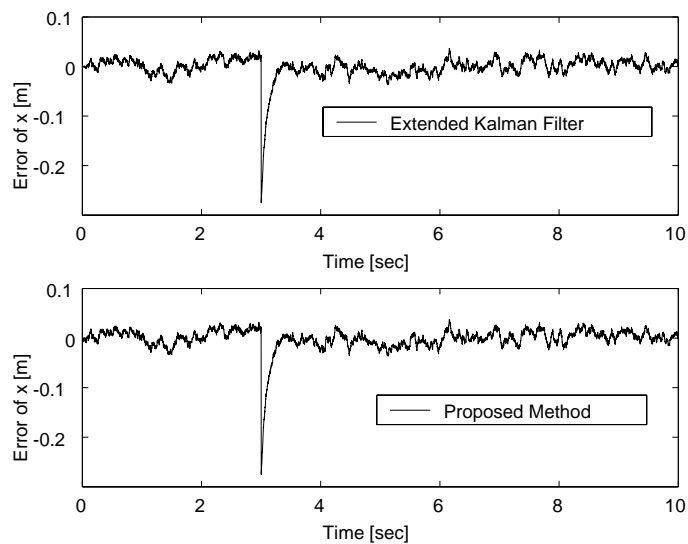


Fig. 4.18 Comparison of estimation errors of  $x$ .

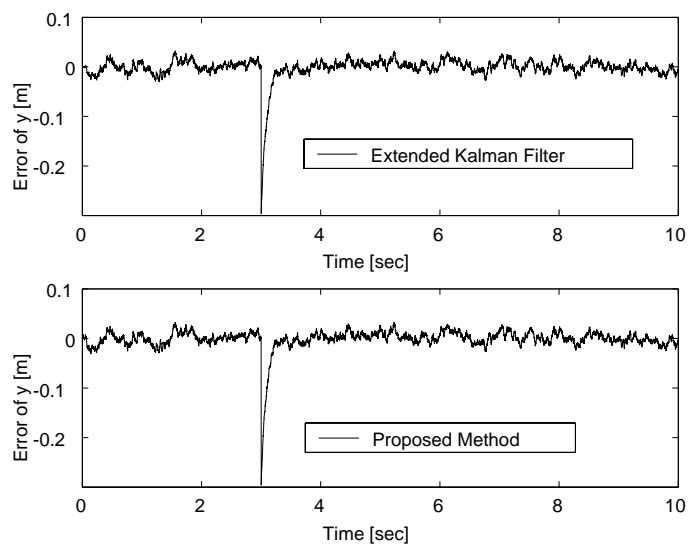


Fig. 4.19 Comparison of estimation errors of  $y$ .



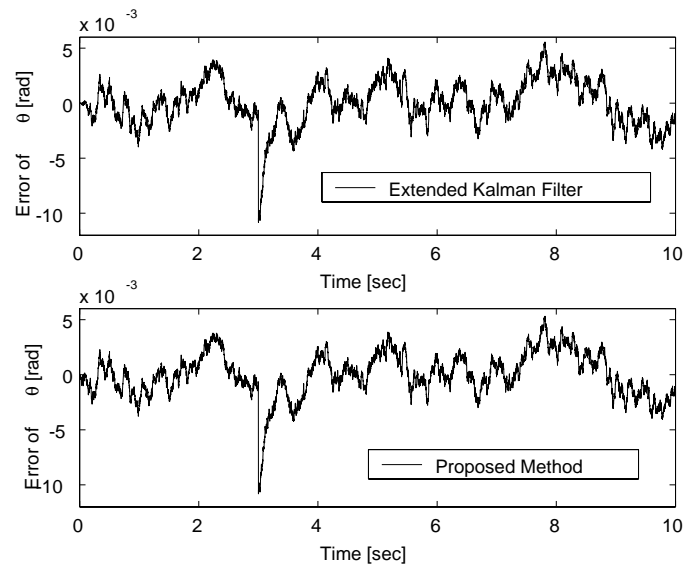


Fig. 4.20 Comparison of estimation errors of  $\theta$ .

### 4.3 まとめ

本章ではコンピュータシミュレーションにより，提案手法と拡張 Kalman フィルタとの性能比較を行った．計算量の面では，提案手法は拡張 Kalman フィルタの 4 ~ 12 倍の性能を持ち，推定精度の面では提案手法と拡張 Kalman フィルタの間には大きな差がないことを示した．

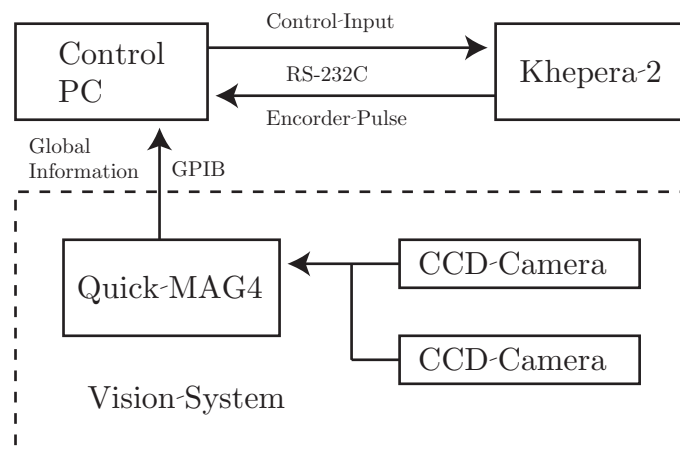


Fig. 5.1 System Configuration.

## 5. 二輪車両型ロボットの車庫入れ制御に対する適用

本章では提案手法および拡張 Kalaman フィルタを用いた自己位置推定法を実機に適用した際の性能を比較し，提案手法の有効性を検証する．

### 5.1 実験システム

実験システムのシステム構成図を Fig. 5.1 示す．

**制御対象** 本研究では，制御対象となる二輪車両型ロボットは K-Team 社の Khepera2 を使用した (Fig. 5.2)．本ロボットには各車輪には DC モータおよびロータリーエンコーダが取り付けられており，各車輪の回転速度がそれぞれ独立に計測できる．また，ロボットにはモータ制御用の PID コントローラが搭載されているため，制御入力として角車輪の移動速度 [mm/sec] を Khepera2 に与える．

**スターレコニングによる位置計測システム** 本研究では，スターレコニングによる位置計測システムとして (株) 応用計測研究所の Quick MAG4 を用いた．QuickMAG4 は本体に接続された 2 台の CCD カメラで，Khepera2 上部に取

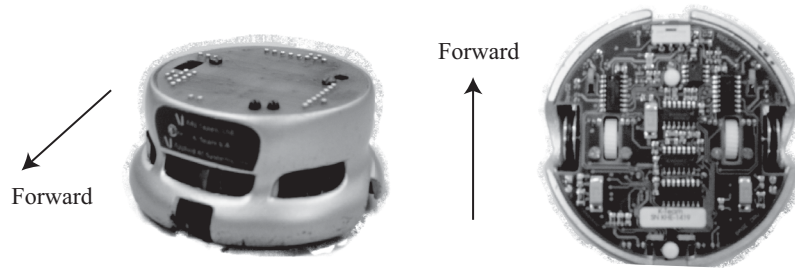


Fig. 5.2 Khepera2.

Table 5.1 Control PC Spec.

CPU	Intel Pentium 4 2.40GHz
Main Memory	1.00GB
OS	Microsoft Windows XP Sp. 2

り付けられたマーカの色情報を抽出し，事前に計測した校正情報からマーカの3次元位置情報を60[Hz]のサンプリングレートで計測する．ただし，QuickMAGはKhepera2の姿勢角を直接計測できないため，Fig. 5.3のように二点の座標を計測し，次式を用いて位置，姿勢角を計測する．

$$\bar{x}_{g,n} = \frac{\alpha_{r,n} + \alpha_{l,n}}{2} \quad (5.1)$$

$$\bar{y}_{g,n} = \frac{\beta_{r,n} + \beta_{l,n}}{2} \quad (5.2)$$

$$\bar{\theta}_{g,n} = \tan^{-1} \left( \frac{\beta_{r,n} - \beta_{l,n}}{\alpha_{r,n} - \alpha_{l,n}} \right) \quad (5.3)$$

$$(5.4)$$

制御用PC 制御用PCの基本スペックをTable. 5.1に示す．

本PCでは各機器の通信インターフェイスとしてRS-232CおよびGPIBが搭載されている．RS-232CはKhepera2と通信を行い，GPIBはQuickMAG

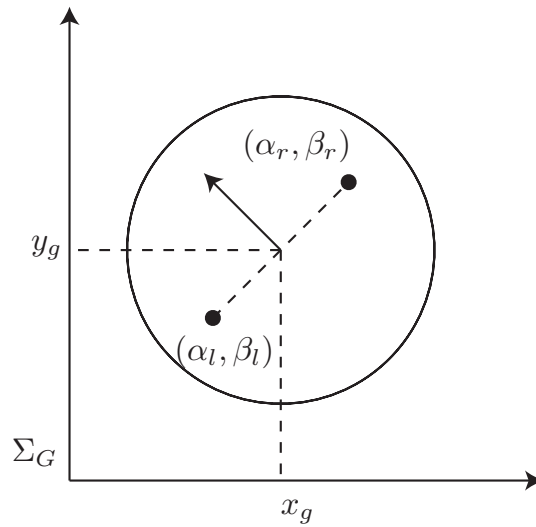


Fig. 5.3 Angle calculation.

4 と通信を行う。本システムの制御ソフトウェアは制御ソフトウェア、センサフュージョンソフトウェアの2つに分けられる。制御ソフトウェアではRS-232C 経由で Khepera2 の車輪に搭載されているエンコーダの情報を読み取り、デッドレコニングにより現在位置を推定する。そして、推定された位置から「同次有限時間整定制御則」を用いてRS-232C 経由でロボットに制御入力を与える。本研究で使ったソフトウェアでは約100[Hz]でロボットの制御を行うことができる。一方、センサフュージョンソフトウェアでは、GPIB 経由で Quick MAG4 と通信を行い、60[Hz]の周期でスターレコニングによりロボットの現在位置を計測してセンサフュージョン手法によりデッドレコニングに生じた誤差を補正する。

Table 5.2 に実験で使ったときの Quick MAG4 の誤差平均および誤差分散を示す。

	$x$ [cm]	$y$ [cm]	$\theta$ [rad]
Average Error	-0.1716	0.015433	0.017922
Error Variance	0.00133	0.000201	0.000986

## 5.2 実験方法

実験は初期状態  $(x_o, y_o, \theta_o) = (5.0[\text{cm}], -10.0[\text{cm}], 0.00[\text{rad}])$  の状態から，目標状態  $(x_r, y_r, \theta_r) = (0.0[\text{cm}], 0.0[\text{cm}], 0.00[\text{rad}])$  へ「同次有限時間整定制御則」を用いて 16 秒間制御を行う．本実験における各種パラメータは以下のとおり設定した．

拡張 Kalman フィルタパラメータ設定

$$\Sigma_V = \begin{pmatrix} 3.0 \times 10^{-8} & 0 \\ 0 & 3.0 \times 10^{-8} \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_N = \begin{pmatrix} 3.0 \times 10^{-7} & 0 & 0 \\ 0 & 3.0 \times 10^{-7} & 0 \\ 0 & 0 & 3.0 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_S = \begin{pmatrix} 0.1078 & 0 & 0 \\ 0 & 0.004906 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000196 \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_{d,0} = O_{3 \times 3}$$

初期状態オブザーバ

オブザーバゲイン

$$K = \text{diag}(0.005, 0.005), \quad k_\theta = 0.001$$

ここで、拡張 Kalman フィルタのパラメータは実験を繰り返すことにより妥当な値を求め、初期状態オブザーバのオブザーバゲインは位置  $x, y$  に関して 10[Hz] の信号を  $-45$ [dB]、角度  $\theta$  に関して 10[Hz] の信号を  $-55$ [dB] 減衰させるように設計した。

### 5.3 実験結果

Fig. 5.4, Fig. 5.5, Fig. 5.6 にそれぞれ提案手法と拡張 Kalman フィルタを用いて制御を行った時の実験結果を示す。また、Table. 5.3 に実験終了時の状態の実測値と提案手法、拡張 Kalman フィルタを用いた推定値を示す。Fig. 5.4, Fig. 5.5, Fig. 5.6 より、提案手法を用いて制御を行った場合にも拡張 Kalman フィルタと同様に目標値近傍に収束していることが確認でき、実用性においても問題ないと考えられる。また、Table 5.3 より、推定精度の面においては拡張 Kalman フィルタよりも少しよい結果が得られている。また、両手法に対して、各パラメータを変更せずに後日再実験を行った際の実験結果を Fig. 5.7 ~ Fig. 5.9 に示す。Fig. 5.7 ~ Fig. 5.9 より、提案手法はすべての状態に対して目標値近傍に収束したが、拡張 Kalman フィルタは  $y$  に関して目標値に収束せず別の位置に収束している様子が確認できる。なお、この現象は実験を数回繰り返しても毎回が発生することが確認できている。この現象の発生原因は不明だが、以前の実験とこの現象が発生した実験ではビジョンシステムの誤差特性が変化しており、この影響がモデル化誤差となって制御性能を悪化させたのではないかと推測される。この結果により提案手法は拡張 Kalman フィルタに比べ、周囲環境に対するロバスト性が高いと考えられる。

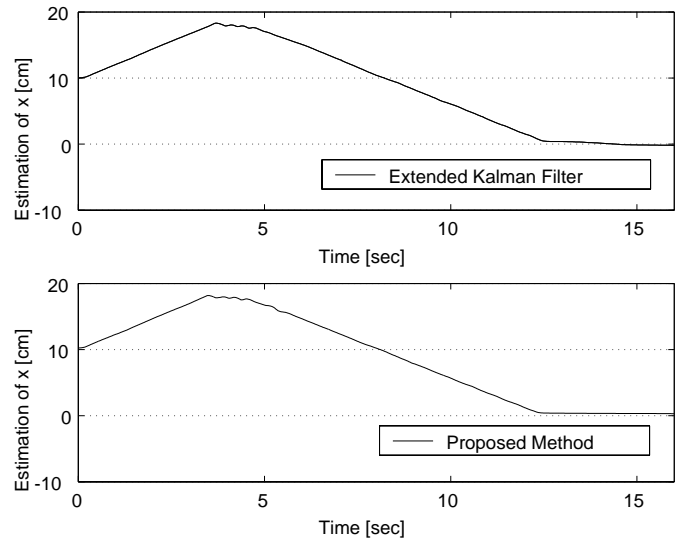


Fig. 5.4 Comparison of estimation of  $x$ .

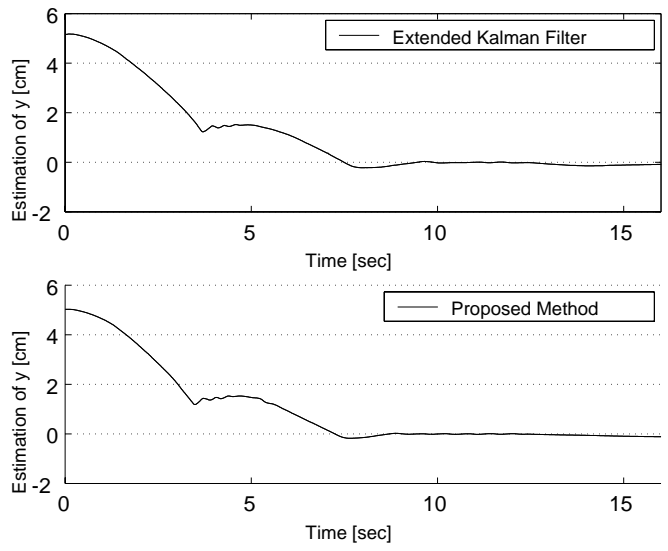


Fig. 5.5 Comparison of estimation of  $y$ .

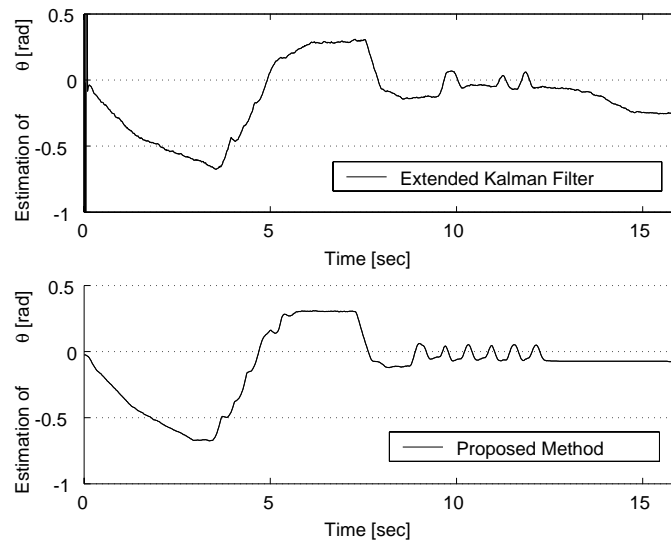


Fig. 5.6 Comparison of estimation of  $\theta$ .

Table 5.3 Measurement and Estimation at the End

	EKF			ISO		
	Measurement	Estimation	Difference	Measurement	Estimation	Difference
$x$ [cm]	-0.33	-0.18	-0.15	0.21	0.30	-0.09
$y$ [cm]	-0.39	-0.08	-0.31	-0.39	-0.11	-0.28
$\theta$ [rad]	-0.1845	-0.2482	-0.0848	-0.0192	-0.0807	-0.0041



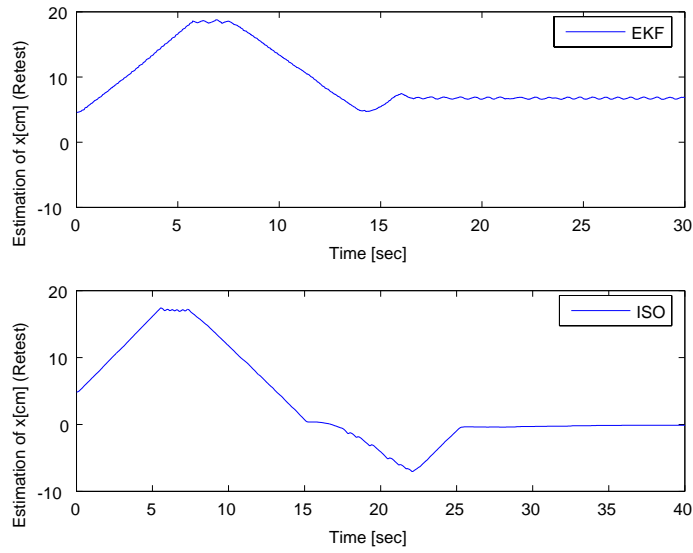


Fig. 5.7 Comparison of estimation of  $x$  (Retest).

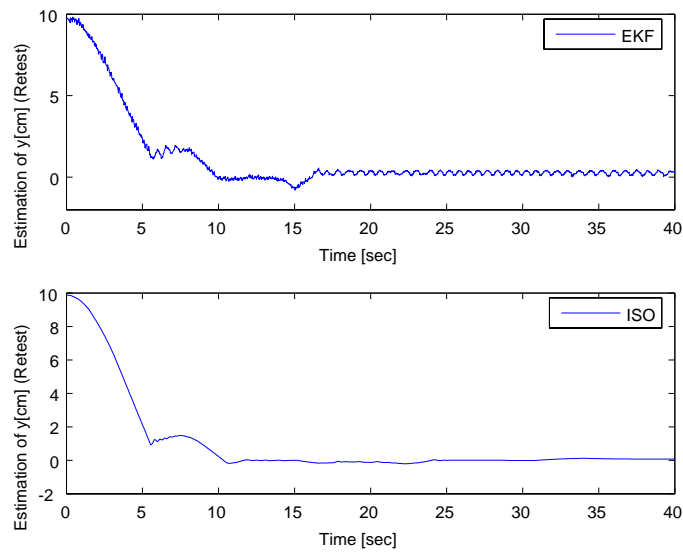


Fig. 5.8 Comparison of estimation of  $y$  (Retest).

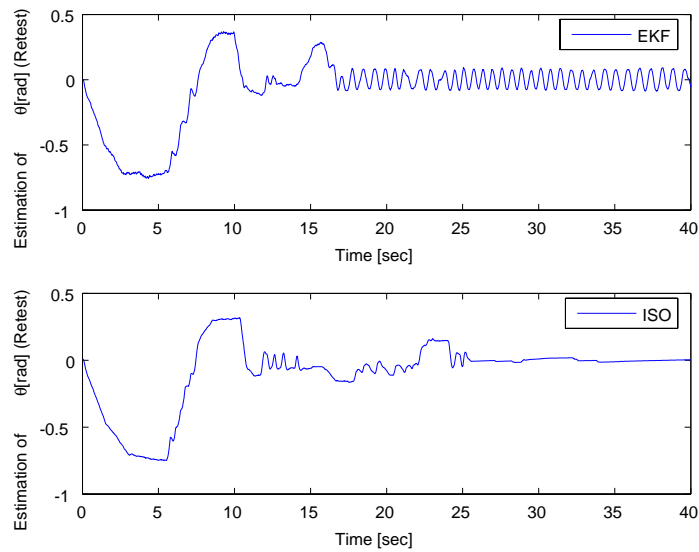


Fig. 5.9 Comparison of estimation of  $\theta$  (Retest).

## 5.4 まとめ

本章では実機を用いた車庫入れ制御問題に対し、拡張オドメトリと提案手法によるセンサフュージョン手法およびオドメトリと拡張 Kalman フィルタによるセンサフュージョン手法を実装し、各手法の性能を比較した。実験の結果、提案手法は推定精度の面で拡張 Kalman フィルタよりも若干優れている結果が得られた。また、後日再実験を行った結果、拡張 Kalman フィルタを用いた手法ではロボットを正しく制御できなかったが、提案手法は問題なく制御を行うことが出来た。この結果より提案手法は拡張 Kalman フィルタに比べてロバストな手法であることが確認できた。

## 6. 結言

本論文で実用性を考慮した自己位置推定手法を確立するという目的に対し，初期状態オブザーバを用いたセンサフュージョン手法の提案を行った．以下に各章で得られた結果，今後の課題について述べる．

### 6.1 本研究の成果

成果1． 実用の観点からの拡張 Kalman フィルタの動特性の解析を行い，問題点について指摘した（第2章）

拡張 Kalman フィルタの問題点として，拡張 Kalman フィルタの特性を最大限に発揮させるには実験を繰り返して試行錯誤的にパラメータを求める必要があり，周囲環境の変化や横滑りなど，モデル化出来ない誤差が多い環境下においては拡張 Kalman フィルタの枠組みを適用することは妥当でないことを示した．

成果2． 拡張 Kalman フィルタと推定原理の異なる新たなセンサフュージョン手法を開発した．(第3章)

提案手法では移動体の現在位置を取得するための座標系”大域座標系”と移動体の初期状態により決まる”局所座標系”を定義し，初期状態オブザーバと名付けた局所座標系と大域座標系の位置関係を推定するオブザーバを用いてセンサフュージョンを行う．提案手法はデジタルローパスフィルタの一種となるため，本手法の設計は既存のデジタルフィルタ設計法を用いることが可能である．このため，拡張 Kalman フィルタに比べて実装が容易である．さらに，本手法は拡張 Kalman フィルタに比べて推定原理が簡単であるため，計算量の面において優れていることを示した．また，付録 A.1 節に記述したように，提案手法を応用することにより，拡張 Kalman フィルタでは取り扱いの難しいマルチサンプリングレート問題に対しても容易に適応することができる，

成果3． コンピュータシミュレーションを用いて，初期状態オブザーバと拡張 Kalman フィルタとの性能評価を行い，初期状態オブザーバの有効性を検証した．(第4章)

コンピュータシミュレーションを用いて提案手法，拡張 Kalman フィルタとの推定精度の比較を行い，両手法には推定精度の面でほとんど差がないことを示した．さらに，両手法間の計算量の比較を行い，提案手法は拡張 Kalman フィルタに比べて  $1/4 \sim 1/12$  になることを示した．

成果4． 二輪車両型ロボットの車庫入れ制御に対して，初期状態オブザーバと拡張 Kalman フィルタとの性能評価を行い，実機における初期状態オブザーバの有効性を検証した．(第5章)

二輪車両型ロボットの車庫入れ制御に対し，提案手法と拡張 Kalman フィルタを用いて自己位置推定を行い，その制御性能についての評価を行った．実験結果として，コンピュータシミュレーションと同様，実機においても両手法の間に推定精度の差がないことを検証した．さらに，再実験においては提案手法の方が拡張 Kalman フィルタよりも周囲環境に対してロバスト性が高いと考えられる実験結果を得ることができた．

## 6.2 今後の課題

起伏のある路面上を移動する場合への本手法の適用検討

本論文では，移動体が平面上を移動するものと仮定して，理論の構築および実験を行った．しかしながら，実環境において，このような環境は稀であるため，今後の研究では起伏のある路面上においても適用で出来るように理論を改良する必要がある．

## 大きな移動体に対する本手法の有効性検証

本論文の実機実験では、小型のロボットを用いて検証を行ったため、横滑りの影響やエンコーダの量子化誤差が比較的小さかったと考えられる。一般的な乗用車のような大きな移動体と推定精度が大きく異なる可能性がある。今後、実車を用いて本手法の有効性の検証を行う必要がある。

## 実機における、ロボット移動中の推定誤差の推移の調査

本論文で行った実機実験において、実験システムの規模から、ロボット移動中における推定誤差の推移を観測することが困難であった。今後、実験システムの改良を行い、移動中の推定誤差の推移を詳しく調査する必要がある。

## 謝辞

本研究は中村文一助教の御指導のもと行ったものであります。本研究を進めるあたり、数多くの議論、論文執筆、学会発表の準備にお付き合いいただきました。また、本論文をまとめるにあたり、西谷紘一教授、杉本謙二教授、野田賢准教授、小阪洋明助教には適切な助言を戴きました。特に西谷紘一教授にはご多忙の中、適切なお指導、ご援助をいただきました。大学院進学前に同教授にお会いすることがなければ、このような成果を得ることが出来なかったと確信しております。また、システム制御・管理講座のメンバーには大変お世話になりました。また、博士後期課程進学にあたり、会社の上司、同僚には多くのサポートをいただきました。

会社での業務と研究を両立することは大変厳しいものでありましたが、上述の皆様をはじめ、数多くの方のご協力があったからこそ無事に研究を終えることができたと確信しています。この場を借りて深い感謝の意を表します。

## 参考文献

- [1] 金谷 他, ビークル, コロナ社, 2003 .
- [2] H. Chung, L. Ojeda, J. Borenstei, Sensor fusion for mobile robot dead reckoning with a precision-calibrated fiber optic gyroscope, *Proceeding of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and & Automation*, pp. 3588-3593, 2001.
- [3] K. Ohno, T. Tsubouchi, B. Shigematsu, S. Maeyama, S. Yuta, Outdoor navigation of a mobile robot between buildings based on DGPS and odometry data fusion, *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 1978-1984 , 2003.
- [4] 青野, 藤井, 初本, GPS と内界センサを用いた起伏地における移動機の位置計測, 計測自動制御学会論文集, 35 巻, 8 号, pp. 1004-1011, 1999 .
- [5] 渋谷, 梅田, 全方位画像の輝度値の平均・標準偏差による移動ロボットの自己位置同定, 第 10 回ロボティクスシンポジウム予稿集, pp. 177-183, 2005 .
- [6] 前山, 大矢, 油田, “移動ロボットのための遡及的現在位置推定法-処理時間を要する外界センサデータの利用-”, 日本ロボット学会誌 , vol. 15, No.7, pp. 1075-1081, 1997.
- [7] 関森, 宮崎, “複数の光学マウスセンサを用いた移動ロボットのデッドレコニング”, 計測自動制御学会論文集 , Vol. 41, No. 10, pp. 775-782, 2005
- [8] 加地, 中村, 山下, 西谷, 同次有限時間整定制御則を用いた二輪車両型ロボットの車庫入れ制御, 第 4 回計測自動制御学会制御部門大会資料, pp. 555-560, 2004 .
- [9] 中村, 山下, 西谷, チェインドシステムに対する同次有限時間整定制御則, 計測自動制御学会論文集 , vol. 39, No. 4, pp. 717-725, 2003.
- [10] 福田 寛之, 中村 文一, 樋口 宗明, 西谷 紘一, “格子点オブザーバを用いた移動体の自己位置推定法”, 第 25 回日本ロボット学会学術講演会, 2007.

- [11] J.A.Mendez,L.Acosta,S.Torres,J.Toledo,E.Gonzalez , REjection of Drift Disturbances in Robot Navigation,*Proc. of European Control Confarence*, pp. 2224-2229, 2007.
- [12] K.Kim,C.G.Park,M.J.Yu,Adaptive Kalman Filter for the Navigation System with Virtual Velocity Measurement,*Proc. of European Control Confarence*, pp. 2207-2212, 2007.
- [13] A.Gasparri,S.Panzieri,F.Pascucci,G. ulivi, A Hybrid Active GLobal Localization Algorithm for Mobile Robots.*Proc. of 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3148-3153, 2007.
- [14] A. Isidori, *Nonlinear Control System II*, Springer, 1999.
- [15] D. S. Laila, D. Nešić, Changing supply rates for input-output state stable discrete-time nonlinear systems with applications, *Automatica*, vol. 39, pp. 821-835, 2003.
- [16] Z. Ping. Y. Wang, “Input-to-state stability for discrete-time nonlinear systems”, *Proc. 14th IFAC World Congress*, Vol E, pp. 277-282, 1999.
- [17] 美多, 非線形制御入門-劣駆動機械系の体系- , コロナ社 , 2000 .



## 付録

### A. 初期状態オブザーバの拡張

ここでは、本手法の応用例として、本論文で取り上げなかった、マルチサンプリングレート問題に対する初期状態オブザーバ、格子点オブザーバについて述べる。

#### A.1 マルチサンプリングレート問題に対する初期状態オブザーバ

本文で示した初期状態オブザーバ (3.9), (3.10) は同時刻での局所情報および大域情報の計測値が必要である。しかし、スターレコニングの計測周期は現在位置の認識処理時間が長いため、デッドレコニングに比べて長いのが一般的である。文献 [6] では、スターレコニングの計測処理時間がデッドレコニングの計測周期の整数倍であるという条件をのもつて、マルチサンプリングレート問題を考慮した手法が提案されている。初期状態オブザーバを用いた自己位置推定法では、スターレコニングの計測処理時間がデッドレコニングの計測周期の整数倍であるという条件のもとでは特別な計算を行うことなくマルチサンプリングレート問題を考慮することができる。しかしながら、サンプリング周期は時変である場合も多いため、一般的にスターレコニングの計測処理時間がデッドレコニングの計測周期の整数倍であるという条件を満たすことは困難である。この問題に対し、ここではスターレコニングの計測周期がデッドレコニングの計測周期の整数倍をでない場合における、計測周期を考慮した初期状態オブザーバを提案する。今、 $n$  サンプル時におけるスターレコニングによる計測値をそれぞれ  $\bar{q}_{g,n}, \bar{\theta}_{g,n}$  とし、そのときの計測時刻を  $t_{g,n}$  とする。一方、 $m$  サンプル時におけるデッドレコニングによる計測値をそれぞれ  $\bar{q}_{l,m}, \bar{\theta}_{l,m}$  とし、そのときの計測時刻を  $t_{l,m}$  とする。

今、オブザーバの更新はスターレコニングと同期させているとすると、何らかの方法で時刻  $t_{g,n}$  における局所情報を推定し、つぎのオブザーバ

$$\hat{q}_{ob,n+1} = \hat{q}_{ob,n} - K [\hat{q}_{ob,n} + T(\hat{\theta}_{ob,n})\tilde{q}_{l,n} + \bar{q}_{g,n}] \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{\theta}_{ob,n} = \hat{\theta}_{ob,n} - k_{\theta}(\hat{\theta}_{ob,n} + \tilde{\theta}_{l,n} - \bar{\theta}_{g,n}) \quad (\text{A.2})$$

を用いることによって計測周期の違いを考慮することができる (Fig. A.1) . なお ,  $\tilde{q}_{l,n}$  は時刻  $t_{g,n}$ ,  $\tilde{\theta}_{l,n}$  における局所情報の推定値とする .

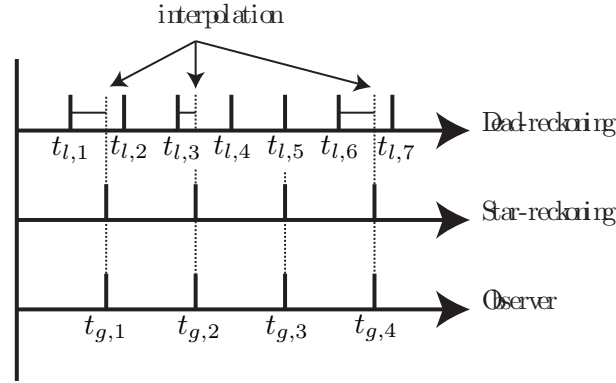


Fig. A.1 Time chart of the system with different sampling rates .

#### 並進速度 , 回転速度が既知の場合

時刻  $t_{l,m}$  において並進速度  $v_m$  と回転速度  $\omega_m$  が既知であり , 時刻  $t_{l,m}$  から時刻  $t_{g,n}$  の間で並進速度および回転速度が変化しないと仮定すると , 時刻  $t_{g,n}$  における局所情報はオドメトリと同じ手法で補間できる .

$$\tilde{x}_{l,n} = x_{l,m} + (t_{g,n} - t_{l,m})v_m \cos(\theta_{l,m}) \quad (\text{A.3})$$

$$\tilde{y}_{l,n} = y_{l,m} + (t_{g,n} - t_{l,m})v_m \sin(\theta_{l,m}) \quad (\text{A.4})$$

$$\tilde{\theta}_{l,n} = \theta_{l,m} + (t_{g,n} - t_{l,m})\omega_m \quad (\text{A.5})$$

#### 並進速度 , 回転速度が未知の場合

時刻  $t_{l,m}$  における並進速度 , 回転速度が未知の場合 , 拡張オドメトリ [8] を用いて局所情報の補間を行う . 拡張オドメトリは移動体の運動を直線運動と円運動の組み合わせであると仮定しているため , 直線運動を行う場合 ( $\theta_{l,m-1} = \theta_{l,m}$ ) と

円運動を行う場合 ( $\theta_{l,m-1} \neq \theta_{l,m}$ ) の場合に分けて補間を行う。

$\theta_{l,m-1} = \theta_{l,m}$  の場合

$$\begin{aligned}\tilde{x}_{l,n} &= \frac{(t_{l,m} - t_{g,n})\bar{x}_{l,m-1} + (t_{g,n} - t_{l,m-1})\bar{x}_{l,m}}{t_{l,m} - t_{l,m-1}} \\ \tilde{y}_{l,n} &= \frac{(t_{l,m} - t_{g,n})\bar{y}_{l,m-1} + (t_{g,n} - t_{l,m-1})\bar{y}_{l,m}}{t_{l,m} - t_{l,m-1}} \\ \tilde{\theta}_{l,n} &= \bar{\theta}_{l,m}\end{aligned}\tag{A.6}$$

(A.6) は各情報から外分点，内分点を用いて推定している (Fig. A.2)。

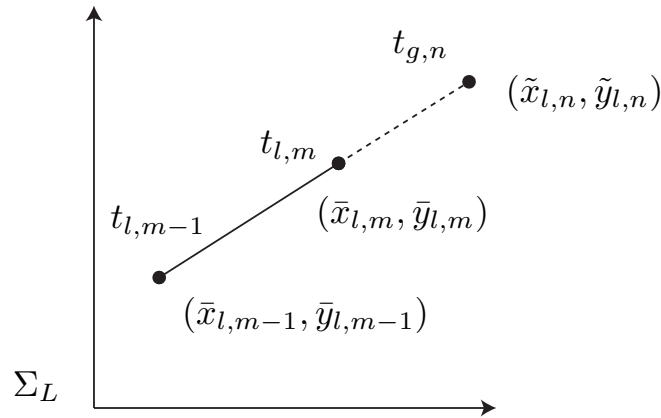


Fig. A.2 Interpolation under straight-line motion.

$\theta_{l,m-1} \neq \theta_{l,m}$  の場合

時刻  $t_{l,m-1}$  から時刻  $t_{g,n}$  間で移動体の並進速度，回転速度が変化しないと仮定すると，時刻  $t_{g,n}$  における移動体の姿勢角は次式で表される。

$$\tilde{\theta}_{l,n} = \frac{(t_{l,m} - t_{g,n})\bar{\theta}_{l,m-1} + (t_{g,n} - t_{l,m-1})\bar{\theta}_{l,m}}{t_{l,m} - t_{l,m-1}}\tag{A.7}$$

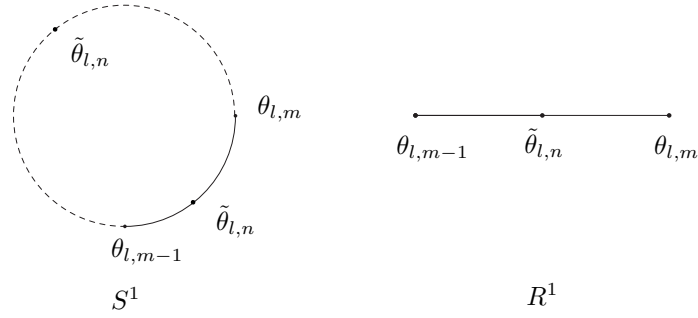


Fig. A.3 Interpolation points.

ただし,  $\theta_l$  は  $S^1$  上ではなく  $\mathbb{R}^1$  上で考える必要がある.  $\theta_l$  を  $S^1$  へ正規化すると, Fig. A.3 に示すように 2 種類の補間点が存在してしまうためである.

つぎに位置の補間について考える. Fig. A.4 において時刻  $t_{l,m-1}$  での移動体の位置を  $A$ , 時刻  $t_{l,m}$  での移動体の位置を  $B$ , 時刻  $t_{g,n}$  での移動体の位置を  $C$  とし, 円運動の中心点を  $O$ , 回転半径を  $r_n$  とする. さらに  $\angle AOB$  を  $\alpha$ ,  $\angle AOC$  を  $\beta$  とする. このとき,  $\alpha, \beta$  に対して次の等式が成り立つ.

$$\alpha = \bar{\theta}_{l,m} - \bar{\theta}_{l,m-1}, \quad \beta = \bar{\theta}_{l,n} - \bar{\theta}_{l,m-1}$$

このとき  $r_n$  は余弦定理を用いることによって求められる<sup>7</sup>.

$$r_n = \sqrt{\frac{(\bar{x}_{l,m} - \bar{x}_{l,m-1})^2 + (\bar{y}_{l,m} - \bar{y}_{l,m-1})^2}{2(1 - \cos \alpha)}}$$

この  $r_n$  を用いて拡張オドメトリ (A.8), (A.9) より時刻  $t_{g,n}$  における局所情報を推定する.

$$\tilde{x}_{l,n} = r_n \sin \beta \cos \bar{\theta}_{l,m-1} - r_n (1 - \cos \beta) \sin \bar{\theta}_{l,m-1} + \bar{x}_{l,m-1} \quad (\text{A.8})$$

$$\tilde{y}_{l,n} = r_n \sin \beta \sin \bar{\theta}_{l,m-1} + r_n (1 - \cos \beta) \cos \bar{\theta}_{l,m-1} + \bar{y}_{l,m-1} \quad (\text{A.9})$$

<sup>7</sup> $\cos \alpha = 1$  の場合, 移動体は並進運動していることになるので考えなくてよい.

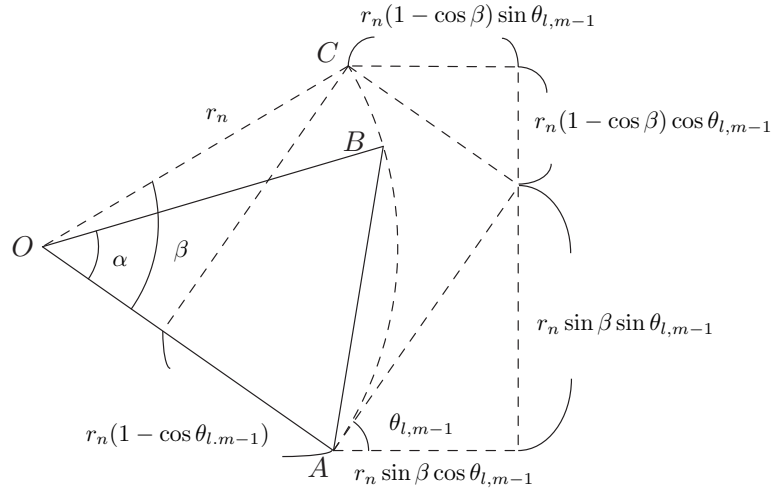


Fig. A.4 Interpolation under circular motion.

## A.2 格子点オブザーバを用いた移動体の自己位置推定

### A.2.1 提案手法概要

4.1.2 で示したように、初期状態オブザーバを用いた自己位置推定法では  $q_{l,n}$  に比例して推定誤差が大きくなるという問題があった。この問題を解決するアイデアとして、Fig. A.5 で示すように局所座標系を一定間隔で格子状に区切り、 $q_{l,n}$  にもっとも近い格子点（以下、基準格子点と定義する） $q_{grp,n}$  と  $q_{l,n}$  差を用いて、つぎの座標変換式

$$\begin{cases} \tilde{q}_{g,n} = T(\theta_{ob,n})(q_{l,n} - q_{grp,n}) \\ \tilde{\theta}_{g,n} = \hat{\theta}_{ob,n} + \theta_{l,n} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

を用いることにより、上記の問題を解決できると考えられる。このアイデアを理論的にまとめたものが福田らによって提案された格子点オブザーバを用いた自己位置推定法 [10] である。本節ではその理論および有効性の検証を行う。

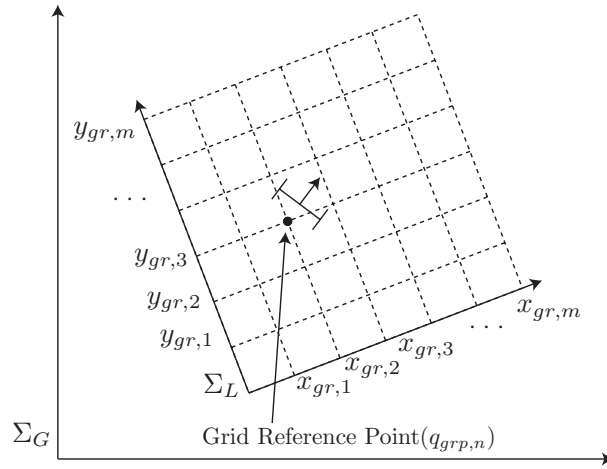


Fig. A.5 Definition of Grid point on the local coordinate.

### A.2.2 格子点オブザーバを用いた移動体の自己位置推定

格子点オブザーバを用いた自己位置推定法では，格子点位置や初期姿勢角を推定する格子点オブザーバ

$$\begin{cases} \hat{q}_{ob,n+1} = \hat{q}_{ob,n} - K (T(\hat{\theta}_{ob,n})(q_{l,n} - q_{grp,n}) + \hat{q}_{ob,n} - q_{g,n}) \\ \hat{\theta}_{ob,n+1} = \hat{\theta}_{ob,n} - k_{\theta} (\theta_{l,n} + \hat{\theta}_{ob,n} - \theta_{g,n}) \end{cases} \quad (A.11)$$

および基準格子点に変更された場合に格子点オブザーバの推定値を更新する格子点変更則<sup>8</sup>

$$\hat{q}_{ob,n_{new}} = \hat{q}_{ob,n} + T(\hat{\theta}_{ob,n})(q_{grp,n_{new}} - q_{grp,n}) \quad (A.12)$$

および座標変換式

$$\begin{cases} \tilde{q}_{g,n} = T(\theta_{ob,n})(q_{l,n} - q_{grp,n}) \\ \tilde{\theta}_{g,n} = \hat{\theta}_{ob,n} + \theta_{l,n} \end{cases} \quad (A.13)$$

の3つから構成される．なお，基準格子点  $q_{grp,n}$  はデッドレコニングから得られる局所情報から最も近い格子点を基準格子点  $q_{gr,m}$  として用いる．なお，基準格子点は時々刻々と変化していくが，基準格子点の変更は，大域座標の推定値に影響を与えないことが福田らによって証明されている [10] ．

<sup>8</sup> $q_{grp,n_{new}}$  は更新後の格子基準点であり， $q_{grp,n}$  は更新前の格子基準点である．

### A.2.3 コンピュータシミュレーションによる格子点オブザーバの有効性検証

本節では、格子点オブザーバを用いることによって、初期状態オブザーバの問題点が解決できることをコンピュータシミュレーションにより検証する。検証方法として、初期状態オブザーバの欠点を確認された4.1.2のシミュレーション条件で初期状態オブザーバと格子点オブザーバの比較を行った結果をFig. A.6, Fig. A.7に示す<sup>9</sup>。Fig. A.6より、格子点オブザーバの推定誤差は0近傍に収束していることが確認できる。これにより、格子点オブザーバを用いることによって初期状態オブザーバの問題点が改善されていることが確認できた。

---

<sup>9</sup>GPO:Grid Point Observer,ISO:Initial State Observer

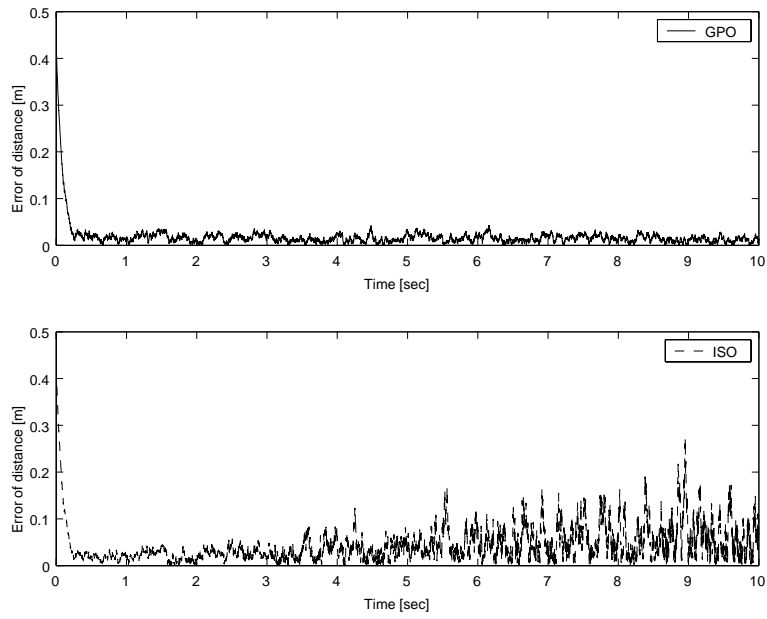


Fig. A.6 Comparison between GPO and ISO (error of distance)

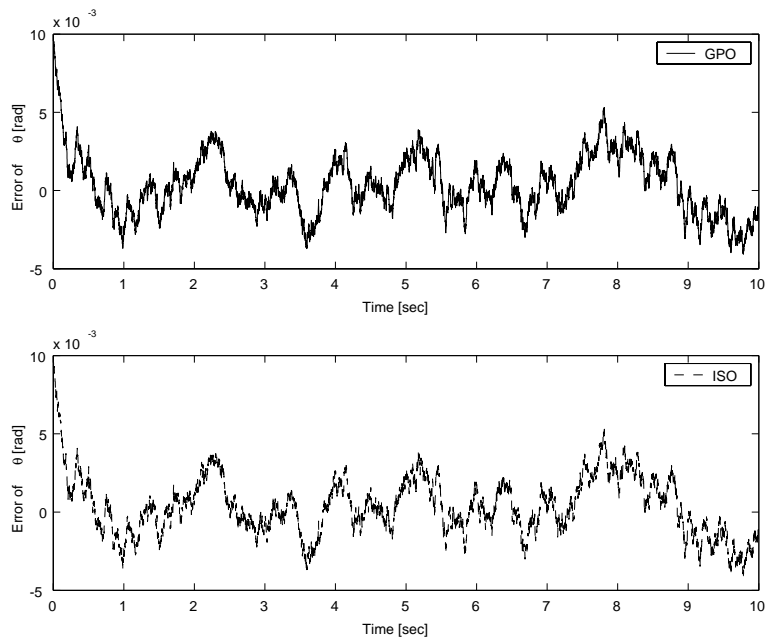


Fig. A.7 Comparison between GPO and ISO (error of  $\theta$ )



## B. 同次有限時間整定制御則を用いた車庫入れ制御

### B.1 同次有限時間整定制御則

チェインドシステム<sup>10</sup>

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= v_1 \\ \dot{z}_2 &= v_2 \\ \dot{z}_3 &= z_2 v_1 \\ \dot{z}_4 &= z_3 v_1 \\ &\vdots \\ \dot{z}_n &= z_{n-1} v_1\end{aligned}\tag{B.1}$$

に対する同次有限時間整定制御則の基本的なアイデアは、システム (B.1) において部分状態  $(z_2, \dots, z_n)$  を有限時間で整定させ、 $v_1$  はそれと同時にあるいは部分状態が整定した後に安定化する。これにより、部分状態が有限時間で整定するまで  $v_1$  を 0 にすることなく全状態を安定化させることができる。

まず、制御則の概要を示す。 $v_1$  は  $\text{sgn } z_1$  または  $-\text{sgn } z_1$  の値をとる。このため、 $z_1$  が 0 に収束するまで少なくとも  $|z_1|$  の時間がかかる。そこで、部分状態  $z_2, \dots, z_n$  が時間  $|z_1|$  以内に有限時間整定するときには  $v_1 = -\text{sgn } z_1$ 、それ以外の時には  $v_1 = \text{sgn } z_1$  とする。これにより、全状態が原点に収束する。つまり、 $v_1 = \text{sgn } z_1$  となる領域を *Area A*、 $v_1 = -\text{sgn } z_1$  となる領域を *Area B* と定義し、各領域において制御を切り替える。

ここで、 $\text{sgn}$  関数の定義を示す。

$$\text{sgn } z = \begin{cases} -1 & (z < 0) \\ 1 & (z \geq 0) \end{cases}\tag{B.2}$$

このように定義することで  $z_1 = 0$  で入力  $v_1$  が 0 になることを防いでいる。

具体的には、まずシステム (B.1) に対し入力  $v_1$  として

$$v_1 = \text{sgn}[T_s(z_1, \dots, z_n) - |z_1|] \text{sgn } z_1\tag{B.3}$$

<sup>10</sup> $z_1, \dots, z_n \in R^1$  は状態、 $v_1, v_2$  は入力

を考える．ただし，関数  $T_s : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  は切り替え時間関数 [9] である．

次に，各領域における制御目標は，部分状態  $(z_2, \dots, z_n)$  を，*Area A* においては有界に保ち，*Area B* においては有限時間で整定させることである．そこで，各領域におけるそれぞれの制御目標を統一に取り扱うために，新しい変数  $\xi$  を

$$\begin{aligned}\xi_1 &= z_1 \\ \xi_i &= z_i [\text{sgn } v_1]^{n-i} \quad (2 \leq i \leq n-1) \\ \xi_n &= z_n \\ w &= [\text{sgn } v_1]^{n-2} v_2\end{aligned}\tag{B.4}$$

のように選ぶと次式のように統一して表現することができる．

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \text{sgn}[T_s(\xi) - |\xi_1|] \text{sgn } \xi_1 \\ \dot{\xi}_2 &= w \\ \dot{\xi}_3 &= \xi_2 \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_n &= \xi_{n-1}\end{aligned}\tag{B.5}$$

ここで， $w$  として利用する同時有限時間整定制御器は  $\xi$  に対して連続であるため，常に収束時間保証関数 [9]  $T_g(\xi)$  が存在し， $v_1$  が切り替わる瞬間および  $z = 0$  を除いて常に

$$\dot{T}_g \leq -1$$

が成立する．ところが， $v_1$  の切り替え点において  $\xi$  の状態にジャンプが生じるため，一般に  $T_g$  は不連続になり， $T_g$  がそのまま切り替え時間関数となるわけではない．しかし，常に *Area B* における  $T_g$

$$T_s = T_g(z_1, z_2 [-\text{sgn } z_1]^{n-2}, \dots, z_i [-\text{sgn } z_1]^{n-i}, \dots, z_n)$$

を考えた場合， $T_g$  は切り替えし時間関数となる．また，領域の移動，すなわち入力の切り替えは最大 1 回しか存在しないことが保証されている．したがって， $w$  を  $(\xi_2, \dots, \xi_n)$  が有限時間で整定するように構成すれば，*Area A*, *Area B* における

各目標を達成することができ、2つの領域における問題を1つにまとめることができる。

結局、まとめると3状態のチェインドシステムに対する入力を  $v_1 = \zeta_1(z)$ 、 $v_2 = \zeta_2(z)$  とおくと、 $\zeta_1(z)$ 、 $\zeta_2(z)$  はそれぞれ

$$\begin{aligned}\zeta_1(z) &= \operatorname{sgn}[T_s(z_1, z_2, z_3) - |z_1|] \operatorname{sgn} z_1 \\ \zeta_2(z) &= \operatorname{sgn} \zeta_1(-k_1 |\xi_3|^{2q-1} \operatorname{sgn} \xi_3 - k_2 |\xi_2|^{\frac{2q-1}{q}} \operatorname{sgn} \xi_2)\end{aligned}$$

と表現できる。ただし、 $1/2 < q < 1$ 、 $k_1, k_2 > 0$  である。

## B.2 収束速度の設計

B.1 節で提案した制御器 (B.3) は原点において不連続なものであるため、原点においてチャタリングが生じる。そこで、同次性をもとにこの問題を解決しつつ収束速度の設計を行う。ただし、以下では有限時間で整定しない指数安定を単に指数安定と呼び、有限時間整定と区別して考える。

一般に、対称アファイン系に対しては、入力に正定関数を掛けても安定性を損なわないので、同次システムに対して、以下の定理が成り立つ。

定理 5. システム (B.1) に対し、 $v_1, v_2$  を代入したシステムが  $\Delta_\varepsilon^{-k, r_2, \dots, r_n}$  に対して  $k$  ( $k < 0$ ) 次の同次であるとする。このとき、新たな入力として

$$v_1 = \zeta'_1(z), \quad v_2 = \zeta'_2(z)$$

を選ぶ。ただし、 $\zeta'_1(z)$ 、 $\zeta'_2(z)$  は

$$\begin{aligned}\zeta'_1(z) &= \|z\|_{\{r, p\}}^h \zeta_1(z) \\ \zeta'_2(z) &= \|z\|_{\{r, p\}}^h \zeta_2(z)\end{aligned} \tag{B.6}$$

と表され

(1)  $0 \leq h < -k$  のとき

システムは有限時間で整定する。

(2)  $h = -k$  のとき

システムは指数安定になる。

ここで、同次ノルムとして以下のものを採用する．

$$\|z\|_{\{r,p\}} = \left( |z_1|^{r_1} + \dots + |z_n|^{r_n} \right)^{\frac{1}{p}}$$

ただし、 $p > \max\{r_i, i = 1, \dots, n\}$ 、 $r_i$  : 拡大係数．

### B.3 Khepera2 に対する同次有限時間整定制御側の実装

横滑りが起きないと仮定し、各車輪の角速度  $\omega_l, \omega_r$  を入力としたときの PWS の運動モデルは

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R \cos \theta}{2} & \frac{R \cos \theta}{2} \\ \frac{R \sin \theta}{2} & \frac{R \sin \theta}{2} \\ \frac{R}{T} & \frac{R}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_l \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

で表現できる．ただし、 $R$  は車輪の半径、 $T$  は車輪の間隔である．

いま、式 (B.8) に対して入力変換

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R \cos \theta}{2} & \frac{R \cos \theta}{2} \\ \frac{R}{T \cos^2 \theta} & -\frac{R}{T \cos^2 \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_l \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

を施してできたシステム

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \tan \theta & 0 \\ 0 & \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

に対し、座標変換

$$z = \Phi(q) = \begin{bmatrix} x \\ \tan \theta \\ y \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

を行うことによってチェインドシステムに変換できる．実際、

$$\frac{\partial \Phi}{\partial q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec^2 \theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

より,

$$\dot{z} = \frac{\partial \Phi}{\partial q} \dot{q} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_1 \tan \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ z_2 v_1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

となる<sup>11</sup>.

システム (B.11) に対して B.1, B.2 章で述べた方法で制御器の設計を行うと, 入力

$$\begin{aligned} v_1 &= \|z\|_{\{r,p\}}^{1-q} \operatorname{sgn}[T_s(z_1, z_2, z_3) - |z_1|] \operatorname{sgn} z_1 \\ v_2 &= \|z\|_{\{r,p\}}^{1-q} [-k_1 |z_3|^{2q-1} \operatorname{sgn} z_3 \operatorname{sgn} v_1 - k_2 |z_2|^{\frac{2q-1}{q}} \operatorname{sgn} z_2] \end{aligned}$$

となる. ただし, 切り替え時間関数  $T_s$  は

$$T_s = c \left[ \frac{k_1}{q} |z_3|^{2q} + b z_3 |z_2|^{\frac{2q-1}{q}} \operatorname{sgn}(-z_2 \operatorname{sgn} z_1) + |z_2|^2 \right]^{\frac{1-q}{2q}}$$

であり,  $k_1, k_2, q, c$  は

$$\begin{aligned} k_1, k_2 &> 0 \\ \frac{1}{2} &< q < 1 \\ c &: \text{正の実数} \end{aligned}$$

を満たし,  $b$  は以下の両条件を満たすものとする.

$$\begin{aligned} b &< \left[ \left( \frac{k_2^{2q}}{k_1} \right)^{\frac{1}{2q-1}} \left( \frac{1}{2q} \right)^{\frac{2q}{2q-1}} \frac{(2q-1)^2}{q} + 1 \right]^{-1} 2k_2 \\ b &< \left( \frac{2q}{2q-1} \right)^{\frac{2q-1}{2q}} (2k_1)^{\frac{1}{2q}} \end{aligned}$$

## B.4 制御器のパラメータチューニング

次に, 入力の各パラメータ値を計算機上でのシミュレーションを用いた試行錯誤により調整した. その際, 振動解となるように  $k_1, k_2$  を選んだ. この結果を Table B.1 に示す.

<sup>11</sup>ただし,  $\theta = \pi/2$  のとき,  $\sec^2 \theta$  が計算できないため,  $\theta = \pi/2$  において特異点を持つ

Table B.1 Parameter values of inputs

$k_1$	$k_2$	$q$	$c$	$b$
1	1	11/20	10	1

Table B.1 より，制御器は

$$\begin{aligned} v_1 &= \|z\|_{\{r,2\}}^{\frac{9}{20}} \operatorname{sgn}[T_s(z_1, z_2, z_3) - |z_1|] \operatorname{sgn} z_1 \\ v_2 &= \|z\|_{\{r,2\}}^{\frac{9}{20}} [-k_1 |z_3|^{\frac{1}{10}} \operatorname{sgn} z_3 \operatorname{sgn} v_1 - k_2 |z_2|^{\frac{2}{11}} \operatorname{sgn} z_2] \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

となる．ただし，切り替え時間関数  $T_s$  は

$$T_s = 10 \left[ \frac{20}{11} |z_3|^{\frac{11}{10}} + z_3 |z_2|^{\frac{2}{11}} \operatorname{sgn}(-z_2 \operatorname{sgn} z_1) + |z_2|^2 \right]^{\frac{9}{22}}$$

であり，サンプリングの最小分解能  $T_s = 2.0$  以下を 0 と仮定した．

また，同次ノルム  $\|z\|_{\{r,2\}}^{\frac{9}{20}}$  は，横滑りにより非ホロノミック拘束を満たさなくなることを防ぐために場合分けを行った．

(1)  $\|z\|_{\{r,2\}}^{\frac{9}{20}} < 0.5$  のとき

$$\|z\|_{r,2}^{\frac{9}{20}} = \left( |z_1|^{\frac{40}{9}} + |z_2|^{\frac{40}{11}} + |z_3|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

(2)  $\|z\|_{\{r,2\}}^{\frac{9}{20}} \geq 0.5$  のとき

$$\|z\|_{r,2}^{\frac{9}{20}} = 0.5$$

## C. 研究業績

### 査読付学術論文

1. 樋口 宗明, 中村 文一, 西谷 紘一, “初期状態オブザーバを用いた移動体の自己位置推定”, 計測自動制御学会論文集. Vol. 43, No. 6, 506-513, 2007.
2. 福田 寛之, 中村 文一, 樋口 宗明, 西谷 紘一, “格子点オブザーバを用いた移動体の自己位置推定”, 計測自動制御学会論文集 (条件付き採録).

### 全文査読付国際会議

1. M. Higuchi, H. Nakamura, H. Nishitani, “Global State Estimation by an Initial State Observer: Theory and Experiments for a Two-Wheeled Mobile Robot”, *Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Niagara Falls, 1947-1952, 2005.
2. Hiroyuki Fukuda, Hisakazu Nakamura, Muneaki Higuchi, Hirokazu Nishitani, “Global state estimation by grid point observer”, 2007 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2007), Sanya, to appear.

### 要旨査読付国際会議

1. M. Higuchi, H. Nakamura, H. Nishitani, “Initial State Observer Design for Self-localization of Mobile Robots”, *SICE Annual Conference 2007*, Takamatsu, 1039/1042, 2007

### 全文査読付国内会議

1. 樋口 宗明, 中村 文一, 速水, 能弘, 西谷 紘一, “マルチサンプリングレート問題を考慮した姿勢角センサを用いない移動体の自己位置推定法”, 第11回ロボティクスシンポジウム, 佐賀, 110-116, 2006.

### 査読なし国内会議

1. 樋口 宗明, 中村 文一, 西谷 紘一, “局所情報と大域情報を用いた二輪車両型ロボットの位置推定”, 平成 16 年度 計測自動制御学会関西支部学生研究発表会, 京都, 137-138, 2005.
2. 樋口 宗明, 中村 文一, 西谷 紘一, “初期状態オブザーバによる大域的な状態推定: 二輪車両型ロボットに対する理論と実験”, 第 5 回計測自動制御学会制御部門大会, 仙台, 573-578, 2005.
3. 福田 寛之, 中村 文一, 樋口 宗明, 西谷 紘一, “格子点オブザーバを用いた移動体の自己位置推定法”, 第 25 回日本ロボット学会学術講演会, 千葉, 1G27, 2007.

## 受賞

1. 計測自動制御学会 学生優秀発表賞, 平成 16 年度 計測自動制御学会関西支部学生研究発表会.

## 特許

1. , 中村 文一, 樋口 宗明, 西谷 紘一, “状態推定装置, 状態推定方法, 状態推定プログラムおよびコンピュータ読み取り可能な記録媒体”, PCI/JP2006/310241  
特願 2005-150221