

博士論文

独立成分分析の制御工学への応用に関する研究

新田 益大

2007年 3月 14日

奈良先端科学技術大学院大学  
情報科学研究科 情報システム学専攻

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に  
博士(工学)授与の要件として提出した博士論文である.

新田 益大

審査委員:

杉本 謙二 教授	(主指導教員)
西谷 紘一 教授	(副指導教員)
石井 信 教授	(副指導教員)
平田 健太郎 助教授	(副指導教員)

# 独立成分分析の制御工学への応用に関する研究\*

新田 益大

## 内容梗概

本論文では、多変量解析の新しい手法である独立成分分析を応用して制御工学におけるいくつかの問題を解決する。独立成分分析は、複数の独立な信号が線形に混合されるとき、もとの独立成分を推定する方法論である。これをシステム制御の問題に当てはめると、入力信号が独立であるとき、出力への伝達特性が未知であっても、観測した信号のみから入力信号と伝達関数行列が復元できることになる。信号の復元は、逆システムの統計学習によって達成されるため、これを未知入力システム同定に応用する。

制御では、制御対象の数学モデルを用いて制御系の設計や解析が行われる。モデルが制御性能を左右するため、モデリングは非常に重要である。簡単なシステムでは、自然法則に基づいたシステムの解析によりモデリングを行うことができるが、多入力多出力システムのような複雑なシステムを理論的に解析するには限界がある。このとき、入出力信号のペアからモデルを推定するシステム同定法は非常に有力な手段となる。しかし、入力信号の一部または全部が未知で、同定に利用できない場合には適用することができない。そこで、同定対象である多入力多出力システムを多項式行列の左分解で定式化し、係数行列を観測信号のみから推定するブラインド同定法を開発する。

まず、分母多項式行列のみで与えられる多変量自己回帰モデルのブラインド同定問題を考える。動的混合を拡大状態空間モデルにより瞬時混合に帰着させ、未知の係数行列のみを正しく推定するアルゴリズムを導出する。

---

\*奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 情報システム学専攻 博士論文, NAIST-IS-DD0461028, 2007年3月14日.

つぎに、開発した手法を外乱抑制問題に応用する。外乱はどのような信号がどのような伝達経路で出力に現れるかが不明であるから、抑制は難しい問題である。しかし、外乱をシステムに作用する未知入力信号として陽に扱えば、ブラインド同定によって、外乱に関する情報を推定することができる。独立という概念の制御工学への応用事例として、この外乱抑制問題を扱い、効果的に外乱を抑制するための制御系設計法について議論する。

最後に、ブラインド同定で扱える問題のクラスを拡大することで手法の完成を目指す。より一般的な多入力多出力システムの表現として、分子多項式行列を含む多変量自己回帰移動平均モデルを考え、それに対するブラインド同定アルゴリズムを導く。逆システムの学習にフィードバック構造を導入したアルゴリズムを提案し、その有効性を数値例で確認する。

#### キーワード

独立成分分析, ブラインド同定, 多変量自己回帰移動平均モデル, 多項式行列, 外乱除去

# Studies on Application of Independent Component Analysis to Control Engineering\*

Masuhiko Nitta

## Abstract

This thesis introduces the notion of statistical independence to control systems theory and solves some control problems which have arisen in recent years. To this end, the thesis employs independent component analysis.

Independent component analysis, a new methodology of multivariate analysis, retrieves independent components from a linear mixture of source signals without any knowledge of the mixer and the source signals. From the standpoint of control, the mixer is a dynamical system. Provided that the input signals are assumed to be statistically independent, the methodology is applicable to blind identification because signal recovery is achieved by learning an inverse system of the mixing system.

When synthesizing a controller, modeling is an important factor since control performance depends on model validity. System identification is a powerful tool to obtain a mathematical model. The method, however, requires the pair of the input and output signals. Conventional system identification methods are not applicable when a part of or the entire input signal is unavailable. Hence the thesis tackles blind identification of multi-input-multi-output systems based on the independence of the input signals.

---

\*Doctoral Dissertation, Department of Information Systems, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, NAIST-IS-DD0461028, March 14, 2007.

Firstly, a blind identification problem is considered for a vector autoregressive model which is represented by a denominator polynomial matrix only. Blind identification algorithm is derived by bringing in an augmented state-space expression which reduces dynamical system to a static system.

Secondly, disturbance suppression problem is discussed as an application of the proposed method. Disturbance is an undetectable signal and its transfer path is indeterminate. These characteristics yield difficulty in controller synthesis. Blind identification enables us to handle the disturbance explicitly; it thus provides a disturbance model as an identification result. By regarding the disturbance model as a weighting function in H-infinity synthesis, an efficient disturbance rejection controller can be designed.

Finally, the thesis generalizes the class of dynamical system. Blind identification algorithm for a vector autoregressive moving average model which consists of the numerator and denominator polynomial matrix is derived by introducing a feedback structure into the learning rule. Validity of the proposed scheme is confirmed by numerical simulations.

**Keywords:**

independent component analysis, blind system identification, vector autoregressive moving average model, polynomial matrix, disturbance rejection

# 目次

1. はじめに	1
2. 予備的事項	5
2.1 独立成分分析	5
2.2 score 関数	9
2.3 前処理	10
2.4 自然勾配法	12
3. 多変量自己回帰モデルのブラインド同定法	14
3.1 本章のあらまし	14
3.2 問題の記述	15
3.2.1 多変量自己回帰モデル	15
3.2.2 拡大状態空間モデル	17
3.3 同定アルゴリズム	18
3.3.1 アルゴリズムの導出	18
3.3.2 収束性	23
3.4 数値例	25
3.4.1 システムの同定と入力信号の復元	25
3.4.2 白色性を満足しない入力信号の場合	27
3.4.3 score 関数とパラメータの収束	31
3.4.4 他手法との比較	33
3.5 本章のまとめ	34
4. 独立成分分析に基づく外乱抑制制御系設計	35
4.1 本章のあらまし	35
4.2 問題の記述	36
4.2.1 外乱重畳モデル	36
4.2.2 感度低減化	37
4.3 独立成分分析による外乱の同定	39

4.4	外乱抑制制御 I	41
4.5	数値例 I	42
4.5.1	2 自由度振動系	42
4.5.2	重み関数の同定	43
4.5.3	外乱抑制	45
4.6	外乱抑制制御 II	46
4.7	数値例 II	48
4.7.1	未知システムのブラインド同定	48
4.7.2	外乱抑制	49
4.8	本章のまとめ	51
<b>5.</b>	<b>多変量自己回帰移動平均モデルのブラインド同定法</b>	<b>52</b>
5.1	本章のあらまし	52
5.2	問題の記述	53
5.2.1	多変量自己回帰移動平均モデル	53
5.2.2	拡大状態空間モデル	55
5.3	ブラインド同定	56
5.4	数値例	59
5.5	議論	63
5.5.1	再現性と同定精度	64
5.5.2	推定モデルの次数	67
5.5.3	ほかのモデルについて	68
5.6	本章のまとめ	68
<b>6.</b>	<b>おわりに</b>	<b>69</b>
	謝辞	71
	参考文献	72
	業績リスト	78



## 目 次

2.1	独立成分分析の概念図	5
2.2	score 関数が仮定する確率密度関数	10
2.3	前処理を用いた独立成分の復元	12
3.1	伝達関数行列の左既約分解表現	16
3.2	提案する独立成分分析の信号分離構造	18
3.3	想定した未知入力信号 (異なる乱数の種の 2 値信号)	26
3.4	2 値信号を印加したときの観測信号	26
3.5	2 値信号を印加したときに復元した入力信号	27
3.6	2 値信号を印加したときに推定したシステムの Bode 線図	28
3.7	想定した未知入力信号 (正弦波と一様乱数)	28
3.8	正弦波と一様乱数を印加したときの観測信号	29
3.9	正弦波と一様乱数を印加したときに復元した入力信号	29
3.10	正弦波と一様乱数を印加したときに推定したシステムの Bode 線図	30
3.11	正弦波 $u_1$ のスペクトルの比較	30
3.12	$\hat{D}_1$ および $\hat{N}_0$ 行列の各要素の収束の様子 ( $\phi = x^3$ )	32
3.13	$\hat{D}_1$ および $\hat{N}_0$ 行列の各要素の収束の様子 ( $\phi = \tanh x$ )	32
4.1	外乱重畳モデル	36
4.2	外乱抑制制御系	37
4.3	感度最小化による外乱抑制制御系	38
4.4	提案するフィードバック制御系	41
4.5	2 自由度振動系	43
4.6	観測した質点の変位	44
4.7	伝達関数行列の各要素の Bode 線図	44
4.8	上部の質点 $m_2$ の変位	46
4.9	$y_2 = 0$ に制御するためのフィードバック制御系	48
4.10	外乱抑制効果	50
5.1	提案する分離系 $W$ の学習機構	57
5.2	仮定した独立な入力信号	59

5.3	観測信号 . . . . .	60
5.4	独立成分分析によって推定した入力信号 . . . . .	61
5.5	Bode 線図による比較 . . . . .	62
5.6	インパルス応答による比較 . . . . .	63
5.7	2 値信号と M 系列信号を印加したときの真値からのズレとバラツキ	65
5.8	異なる 2 つの一樣乱数を印加したときの真値からのズレとバラツキ	66

## 1. はじめに

システム制御理論は信号の二乗和を評価規範に選ぶことで大きく発展した。たとえば、最適制御やLQG制御のように二次形式で表される評価関数に基づく理論を挙げることができるし、推定理論でも、推定誤差の二乗を評価関数とした、最小二乗法に基づく手法が数多く提案されている。この状況下において、 $H^\infty$  ノルムに基づく  $H^\infty$  制御理論 [16,33,63] の登場は、制御理論の分野では新しいパラダイムとなった。

本論文では、独立という概念を制御理論に導入することにより、この分野での新たなパラダイムの形成を目指す。特に多変量解析の分野で提案されている独立成分分析 [6,11,12,18] を制御工学に応用する。

独立成分分析 (ICA; Independent Component Analysis) は、データ解析や信号処理の分野で注目されている方法論であり、これを用いると、互いに干渉し合った信号の中から独立な成分を抽出することができる。つまり独立成分分析は、ある種のフィルタのようなもので、これを通過した信号の各成分は独立になると解釈できる。

データ解析では、ある現象が観測されたとき、それがいくつかの要因から生起されると仮定できるならば、それらの要因を特定することが重要になる。従来は、現象を情報の損失なしにできるだけ少ない数の説明変数で表現する主成分分析 (PCA; Principal Component Analysis) が用いられてきた [44,48]。しかし最近では、説明変数がそれぞれ独立であると仮定して、それらを求める独立成分分析の研究が盛んに行われており、多数のアルゴリズムが提案されている [4,8,9,17,23,60]。応用分野もデータ解析に留まらず、音響信号処理、通信、生体信号処理など、多岐に渡っている [20,22,27,42,54,55,59]。信号処理では、カクテルパーティ効果として知られる音声の分離に応用されている。多数の話者が発した音が、線形に混合された音としてマイクロホンで収録され、その収録された信号のみから話者の音声を復元する問題である。話者が発した音とその混合過程はともに未知であるが、話者が独立に発話すると仮定すると、収録された信号を独立成分分析することで個々の発話者の音声を復元することが可能となる。

この問題を制御工学に当てはめると、入力信号を観測信号のみから復元してい

ることになる。さらに注目すると、入力信号が線形に混合されたものが観測信号であるから、独立成分分析は逆システムの意味で、もとの混合系を推定していることになる。つまり、入力信号が独立ならば、独立成分分析は観測信号のみから未知のシステムを同定する、ブラインド同定を達成していることになる。

制御の主たる目的は、制御系の設計や解析であることは言うまでもない。最終的には実際の制御対象に対して操作を行うものの、その前段階では制御対象の動特性を適切に表現した数学モデルに基づいた設計や解析が行われる。したがって、制御性能はモデルの善し悪しに左右されるといっても過言ではない。

実世界に存在する制御対象を紙上に再現するモデリングは、機械系では運動方程式、電気系では回路方程式を導出することにより行うことができる。物理モデルは対象とするシステムを理論的に解析することで求めることができるが、複数の入出力を有するような大規模で複雑なシステムでは、入力が互いに干渉して出力に現れるため、上述のようなシステムの理論解析に基づく方法には限界がある。この場合、システムをブラックボックスと見なして、入出力関係からモデルを直接推定するシステム同定法 [1,24,31,41,47,56,57] は非常に有効な手段となる。同定対象が伝達関数や状態空間モデルといったパラメトリックモデルの場合、1入力1出力システムではシステムの表現は一意に決まるが、多入力多出力システムは多様な表現 [10,32,45,61] を持つために難しい問題となる。さらにシステム同定法は、入出力信号のペアが完全に取得できていることを前提としているため、入力信号の一部または全部が未知で、同定に利用できない場合には適用することができない。

入力信号が利用できない状況として、同定対象が複雑で入力信号が不明確である場合、外乱などの影響を受けている場合、アクチュエータの故障、経年劣化、飽和特性などによりシステムへの入力が必ずしも計画した入力信号に一致しない場合などが考えられる。このような場合でも、観測信号のみからモデルの推定が行えれば、非常に有意義なことである。

このような背景から、本論文では多入力多出力システムのブラインド同定法（未知入力システム同定法）を開発し、制御工学の観点からは、入力信号を用いずにシステム同定がなされたときの可能性について追求する。ブラインド同定を

達成するために、本論文では独立成分分析を用いることにする。

同定対象は普通、線形な動的システムであるから出力信号は入力信号の畳み込みで表される。もし、システムへの入力が互いに独立であるとすれば、独立成分分析を用いることで伝達関数行列を推定することができる。これは、独立な入力がある線形システムで混合されて観測されるとき、独立成分分析は逆混合を行うことで独立な入力を復元するからである。

畳み込み混合を受ける場合の独立成分分析の方法として、たとえば、Fourier 変換などを用いて信号を周波数領域に展開し、周波数領域上での定数混合と見なし、独立成分を復元するといった試みがなされている [7,13,19,34,50]。これは音声のように信号の帯域が広い場合には有効であるが、制御では帯域が狭く、過渡的な信号を扱うことも考慮すると、時系列のまま扱える方法があれば望ましい。時間領域での解法として長タップの FIR フィルタで分離系を近似する手法などが挙げられる [8,28,30,58,62] が、これらの手法では、近似によって、分離系にある種の冗長性が生じるため、モデルの低次元化が必要となる。多入力多出力システムの低次元化には様々な困難が伴い、モデルの情報も失われるため適当ではない。線形拡張という手法を用いて時系列で解く試みも報告されている [25,51] が、無相関化（白色化）を行ったり、独立でない信号に適用するなど、十分な議論が尽くされていない。

本論文では多入力多出力システムの表現として多項式行列の左分解表現 [3,26] を考え、まず、多変量自己回帰モデルのブラインド同定問題に取り組む。独立成分分析の概念を用いることで、時間領域で、近似なしに畳み込み混合を解く手法を提案し、これにより入力が未知な場合でもシステム同定ができることを示す。入力信号が互いに独立であるとの前提条件のもとで、観測信号のみから伝達関数行列を推定するブラインド同定法を開発し、有効性を数値例で確認する。

その応用として外乱推定と抑制問題を考える。システムに重畳する外乱を入力信号の一種として陽に扱うことで、元来、未知であると仮定されてきた外乱源と、外乱源から出力までの影響を同時に推定する。こうして得られた情報を  $H^\infty$  制御に生かすことで、効果的に外乱が抑制できることを示す。さらにブラインド同定法の最大の特徴として、未知システムに作用する未知外乱の除去という、従来で

は考えることができなかつた問題に対しても、外乱を完全に除去することができる制御系の設計法を導く。

他方、扱える問題のクラスの拡大にも取り組む。本論文では、システムの表現として多項式行列の左分解を考えているが、多変量自己回帰モデルの場合、分母多項式行列のみに限定されていた。そこで、この制約を取り払い、分子多項式行列を含んだ、より一般的な動的システムの表現である多変量自己回帰移動平均モデルのブラインド同定アルゴリズムを導く。分子多項式行列を含む場合は非線形推定問題となるが、逆システムを学習する際に、推定した独立成分をフィードバックすることでこれを克服する。これにより、FIRやIIRフィルタで構成される多入力多出力システムのブラインド同定が可能となる。

本論文の構成はつぎのとおりである。

まず、§2で予備的事項として、独立成分分析のアルゴリズムや、その周辺の事柄について述べる。§3では多変量自己回帰モデル (VAR model; vector autoregressive model) のブラインド同定法を導く。従来法との比較を通じて提案手法の有効性を明らかにする。§4ではブラインド同定法の応用として、外乱抑制問題に取り組む。外乱を未知入力信号として陽に扱い、その特性を同定することで、重み関数を試行錯誤で決定していた方法よりも効果的に外乱が抑制できることを示す。§5では問題のクラスを一般化し、多変量自己回帰移動平均モデル (VARMA model; vector autoregressive moving average model) のブラインド同定法を開発する。最後に§6で本論文をまとめる。

## 2. 予備的事項

はじめに、本論文の核となる独立成分分析の概念とそのアルゴリズムについて説明する。そして score 関数や前処理について触れた後、自然勾配法に基づくアルゴリズムを導出する。

### 2.1 独立成分分析

独立成分分析は、ある種のフィルタのようなもので、 $n$ 本の信号がこのフィルタを通過すると  $n$ 本の独立な信号に分解される。したがって、このフィルタで分析したい  $n$ 本の信号（観測信号）が  $n$ 本の独立な信号（源信号）の線形結合で構成されるとすれば、源信号を含めて混合に関する情報を一切用いることなく、観測信号のみから源信号を復元することができる。

図 2.1 に独立成分分析の概念図を示す。

$n$ 本の独立な信号を  $s(t) = (s_1(t), \dots, s_n(t))^T$ 、それらが線形に混合された  $n$ 本の信号を  $\eta(t) = (\eta_1(t), \dots, \eta_n(t))^T$  とするとき、混合の強さを  $a_{ij}$  で表せば

$$\eta_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} s_j(t), \quad (2.1)$$

と書ける。上付の添字 T は転置を表す記号である。行列  $A = (a_{ij})$  とすると

$$\eta(t) = A s(t), \quad (2.2)$$

として正方行列を用いて簡単に表すことができる。ここで各成分が独立な信号  $s(t)$  を源信号、 $A$  を混合行列という。

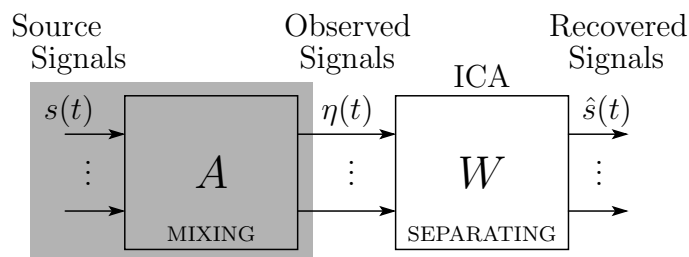


図 2.1 独立成分分析の概念図

もし、分離行列  $W$  として  $W = A^{-1}$  なる行列が見つければ

$$\hat{s}(t; W) = W \eta(t), \quad (2.3)$$

という逆混合によって源信号  $s(t)$  の推定信号  $\hat{s}(t)$  を得ることができる。以後、推定値を  $\hat{\cdot}$  で表すことにする。独立成分分析は  $\eta(t)$  のみから  $s(t)$  を推定する方法論であり、 $W$  を決定するアルゴリズムであると理解できる。

しかし、混合に関する情報は未知であり、 $\eta(t)$  のみしか用いることができないために、適当な  $W$  を与えて  $\hat{s}(t)$  の各成分が独立になるように順次  $W$  を更新するというのが独立成分分析の考え方である。独立成分分析は  $W = A^{-1}$  なる分離行列を見つける問題であるが、 $s(t)$  の各成分の順序が異なっても、また、振幅が異なっても独立であることにはかわりない。したがって一般に適当な対角行列  $\Lambda$  と置換行列  $P$  によって  $W = \Lambda P A^{-1}$  となる分離行列を求める問題となることを注意しておく。

そこで重要になるのが独立性の指標である。その前に、まず独立を定義する。

**定義 1 (独立)** 確率変数  $x_1, \dots, x_n$  の同時確率密度関数を  $p_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n)$ 、 $x_i$  の周辺確率密度関数を  $p_{x_i}(x_i)$  とするとき、 $x_1, \dots, x_n$  が独立であるとは

$$p_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n p_{x_i}(x_i), \quad (2.4)$$

が成立することをいう。

**注意：**記号の乱用ではあるが、本論文では、 $n$  次元ベクトル  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  の各成分を確率変数と見なすとき、 $p_x(x)$  という表記で  $x_1, \dots, x_n$  の同時確率密度関数  $p_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n)$  を表すことにする。また、確率変数  $x_i$  の確率密度関数を  $p_{x_i}(x_i)$  で表すが、確率変数が明らかなきは  $p(x_i)$  と略記する。

分離信号  $\hat{s}(t)$  の独立性を測る方法としては、高次統計量に基づく方法 [9, 17] や Kullback-Leibler 情報量 (相互情報量) に基づく方法 [4, 8, 12, 60] などが提案されているが、ここでは Kullback-Leibler 情報量を用いた方法を紹介する。



**定義 2** (Kullback-Leibler 情報量) 確率変数  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  の同時確率密度関数と周辺確率密度関数の積との間の距離を測る Kullback-Leibler 情報量  $\mathcal{J}(x)$  は

$$\begin{aligned}\mathcal{J}(x) &:= \int_{\mathbb{R}^n} p_x(x) \log \frac{p_x(x)}{\prod_{i=1}^n p_{x_i}(x_i)} dx \\ &= \int_{\mathbb{R}} \cdots \int_{\mathbb{R}} p_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) \log \frac{p_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n)}{\prod_{i=1}^n p_{x_i}(x_i)} dx_1 \cdots dx_n, \quad (2.5)\end{aligned}$$

で定義される.

定義 1 より, 分離信号  $\hat{s}(t; W)$  が独立ならば  $\mathcal{J}(\hat{s}; W) = 0$  であることがわかる. ここで上式を情報量 (情報エントロピー) を用いて表すことを考える.

**定義 3** (期待値) 確率変数  $x$  の確率密度関数を  $p_x(x)$  とするとき,  $x$  の期待値  $\mathcal{E}_{p_x}[x]$  は

$$\mathcal{E}_{p_x}[x] := \int_{\mathbb{R}} xp_x(x) dx, \quad (2.6)$$

で定義される. 特に混乱が生じない限り,  $\mathcal{E}[x]$  と略記する.

**定義 4** (情報量) 確率変数  $x$  の確率密度関数を  $p_x(x)$  とするとき,  $x$  の情報量 (情報エントロピー) は

$$\mathcal{H}(x) := - \int_{\mathbb{R}} p_x(x) \log p_x(x) dx = \mathcal{E}_{p_x}[-\log p_x(x)], \quad (2.7)$$

で定義される.

これを用いると推定信号  $\hat{s}(t; W)$  の Kullback-Leibler 情報量はつぎのように表すことができる.

$$\mathcal{J}(\hat{s}; W) = \sum_{i=1}^n \mathcal{H}(\hat{s}_i; W) - \mathcal{H}(\hat{s}; W). \quad (2.8)$$

$\mathcal{J}(\hat{s}; W) \geq 0$  であり (証明は,  $e^x \geq x + 1$  の関係などを利用する.), 等号成立は  $\hat{s}(t; W)$  が独立のときに限るので, これは評価規範の候補である. したがって分離行列  $W$  を求めるアルゴリズムは, 初期値として  $W$  に適当な行列を与えておき, Kullback-Leibler 情報量を降下させる方向に  $W$  を更新していけば良いことがわかる.

そこで勾配  $\partial \mathcal{J}(\hat{s}; W)/\partial W$  を求める。その前に、 $d\hat{s} = |\det W| d\eta$  であることを利用すると、(2.8) 式右辺第2項は

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\hat{s}; W) &= - \int_{\mathbb{R}^n} p(\hat{s}) \log p(\hat{s}) d\hat{s} \\ &= - \int_{\mathbb{R}^n} p(\eta) \log \frac{p(\eta)}{|\det W|} d\eta = \mathcal{H}(\eta) + \log |\det W|, \end{aligned} \quad (2.9)$$

となるから、これを用いて(2.8)式をつぎのように書き直しておく。

$$\mathcal{J}(\hat{s}; W) = \sum_{i=1}^n \mathcal{H}(\hat{s}_i; W) - \mathcal{H}(\eta) - \log |\det W|. \quad (2.10)$$

この式を  $W$  で偏微分する。まず、 $\hat{s}_k$  の情報量  $\mathcal{H}(\hat{s}_k; W)$  の偏微分  $\partial \mathcal{H}(\hat{s}_k; W)/\partial W$  を求めると

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial W} \mathcal{H}(\hat{s}_k; W) &= \mathcal{E} \left[ -\frac{\partial}{\partial W} \log p(\hat{s}_k) \right] = \mathcal{E} \left[ -\frac{d}{d\hat{s}_k} (\log p(\hat{s}_k)) \frac{\partial \hat{s}_k}{\partial W} \right] \\ &= \mathcal{E} \left[ -\frac{d}{d\hat{s}_k} (\log p(\hat{s}_k)) \frac{\partial}{\partial W} (e_k^T W \eta) \right] = \mathcal{E}_{p_\eta} [\phi(\hat{s}_k) e_k \eta^T], \end{aligned} \quad (2.11)$$

となる。ここで  $e_k = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$  は第  $k$  成分のみが1の自然基底ベクトルであり、 $\phi(\hat{s}_k)$  は

$$\phi(\hat{s}_k) := -\frac{d \log p(\hat{s}_k)}{d\hat{s}_k}, \quad (2.12)$$

で定義される関数であり、score 関数と呼ばれる。これから(2.10)式右辺第1項の偏微分は

$$\frac{\partial}{\partial W} \sum_{k=1}^n \mathcal{H}(\hat{s}_k; W) = \mathcal{E}_{p_\eta} \left[ \sum_{k=1}^n \phi(\hat{s}_k) e_k \eta^T \right] = \mathcal{E}_{p_\eta} [\bar{\phi}(\hat{s}) \eta^T], \quad (2.13)$$

となる。ここで  $\bar{\phi}(\hat{s})$  という表記は

$$\bar{\phi}(\hat{s}) = (\phi(\hat{s}_1), \phi(\hat{s}_2), \dots, \phi(\hat{s}_n))^T, \quad (2.14)$$

のように、各成分ごとに(2.12)式の  $\phi(\hat{s}_k)$  を計算する意味で用いる。(2.10)式右辺第2項は  $W$  に依存しない。(2.10)式右辺第3項の偏微分は、良く知られているように

$$\frac{\partial}{\partial W} \log |\det W| = (W^{-1})^T =: W^{-T}, \quad (2.15)$$

となる [26]. したがって求めるべき勾配は, 結局つぎのようになる.

$$\frac{\partial \mathcal{J}(\hat{s}; W)}{\partial W} = \mathcal{E}_{p_\eta}[\bar{\phi}(\hat{s})\eta^T] - W^{-T} = (\mathcal{E}_{p_s}[\bar{\phi}(\hat{s})\hat{s}^T] - I) W^{-T}. \quad (2.16)$$

ここで  $I$  は適当なサイズの単位行列を表す.

以上の議論から,  $\mathcal{J}(\hat{s}; W)$  の降下方向がわかった. これから独立成分分析のアルゴリズムとして, つぎの簡単な学習則を得る.

$$W \leftarrow W - \alpha (\mathcal{E}_{p_s}[\bar{\phi}(\hat{s})\hat{s}^T] - I) W^{-T}. \quad (2.17)$$

ここで  $\alpha > 0$  は学習率 (ステップサイズパラメータ) である.

分離行列  $W$  に適当な初期値を与え, 上式で  $W$  を更新していけば  $\mathcal{J}(\hat{s}; W)$  を降下させ, ある値に収束させることができる. この意味は, Kullback-Leibler 情報量を用いた独立成分分析が非線形最適化問題であるため, 必ずしも  $\mathcal{J}(\hat{s}; W) = 0$  とならず, 源信号が正しく復元できないということである.

## 2.2 score 関数

(2.12) 式で定義される score 関数  $\phi(\hat{s}_k)$  は源信号の確率密度関数によって定義される. しかし源信号は未知であるため, 実際に独立成分分析のアルゴリズムを計算する際には, 適当な非線形関数を仮定して代用する. 非線形関数としては,  $\tanh x$  や  $x^3$  など, 様々な関数が提案されている [29].

ここで  $\tanh x$  や  $x^3$  はいったい何を意味しているのかを調べてみる. score 関数は (2.12) 式の微分方程式を満たすから, それを解くことで仮定している確率密度関数  $p(x)$  を求めることができる. 微分方程式を解くと, 確率密度関数はそれぞれ

$$\begin{aligned} \phi(x) = \tanh x, & \quad p(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\cosh x}, \\ \phi(x) = x^3, & \quad p(x) = \frac{\Gamma(3/4)}{\pi} e^{-x^4/4}, \\ \left( \begin{array}{l} \phi(x) = x, \\ p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} : \mathcal{N}(0, 1) \end{array} \right) \end{aligned}$$

のように求まる. ( $\Gamma(\cdot)$  は Gamma 関数,  $\mathcal{N}(0, 1)$  は標準正規分布を表す.)

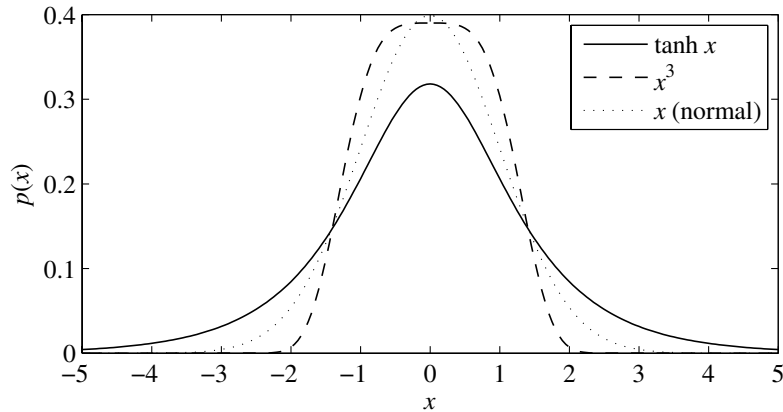


図 2.2 score 関数が仮定する確率密度関数

これらの確率密度関数のグラフを図 2.2 に示す. 図は標準正規分布 ( $\phi(x) = x$ ) の確率密度関数と比較したものであるが,  $\phi(x) = \tanh x$  のときは標準正規分布より裾野が広く,  $\phi(x) = x^3$  のときは裾野が狭いことがわかる. これは尖度  $\kappa(x)$  の違いに相当する.

**定義 5 (尖度)** 平均 0 の確率変数  $x$  の尖度は次式で定義される.

$$\kappa(x) := \frac{\mathcal{E}[x^4]}{\mathcal{E}[x^2]^2} - 3. \quad (2.18)$$

標準正規分布  $\mathcal{N}(0, 1)$  の場合  $\kappa = 0$  となる.

裾野が広い信号は super-Gaussian と呼ばれ, このとき  $\kappa > 0$  である. 逆に裾野が狭い信号は sub-Gaussian と呼ばれ,  $\kappa < 0$  となる. 先の例では  $\phi(x) = \tanh x$  のとき  $\kappa = 2$ ,  $\phi(x) = x^3$  のとき  $\kappa = \pi^2 \Gamma(3/4)^{-4} / 2 - 3 \approx -0.81156$  となる.

score 関数は推定したい信号の確率密度関数の形を与えており, 正しく独立成分を推定するには, 尖度に応じて少なくとも上に挙げた 2 種類の score 関数を使い分けなければならない [14, 29].

## 2.3 前処理

独立成分分析では源信号が標準正規分布と比べて, どのような分布であるのかを score 関数として記述する必要がある. しかし, 標準正規分布を基準とするた

めに、平均0、分散1が源信号の満たす性質として暗に課せられている。そこで独立成分分析では、普通、前処理を行ってアルゴリズムが効果的に働くような工夫が施される。それを白色化 (whitening, sphering) という。

独立成分分析でいう白色化は、観測信号  $\eta(t)$  を平均が0で (共分散行列が単位行列となる意味での) 無相関な信号に変換することを指す。これには、まず  $\eta(t)$  の平均  $\bar{\eta} = \mathcal{E}[\eta(t)]$  を計算し

$$\eta_z(t) = \eta(t) - \bar{\eta}, \quad (2.19)$$

としてバイアスを除去する。そして、その共分散行列  $V = \mathcal{E}[\eta_z(t) \eta_z^T(t)]$  を計算し、これを  $V = LL^T$  と Cholesky 分解して

$$\eta_u(t) = L^{-1}\eta_z(t), \quad (2.20)$$

を計算する。これにより  $\eta_u(t)$  の各成分は平均0、分散1の信号になり、その共分散行列は単位行列になる。観測信号  $\eta(t)$  に前処理 (白色化) を行い、 $\eta_u(t)$  を独立成分分析することで、アルゴリズムとしては回転行列を求める問題に単純化される。

このことを図を用いて説明する。図 2.3 に前処理を用いたときの独立成分の復元の様子を示す。図は信号の散布図を表したものである。独立な源信号  $s$  が定数行列によって瞬時混合されて  $\eta$  という信号を観測したとする。  $\eta$  に前処理を施せば、各象限に均一に分布する無相関な信号  $\eta_u$  を得ることができる。独立成分  $\hat{s}$  を復元するには、 $\eta_u$  を回転させれば良く、探索空間が正則行列から直交行列に限定されるので計算は簡単になる。

推定された信号  $\hat{s}$  は確かに独立であるが、源信号  $s$  が完全に復元できるわけではなく、振幅と平均値は真のものとは異なる。平均値のズレは (2.19) 式の演算により生じるので、逆算することで復元できるが、振幅までを正しく復元することはできない。しかも、推定信号  $\hat{s}$  をさらに回転行列で90度回転させても、独立であることにはかわりなく、独立成分の順序も正しく復元することはできない。これらは、独立成分分析の不定性と呼ばれる大きな特徴である。

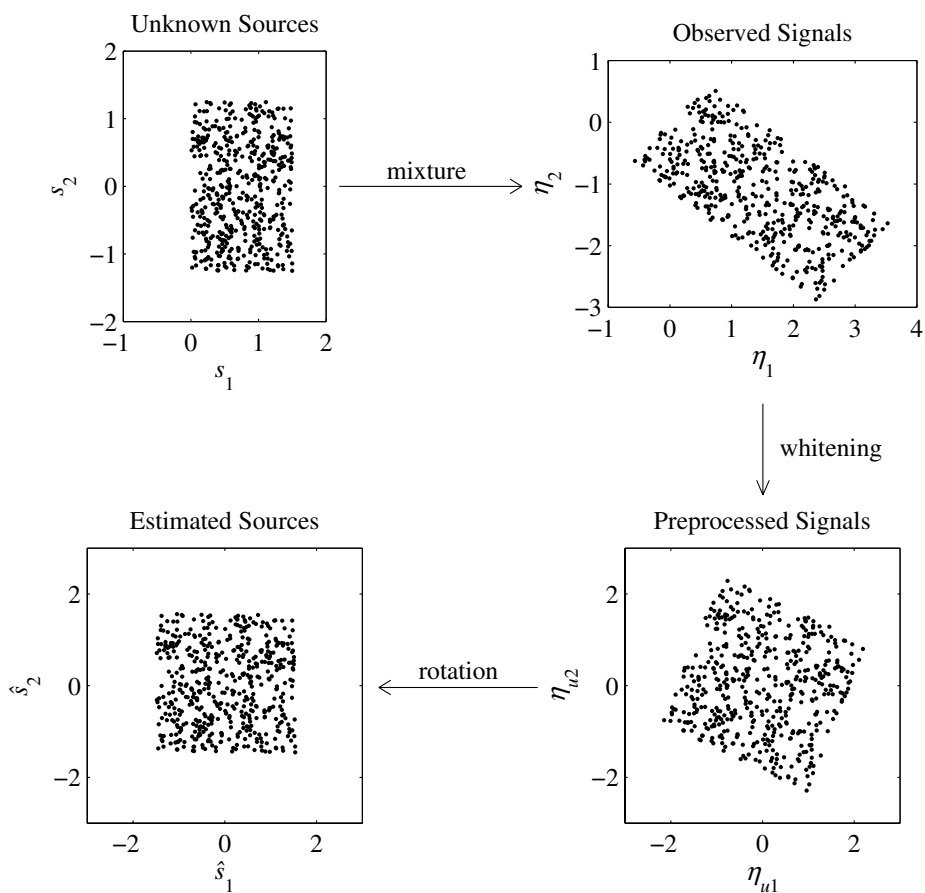


図 2.3 前処理を用いた独立成分の復元

## 2.4 自然勾配法

Euclid 空間では勾配は最急降下方向を与えるが，確率分布が作る空間は Riemann 空間となる [2, 4, 5] ため，(2.16) 式の勾配が必ずしも最急勾配になるとは限らない．Amari ら [4] はこのことを指摘し，つぎに説明する自然勾配を用いたアルゴリズムを提案している．

$W$  とその微小変化  $W_\epsilon := W + \epsilon Z$  を考えるとき  $\mathcal{J}(\hat{s}; W_\epsilon) - \mathcal{J}(\hat{s}; W)$  が最小になる方向を最急降下方向という． $W_\epsilon$  の実質の変化分は

$$W_\epsilon = W + \epsilon Z = (I + \epsilon ZW^{-1})W, \quad (2.21)$$

と変形できるから  $\epsilon ZW^{-1}$  となる．そこで，たとえば  $ZW^{-1}$  の Frobenius ノルム

$\|\cdot\|_F$  を考え,  $\|ZW^{-1}\|_F \leq 1$  のもとで最急降下方向を求めることにすると, これは

$$\|ZW^{-1}\|_F = \text{tr}((ZW^{-1})^T(ZW^{-1})) = \text{tr}(W^{-1}W^{-T}Z^T Z) \leq 1, \quad (2.22)$$

という条件のもとで ( $\text{tr}$  は行列のトレースを表す.)

$$\mathcal{J}(\hat{s}; W_\epsilon) - \mathcal{J}(\hat{s}; W) = \mathcal{J}(\hat{s}; W + \epsilon Z) - \mathcal{J}(\hat{s}; W) = \epsilon \text{tr} \left( \frac{\partial \mathcal{J}(\hat{s}; W)}{\partial W}{}^T Z \right), \quad (2.23)$$

を最小にする  $Z$  を求める問題となる. この最小化問題を Lagrange の未定定数法を用いて解くと, 最適解は

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left[ \epsilon \text{tr} \left( \frac{\partial \mathcal{J}(\hat{s}; W)}{\partial W}{}^T Z \right) + \lambda (\text{tr}(W^{-1}W^{-T}Z^T Z) - 1) \right] = 0, \quad (2.24)$$

の解として与えられる. ここに  $\lambda$  は Lagrange 定数である. これは

$$\epsilon \frac{\partial \mathcal{J}(\hat{s}; W)}{\partial W} + 2\lambda ZW^{-1}W^{-T} = 0, \quad (2.25)$$

であるから, この空間での最急降下方向はつぎの式で与えられる.

$$Z = -\frac{\epsilon}{2\lambda} \frac{\partial \mathcal{J}(\hat{s}; W)}{\partial W} W^T W. \quad (2.26)$$

したがって (2.16) 式で与えられる勾配の最急降下方向は

$$\Delta W = -\frac{\partial \mathcal{J}(\hat{s}; W)}{\partial W} W^T W = (I - \mathcal{E}_{p_s}[\bar{\phi}(\hat{s})\hat{s}^T]) W, \quad (2.27)$$

であることがわかった. これが自然勾配である.

自然勾配を用いて (2.17) 式の独立成分分析のアルゴリズムを書き直すとつぎの更新式を得る.

$$W \leftarrow W + \alpha \Delta W = W + \alpha (I - \mathcal{E}_{p_s}[\bar{\phi}(\hat{s})\hat{s}^T]) W. \quad (2.28)$$

(2.17) 式では  $W$  の逆行列や転置の計算が必要であったが, 自然勾配を用いると計算コストが削減され, 速やかに学習が収束する.

## 3. 多変量自己回帰モデルのブラインド同定法

### 3.1 本章のあらまし

統計的独立に着目した信号分離手法として、近年、独立成分分析が注目されており [4, 8, 9, 17, 23, 48, 60]、音声信号処理をはじめ生体信号解析 [20, 59]、画像処理 [55]、通信 [42] など、様々な分野に応用されている。独立成分分析は、源信号が互いに独立であり、それらが線形に混合されるという仮定のもとで、混合された信号からもとの信号を復元する手法である。つまり観測信号のみから源信号を復元する問題を扱うことになる。

システム制御の分野でも、独立成分分析は有用であると期待され、すでにプロセス管理への適用が報告されている [22]。本章では、入力が未知（ただし、独立性は仮定する。）のときの多入力多出力システムの同定問題を考え、独立成分分析を適用することでこの問題を解決する。通常システム同定法 [1, 47] は、入力信号と出力信号の両方を用いる必要があるが、未知の外乱や入力制限などにより、入力信号を完全に得ることができない場合でもシステムが同定できれば望ましい。ここで提案する手法は、入力信号の独立性のみを仮定してシステム同定を行うものである。

この種の問題は音声信号処理の分野でもブラインド信号源分離 [4, 7-9, 15, 35, 60] として研究されており、混合のされ方によって問題を BSS (Blind Source Separation) と BSD (Blind Source Deconvolution) に大別している。BSS は定数行列によって静的に混合される場合の分離問題であり、比較的容易に解くことができる。一方、BSD は動的に混合される場合の分離問題であり、周波数領域で議論することによって BSS に帰着させて解く方法などがすでに提案されている [13, 19, 34]。音声信号処理では周波数帯域が広いので、この手法は有効である。しかし、制御では帯域が限定され、しかも過渡的な信号からモデルを得たいこともあるので、周波数変換によらない手法があれば望ましい。さらにブラインド信号源分離の研究の多くは FIR フィルタによって混合される場合を考えているが、制御で扱う物理システムの多くは内部にフィードバック構造を有するため、IIR フィルタによって混合される問題を扱う必要がある。



そこで本章では、ある種の変量自己回帰モデルに同定対象を限定し、離散時間の畳み込み演算を拡大状態空間モデルによって静的な（固定要素を持つ定数行列の）混合問題に帰着させ [25, 37]、未定要素のみを独立成分分析によって推定する未知入力システム同定法を提案する。ただし、提案手法は入力の独立性を用いるため、1入力1出力のシステムは同定できないということを注意しておく。

これに対して分離系を状態空間モデルで与え、 $A, B, C, D$  行列を学習させる方法も提案されている [30, 58, 62]。この手法を用いて信号分離を行うには、分離系の  $C, D$  行列の学習のほかに  $A$  行列の推定と学習を繰り返すため安定性に疑問が残る。本手法は  $A$  行列の推定を必要としないという点でも大きく異なっている。

本章で扱う変量自己回帰モデルは原点以外に零点を持たない伝達関数行列に対応しているので、任意のシステムに適用可能であるとはいえない。しかし、入力が未知という厳しい条件下でのシステム同定を可能にしたという点では意義が大きいのではないかと考えられる。

§3.2 で変量自己回帰モデルの拡大状態空間モデルによる定式化を行う。§3.3 では独立成分分析に基づく未知入力同定アルゴリズムを示し、§3.4 にて提案手法の有効性を数値例によって確認する。

## 3.2 問題の記述

### 3.2.1 変量自己回帰モデル

つぎの離散時間多入力多出力システムについて考える。

$$y(t) = G(z)u(t). \quad (3.1)$$

ここで

$$u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))^T \in \mathbb{R}^n, \quad (3.2)$$

$$y(t) = (y_1(t), \dots, y_n(t))^T \in \mathbb{R}^n, \quad (3.3)$$

はそれぞれ入力ベクトル、出力ベクトルであり、 $G(z)$  は安定な伝達関数行列である。 $t$  は離散時刻、 $z$  は単位シフト演算子で  $zu(t) = u(t+1)$  を意味する。

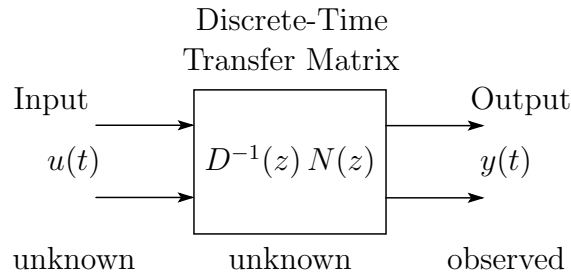


図 3.1 伝達関数行列の左既約分解表現

システム同定問題は  $G(z)$  を推定するものであるから、同定対象  $G(z)$  は未知である。本章ではさらに、入力  $u(t)$  も未知であるとする。ただし入力  $u(t)$  の各成分は互いに独立で、平均 0 の白色時系列であると仮定する。するとこの問題は、出力信号  $y(t)$  のみから伝達関数行列  $G(z)$  と入力信号  $u(t)$  を推定する未知入力システム同定問題となる。

$u(t)$  が独立との仮定より、一見すると独立成分分析を適用すれば解けるように思われる。しかし §2 で示したアルゴリズムは (2.2) 式のように伝達関数行列が定数行列のときにしか適用できないために、そのままではシステムを正しく同定できない。

以下では、動的システム  $G(z)$  のクラスをつぎのような多項式行列の左既約分解で表される場合に限って議論を進める。(図 3.1 参照.)

$$G(z) = D^{-1}(z)N(z). \quad (3.4)$$

ここで  $D(z), N(z)$  は多項式行列で

$$D(z) = z^\mu I + z^{\mu-1}D_1 + \cdots + D_\mu, \quad (3.5)$$

$$N(z) = z^\mu N_0, \quad (3.6)$$

と表されるものとする。  $I$  は単位行列、  $\mu$  は既知の自然数である。さらに  $N_0 = (n_{ij}^0)$  は正則と仮定し

$$n_{ij}^0 = 1 \quad (i = j), \quad |n_{ij}^0| < 1 \quad (i \neq j), \quad (3.7)$$

のように規格化しておく。これは独立成分分析の際に生じる振幅と順序の不定性を排除するための措置である。

このときシステムの入出力関係は

$$D(z)y(t) = N(z)u(t), \quad (3.8)$$

と書ける.

$z$  が単位シフト演算子であることに注意すると, これはつぎの多変量自己回帰モデルとなる.

$$y(t) = -D_1y(t-1) - \dots - D_\mu y(t-\mu) + N_0u(t). \quad (3.9)$$

### 3.2.2 拡大状態空間モデル

同定対象の時間領域での表現は (3.9) 式で与えられるが, これは現在の入力  $u$  と過去の出力  $y$  で決まる動的システムである. そこでこの式を, つぎの拡大状態空間モデルに変換する. ここで  $O$  は零行列を表す.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} y(t-\mu) \\ \vdots \\ y(t-1) \\ y(t) \end{pmatrix}}_{\eta(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} I & & O & O \\ & \ddots & & \vdots \\ O & & I & O \\ -D_\mu & \dots & -D_1 & N_0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} y(t-\mu) \\ \vdots \\ y(t-1) \\ u(t) \end{pmatrix}}_{s(t)}. \quad (3.10)$$

(3.10) 式は与えられた同定対象 (3.1) 式と等価な表現であるが, 定数行列  $A$  による静的な混合になっている点が大きく異なる. すなわち, 動的システムの未知入力システム同定問題が静的な混合の分離問題に帰着されたことになる. (図 3.2 参照.) ただし,  $A$  には固定されたブロック要素 ( $I$  や  $O$ ) が存在する, 言い換えれば, (3.10) 式の両辺のベクトルに  $y$  の現在時刻よりも過去の信号で構成される同じ成分の信号が含まれ, 独立成分のみによる混合になっていないために, §2 で述べた既存の独立成分分析のアルゴリズムをそのまま適用することができない.

そこで拡大状態空間モデルに特化した独立成分分析のアルゴリズムが必要となる. それを次節で導く.

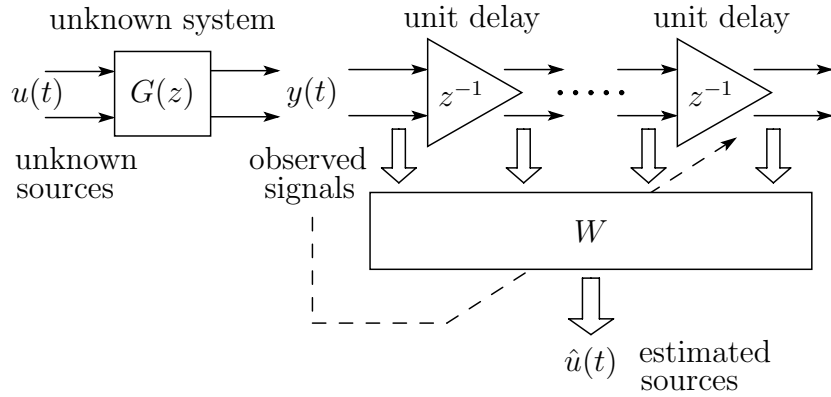


図 3.2 提案する独立成分分析の信号分離構造

### 3.3 同定アルゴリズム

#### 3.3.1 アルゴリズムの導出

まず問題を明確にするために (3.10) 式をあらためて

$$\begin{pmatrix} \tilde{y}(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I & O \\ -\tilde{D} & N_0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{y}(t) \\ u(t) \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

と書くことにする. ここで

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} D_\mu & D_{\mu-1} & \cdots & D_1 \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

$$\tilde{y}(t) = (y^T(t-\mu), y^T(t-\mu+1), \dots, y^T(t-1))^T, \quad (3.13)$$

とおいた. いま単に §2 の手法をそのまま (3.10) 式の  $\eta(t)$  に適用し, 分離行列  $W$  により  $s(t)$  の推定  $\hat{s}(t; W) = W\eta(t)$  を得たとする. このとき  $W$  を

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

のように (3.11) 式に対応させてブロック行列で表すと, 一般に  $[W_{11}, W_{12}] \neq [I, O]$  となるから, システムを正しく同定できない. システムを正しく同定するには

$$W = A^{-1} = \begin{bmatrix} I & O \\ N_0^{-1}\tilde{D} & N_0^{-1} \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

を推定する必要があるからである。そこで (2.8) 式の評価規範に基づき、拡大状態空間モデルの構造を利用したアルゴリズムを導出する。

$$\mathcal{J}(\hat{s}; W) = \sum_{i=1}^n \mathcal{H}(\hat{s}_i; W) - \mathcal{H}(\hat{s}; W). \quad (2.8)_{\text{bis}}$$

まず (2.8) 式第 1 項について議論する。  $I$  や  $O$  に固定された要素に対応する信号（すなわち  $\tilde{y}(t)$  に相当する信号）は、その確率密度関数が分離行列  $W$  によって変化しないことが要請されるため、その情報量  $\mathcal{H}$  は  $W$  によらず一定とならなければならない。つまり

$$\frac{\partial}{\partial W} \mathcal{H}(\hat{s}_i; W) \equiv O, \quad (i = 1, \dots, \mu n) \quad (3.16)$$

が成立しなければならず、(2.11) 式から  $\phi(\hat{s}_i)e_i = 0$  が課せられる。このため、結果として、既知信号については

$$\phi(\hat{s}_i) = 0, \quad (i = 1, \dots, \mu n) \quad (3.17)$$

とおけば良いことがわかる。これから、(2.14) 式の  $\bar{\phi}(\hat{s})$  は、拡大状態空間モデルの場合には

$$\Pi := \text{diag}(\underbrace{0, \dots, 0}_{\mu n}, \underbrace{1, \dots, 1}_n), \quad (3.18)$$

として

$$\bar{\phi}_{\Pi}(\hat{s}) = \Pi \bar{\phi}(\hat{s}), \quad (3.19)$$

に置き換わる。

つぎに (2.8) 式第 2 項の  $\mathcal{H}(\hat{s}; W)$  について考える。  $W$  が  $W + dW$  に変化したとき、  $\hat{s}$  は  $\hat{s} + d\hat{s} = (I + dWW^{-1})\hat{s}$  に変化するから、通常の独立成分分析では、情報量  $\mathcal{H}(\hat{s}; W)$  の微小変化  $d\mathcal{H}$  は

$$\begin{aligned} d\mathcal{H} &= \mathcal{E}[-\log p(\hat{s} + d\hat{s})] - \mathcal{E}[-\log p(\hat{s})] \\ &= \mathcal{E}\left[-\log \frac{p(\hat{s})}{|\det(I + dWW^{-1})|}\right] - \mathcal{E}[-\log p(\hat{s})] \\ &= \log |\det(I + dWW^{-1})| = \text{tr}(dWW^{-1}), \end{aligned} \quad (3.20)$$

となる. 一方,  $dW$  を

$$dW = \begin{bmatrix} dW_{11} & dW_{12} \\ dW_{21} & dW_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

と, (3.14) 式のように表すとき, 拡大状態空間モデルでは, 分離行列の形が

$$W_{\Pi} = \begin{bmatrix} I & O \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

に制限される. したがって, これに則した  $dW_{\Pi}$  として

$$dW_{\Pi} = \begin{bmatrix} O & O \\ dW_{21} & dW_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

を考えなければならない.  $dW$  と  $dW_{\Pi}$  との関係は (3.18) 式で定義した  $\Pi$  によって

$$dW_{\Pi} = \Pi dW, \quad (3.24)$$

と書けるから, 拡大状態空間モデルでは, 情報量の微小変化が

$$d\mathcal{H}_{\Pi} = \text{tr}(dW_{\Pi}W^{-1}) = \text{tr}(dWW^{-1}\Pi), \quad (3.25)$$

となる. よって (2.8) 式第 2 項の微分はつぎのようになる.

$$\frac{\partial}{\partial W} \mathcal{H}_{\Pi} = (W^{-1}\Pi)^{\text{T}} = \Pi W^{-\text{T}}. \quad (3.26)$$

以上のことから, (3.10) 式の拡大状態空間モデルに適合する自然勾配は

$$\begin{aligned} \Delta W_{\Pi} &= -(\mathcal{E}_{p_{\eta}}[\phi_{\Pi}(\hat{s})\eta^{\text{T}}] - \Pi W^{-\text{T}}) W^{\text{T}} W \\ &= \Pi (I - \mathcal{E}_{p_{\hat{s}}}[\phi(\hat{s})\hat{s}^{\text{T}}]) W, \end{aligned} \quad (3.27)$$

となる.

以上の議論を一般化するとつぎの定理を導くことができる.

**定理 1** 分離行列  $W$  は  $l \times l$  行列で, 第  $l_1$  行から第  $l_2$  行までの要素が既知であるとき, 自然勾配法の学習則に射影行列

$$\Pi = \text{diag}(\underbrace{1, \dots, 1}_{1:l_1-1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{l_1:l_2}, \underbrace{1, \dots, 1}_{l_2+1:l}), \quad (3.28)$$

を左から掛けると, 第  $l_1$  行から第  $l_2$  行は学習に影響されず値は保存される.

証明  $W$  および  $W$  の微分  $dW$  を

$$W = \begin{bmatrix} W_{1:l_1-1} \\ W_{l_1:l_2} \\ W_{l_2+1:l} \end{bmatrix}, \quad dW = \begin{bmatrix} dW_{1:l_1-1} \\ dW_{l_1:l_2} \\ dW_{l_2+1:l} \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

と分割するとき、既知の要素  $W_{l_1:l_2}$  が学習を通じて保存されるには  $dW_{l_1:l_2} = O$  とならなければならない。これは  $dW$  に左から (3.28) 式の射影行列  $\Pi$  を掛けたものである。一方、 $dW_\Pi = \Pi dW$  とする。学習によって  $W$  が  $W + dW_\Pi$  に変化したとき、独立成分の変化は  $d\hat{s} = dW_\Pi \eta$  となる。このとき (2.8) 式の評価規範の微分を計算する。まず第1項は

$$\begin{aligned} d\mathcal{H}(\hat{s}_k) &= d\mathcal{E}[-\log p(\hat{s}_k)] = \mathcal{E}\left[-\frac{d \log p(\hat{s}_k)}{d\hat{s}_k} d\hat{s}_k\right] \\ &= \mathcal{E}[\phi(\hat{s}_k) e_k^T d\hat{s}] = \mathcal{E}[\phi(\hat{s}_k) e_k^T dW_\Pi \eta], \end{aligned} \quad (3.30)$$

という関係から

$$\begin{aligned} d \sum_k \mathcal{H}(\hat{s}_k) &= \sum \mathcal{E}[\phi(\hat{s}_k) e_k^T dW_\Pi \eta] \\ &= \mathcal{E}\left[\sum \phi(\hat{s}_k) (\Pi^T e_k)^T dW \eta\right], \end{aligned} \quad (3.31)$$

となる。第2項は

$$\begin{aligned} d\mathcal{H}(\hat{s}) &= \mathcal{E}[-\log p(\hat{s} + d\hat{s})] - \mathcal{E}[-\log p(\hat{s})] \\ &= \log |\det(I + dW_\Pi W^{-1})| = \text{tr}(dW W^{-1} \Pi), \end{aligned} \quad (3.32)$$

となるから、結局

$$d\mathcal{J}(\hat{s}) = \mathcal{E}\left[\sum \phi(\hat{s}_k) (\Pi^T e_k)^T dW \eta\right] - \text{tr}(dW W^{-1} \Pi), \quad (3.33)$$

を得る。したがって勾配は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{J}(\hat{s})}{\partial W} &= \mathcal{E}\left[\sum \phi(\hat{s}_k) (\Pi^T e_k) \eta^T\right] - (W^{-1} \Pi)^T \\ &= \Pi^T \mathcal{E}\left[\sum \phi(\hat{s}_k) e_k \eta^T\right] - \Pi^T W^{-T} \\ &= \Pi (\mathcal{E}[\bar{\phi}(\hat{s}) \eta^T] - W^{-T}) \\ &= \Pi (\mathcal{E}[\bar{\phi}(\hat{s}) \hat{s}^T] - I) W^{-T}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

となる。自然勾配は (2.27) 式だから上記の定理を得る。  $\square$

以下に多変量自己回帰モデルの未知入力同定アルゴリズムをまとめる.

### 《VAR-ICA アルゴリズム》

観測信号  $y(t) \in \mathbb{R}^n$  のみから, 独立成分分析により源信号  $u(t) \in \mathbb{R}^n$  と多変量自己回帰モデルのパラメータ行列  $D_i, N_0$  を求めるアルゴリズムはつぎのとおりである. (実装に際しては, (3.27) 式の期待値演算  $\mathcal{E}_{p_s}[\cdot]$  は確率密度関数の推定コストが高いため, 単に標本平均をとることにする.)

ステップ 1: 離散時刻 0 から  $M - 1$  までの観測信号  $y(t)$  の時系列データを取得し, 多変量自己回帰モデルの次数  $\mu$  を与える.

ステップ 2: 各時刻  $t$  について (3.10) 式の拡大状態空間モデルの出力信号ベクトル  $\eta(t)$  を求める.

ステップ 3:  $Y = (\eta(0), \dots, \eta(M - 1)) \in \mathbb{R}^{(\mu+1)n \times M}$  という拡大観測信号行列を構成し, 各行について時間平均が 0 となるように規格化する. (これを改めて  $Y$  とおく.)

ステップ 4: 分離行列  $W$  の初期値として単位行列  $I$  を与える. (拡大状態空間モデルの混合行列  $A$  の対角成分がすべて 1 であることに対応する.)

ステップ 5: 次式で分離行列  $W$  を更新する.

$$\begin{aligned}\hat{S} &= WY, \\ \Delta W &= \Pi \left( I - \phi(\hat{S})\hat{S}^T/M \right) W, \\ W &\leftarrow W + \alpha\Delta W.\end{aligned}$$

ここで  $\alpha$  は学習率 (ステップサイズパラメータ) で

$$\xi := \left\| \Pi \left( I - \phi(\hat{S})\hat{S}^T/M \right) \right\|_{\text{F}},$$

とするとき,  $\alpha \leq 1/\xi$  を満たす正数である.



ステップ6:  $\xi \rightarrow 0$  となれば  $W$  の学習は収束する. 収束するまでステップ5へ戻る.

ステップ7:  $A = W^{-1}$  により混合行列を復元する.

ステップ8: 混合行列  $A$  が (3.10) 式のそれに合致するように  $A$  の各列を規格化し振幅を復元する.

ステップ9:  $A$  から対応するパラメータ  $D_i, N_0$  を取得する.

ステップ8でいう規格化は  $A = (a_{ij})$  とするとき第  $k$  列について  $a_{ik} = a_{ik}/a_{kk}$ , 推定源信号について  $\hat{S}_k = a_{kk}\hat{S}_k$  とすることを指す.  $A$  の対角成分が1という条件があるため, 規格化によって源信号の振幅を復元することができる.

また, score 関数  $\phi(x)$  の選定であるが, 入力信号が super-Gaussian の場合は  $\tanh x$  を, sub-Gaussian の場合は  $x^3$  を選ぶと良い. しかし入力は未知であるため尖度を推定し, その正負でこれらの関数を使い分けるような工夫が必要となる [14, 29].

なお, VAR-ICA では, 通常の独立成分分析で行うような前処理を適用することができない. これは, 拡大状態空間モデルの両辺に存在する  $\tilde{y}$  が, パラメータを決定する際の拘束条件として機能しているためである.

### 3.3.2 収束性

拡大状態空間モデルでは正しい分離行列の形は (3.15) 式で与えられるが, この行列  $W$  が VAR-ICA の停留点となることを確認する. これにはつぎの定理を用いる.

**定理 2** 入力ベクトル  $u$  が独立で, 各成分が平均0の白色時系列であるとき

$$\Pi (I - \mathcal{E}[\bar{\phi}(s)s^T]) = O, \quad (3.35)$$

となる.

証明 ここでは簡単のために  $x_k := x(t-k)$  と表記することにする. このとき源信号は  $s_0 = (y_\mu^T, \dots, y_1^T, u_0^T)^T$  と書くことができる.  $\Xi := \Pi(I - \mathcal{E}[\bar{\phi}(s)s^T])$  とおけば

$$\Xi = \begin{bmatrix} O & & & O \\ & \ddots & & \\ & & O & O \\ \mathcal{E}[\phi(u_0)y_\mu^T] & \dots & \mathcal{E}[\phi(u_0)y_1^T] & I - \mathcal{E}[\phi(u_0)u_0^T] \end{bmatrix}, \quad (3.36)$$

となるから,  $\mathcal{E}[\phi(u_0)y_k^T] = O$  ( $k = 1, \dots, \mu$ ) かつ  $I - \mathcal{E}[\phi(u_0)u_0^T] = O$  が成立しなければならない.

いま  $u_0$  の各成分は白色時系列だから, 前者の  $\mathcal{E}[\phi(u_0)y_k^T] = O$  は  $k \neq 0$  に対して成立する. 後者に関しては,  $u_0$  が独立だから異なる2つの成分  $u_0^i, u_0^j$  ( $i \neq j$ ) は無相関であり, 平均が0であることを利用すると

$$\mathcal{E}[\phi(u_0^i)u_0^j] = \mathcal{E}[\phi(u_0^i)] \mathcal{E}[u_0^j] = 0. \quad (3.37)$$

一方,  $i = j$  のとき

$$\mathcal{E}[\phi(u_0^i)u_0^i] = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp(u_0^i)}{du_0^i} u_0^i du_0^i = 1, \quad (3.38)$$

となるから  $I - \mathcal{E}[\phi(u_0)u_0^T] = O$  となる.  $\square$

VAR-ICAによって(3.15)式の分離行列を推定したとする. このとき, 推定信号  $\hat{s}$  は源信号  $s$  に一致する. よって(3.27)式は

$$\begin{aligned} \Delta W_\Pi &= \Pi(I - \mathcal{E}_{p_{\hat{s}}}[\phi(\hat{s})\hat{s}^T])W \\ &= \Pi(I - \mathcal{E}_{p_s}[\phi(s)s^T])W, \end{aligned} \quad (3.39)$$

となる. 入力ベクトル  $u$  に対する仮定と定理2から  $\Delta W_\Pi = O$  となる. したがって(3.15)式の  $W$  は停留点である.

### 3.4 数値例

提案手法の有効性を確認するためにいくつかの数値シミュレーションを行った。以下では、サンプリング周期を 0.01 s に設定し、各伝達関数行列に対して拡大状態空間モデルを構築して、提案手法を用いて未知入力システム同定を行った。

同定結果は推定値の小数点以下第 3 位を四捨五入したものを記載している。

#### 3.4.1 システムの同定と入力信号の復元

伝達関数行列が下記の式で表される 2 入力 2 出力システムの同定を試みる。

$$G(z) = D(z)^{-1}N(z),$$
$$D(z) = \begin{bmatrix} z^2 - 1.6z + 0.4 & z - 1 \\ -0.8z + 0.1 & z^2 - 0.7z - 0.6 \end{bmatrix},$$
$$N(z) = \begin{bmatrix} z^2 & 0 \\ 0 & z^2 \end{bmatrix}.$$

これは  $\mu = 2$  とした多変量自己回帰モデルである。このとき、同定すべきパラメータ行列は

$$D_1 = \begin{bmatrix} -1.6 & 1.0 \\ -0.8 & -0.7 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0.4 & -1.0 \\ 0.1 & -0.6 \end{bmatrix},$$
$$N_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

となる。

独立な未知入力信号  $u(t)$  として、図 3.3 に示す（異なる種の乱数で生成した）2 値信号を印加した。入力信号は 127 点の時系列データである。その結果、システムの応答として図 3.4 に示す観測信号  $y(t)$  を得た。

観測信号  $y(t)$  のみで構成される  $\eta(t)$  に、score 関数として  $\phi(x) = x^3$ 、学習率  $\alpha$  として  $10^{-1}$  から  $10^{-3}$  まで指数関数的に減少するものを用い、提案手法を適用し

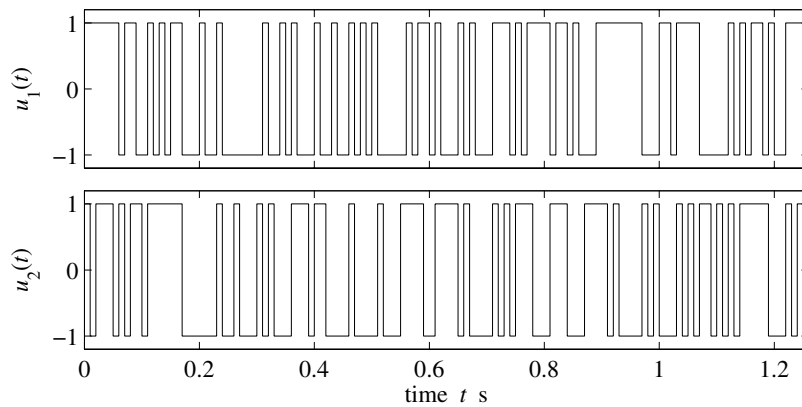


図 3.3 想定した未知入力信号 (異なる乱数の種の 2 値信号)

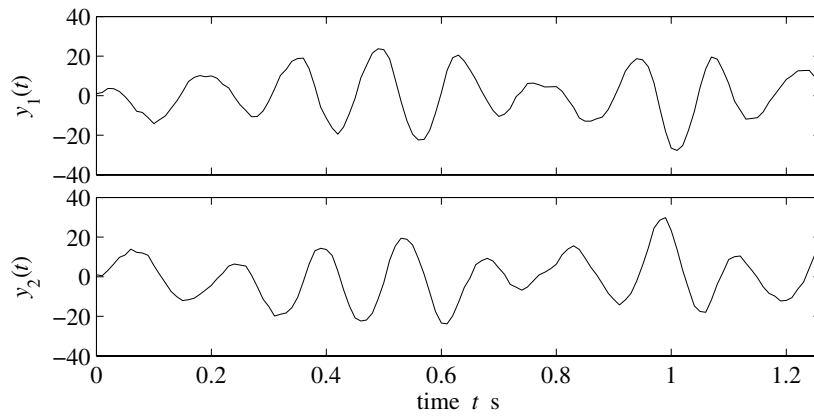


図 3.4 2 値信号を印加したときの観測信号

た結果, つぎの混合行列を推定することができた.

$$A = W^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.41 & 0.99 & 1.61 & -0.99 & 1.00 & 0.03 \\ -0.11 & 0.61 & 0.81 & 0.69 & 0.03 & 1.00 \end{bmatrix} .$$

この混合行列  $A$  を (3.10) 式に照らすと, つぎのパラメータ行列を得ることがで

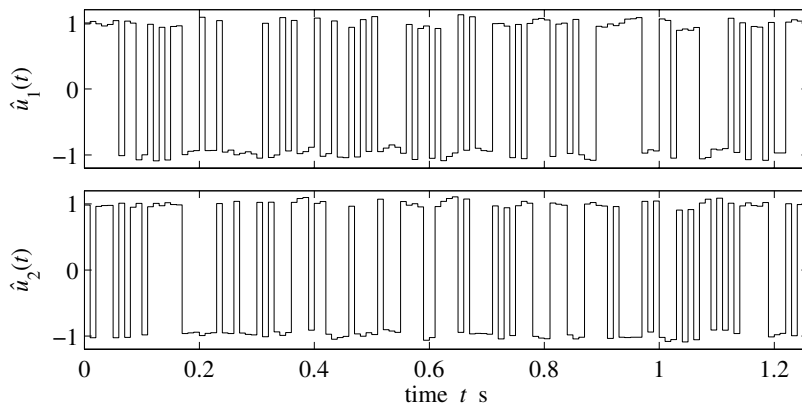


図 3.5 2 値信号を印加したときに復元した入力信号

きる.

$$\hat{D}_1 = \begin{bmatrix} -1.61 & 0.99 \\ -0.81 & -0.69 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_2 = \begin{bmatrix} 0.41 & -0.99 \\ 0.11 & -0.61 \end{bmatrix},$$

$$\hat{N}_0 = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.03 \\ 0.03 & 1.00 \end{bmatrix}.$$

真値と比較すると，入力が未知であるにもかかわらず，パラメータ行列を正しく推定できていることがわかる．

パラメータ行列の推定と同時に入力信号も復元できる．復元した入力信号を図 3.5 に示す．印加した入力信号  $u$  (図 3.3) と推定信号  $\hat{u}$  (図 3.5) の波形を比較すると両者は非常に良く一致しており，提案手法が十分な信号復元性能を有していることが確認できる．

周波数特性を比較するために伝達関数行列の各要素の Bode 線図を図 3.6 に描いた．真のシステムを実線で，同定結果を破線で表示しているが，両者はほとんど重なっておりシステムが正しく同定できていることがわかる．

### 3.4.2 白色性を満足しない入力信号の場合

§3.4.1 で与えたシステムに，今度は白色時系列でない入力信号を印加し，未知入力システム同定を行った．シミュレーションで用いた入力信号  $u = (u_1, u_2)^T$  の

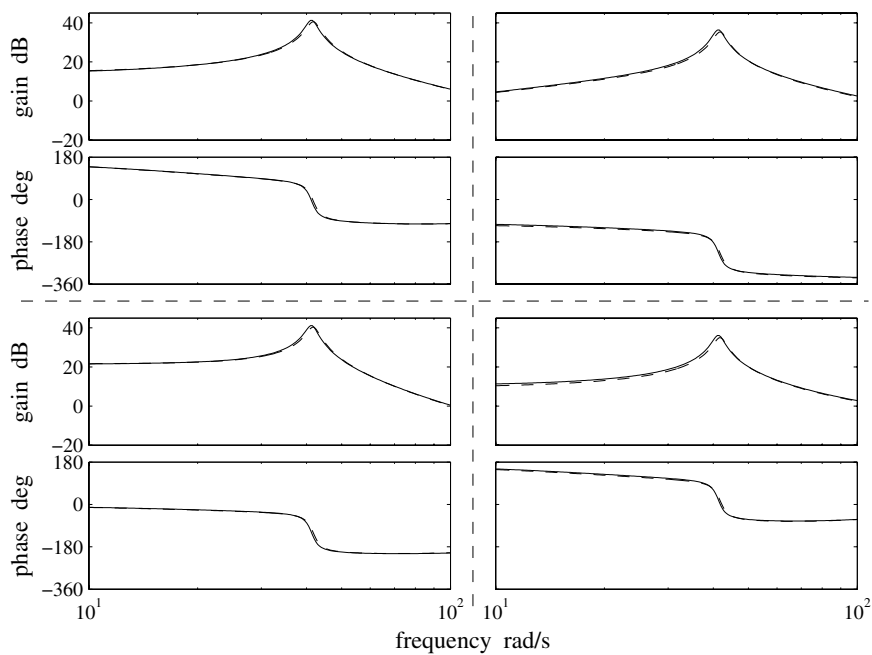


図 3.6 2 値信号を印加したときに推定したシステムの Bode 線図（伝達関数行列の各要素の Bode 線図を対応する位置に描いている．真のシステムを実線で，同定結果を破線で表示している．）

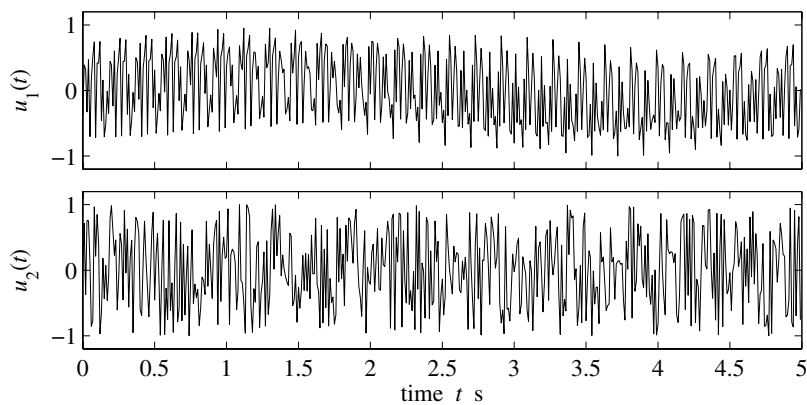


図 3.7 想定した未知入力信号（正弦波と一様乱数）

波形を図 3.7 に示す． $u_1$  は 10 本の異なる周波数の正弦波が合わさった信号， $u_2$  は  $-1$  から  $1$  までの値をとる一様乱数とした．この未知入力信号が印加されると，

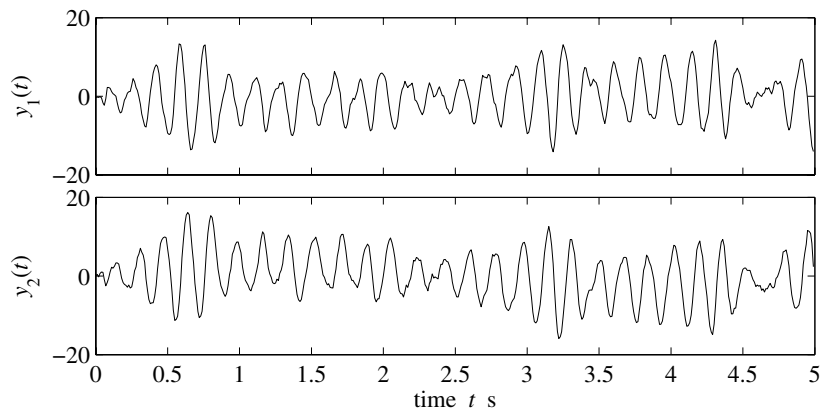


図 3.8 正弦波と一様乱数を印加したときの観測信号

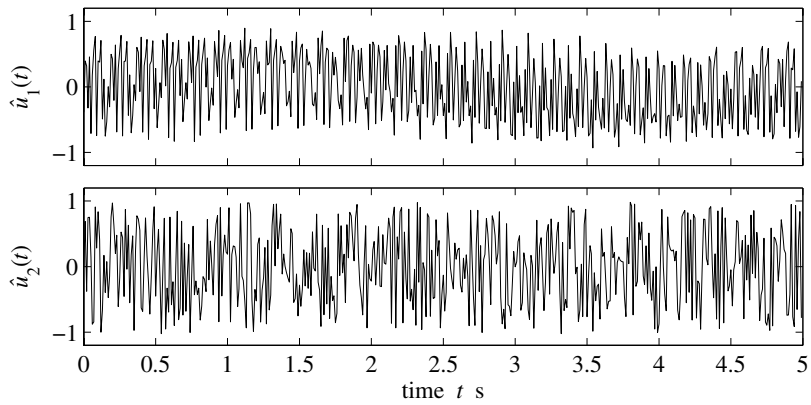


図 3.9 正弦波と一様乱数を印加したときに復元した入力信号

システムの応答として図 3.8 に示す観測信号  $y$  を得ることができる。

ここでも同様に、観測信号を用いてブラインド同定を行うと、つぎのパラメータ行列と図 3.9 に示す入力信号を推定することができる。

$$\hat{D}_1 = \begin{bmatrix} -1.62 & 0.99 \\ -0.80 & -0.67 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_2 = \begin{bmatrix} 0.41 & -1.00 \\ 0.09 & -0.63 \end{bmatrix},$$

$$\hat{N}_0 = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 \\ 0.04 & 1.00 \end{bmatrix}.$$

求まったパラメータ行列を用いて伝達関数行列を推定した。同定したシステムの

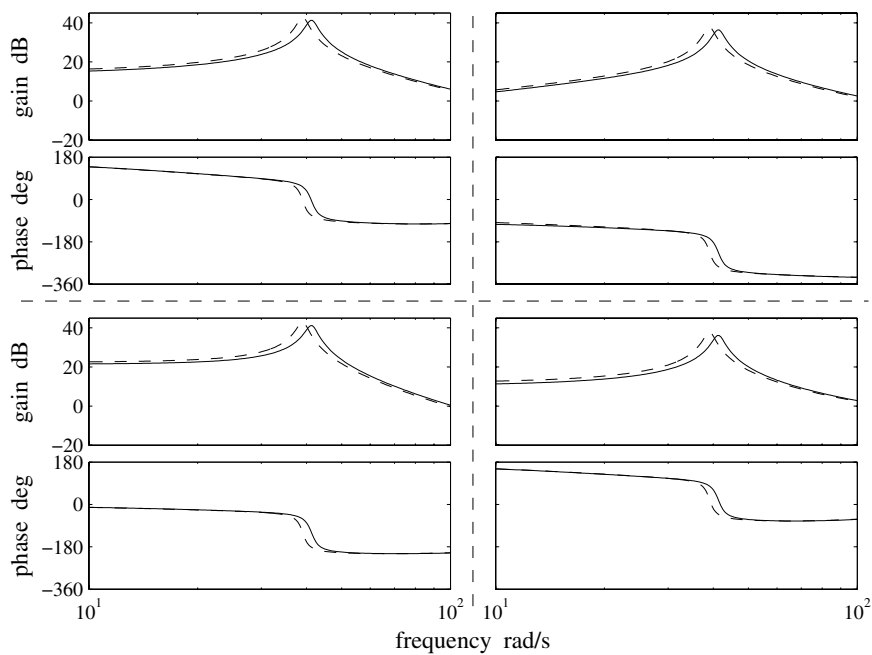


図 3.10 正弦波と一様乱数を印加したときに推定したシステムの Bode 線図  
(真のシステムを実線で, 同定結果を破線で表示している.)

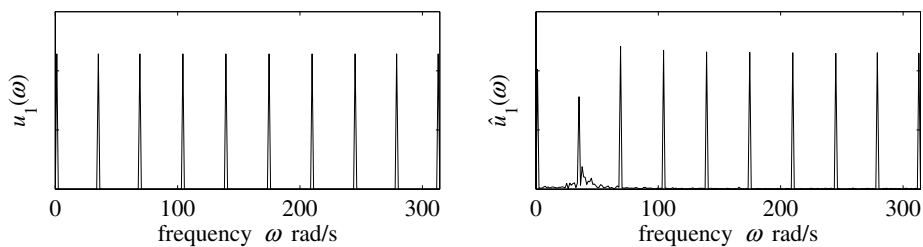


図 3.11 正弦波  $u_1$  のスペクトルの比較 (左図: 仮定した独立成分, 右図: 推定した独立成分.)

Bode 線図を図 3.10 に描いた. 実線が真のシステム, 破線が同定結果を表しているが, ピーク周波数が異なっていることがわかる. これは入力信号が白色時系列という仮定を満たしていないためである.

したがって独立成分も, 真のものとは異なってしまふ. このことは信号を周波数領域で議論すればわかりやすい. 入力信号  $u_1$  を Fourier 変換したものを図 3.11



に示す。左図は仮定した  $u_1$  のスペクトル，右図はブラインドによって推定した独立成分  $\hat{u}_1$  のスペクトルを表している。正しく逆システムが推定できていないため， $\hat{u}_1$  には，全周波数帯域に低レベルの雑音が見られている。また 30 rad/s 付近の振幅が正しく復元できていない。これは図 3.10 の Bode 線図を見てわかるように，ちょうどその周波数付近にピークがあり，それがズレているためである。

この例から，システムを正しく同定するには白色時系列を印加する必要があることが確認できる。

### 3.4.3 score 関数とパラメータの収束

つぎに，3 入力 3 出力のより複雑なモデルの同定を行った。真値として与えたパラメータ行列はつぎのとおりである。先の例では  $N_0$  を単位行列として与えたが，この例では一般の正則行列に設定した。

$$D_1 = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.8 & 0.1 \\ 0.3 & 0.0 & -0.2 \\ 0.6 & 0.7 & -1.1 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} -0.4 & -0.6 & 0.2 \\ 0.7 & -0.2 & 0.2 \\ -0.3 & 0.1 & 0.9 \end{bmatrix},$$

$$N_0 = \begin{bmatrix} 1.0 & -0.1 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.3 \\ -0.5 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}.$$

入力信号は独立な 2 値信号とし，同定に用いるデータ長は 127 点である。

score 関数として  $\phi(x) = x^3$  を用い，拡大状態空間モデルに対して提案手法を適用した結果，つぎの推定値を得た。

$$\hat{D}_1 = \begin{bmatrix} -0.31 & 0.81 & 0.11 \\ 0.28 & -0.02 & -0.19 \\ 0.61 & 0.70 & -1.12 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_2 = \begin{bmatrix} -0.39 & -0.62 & 0.18 \\ 0.71 & -0.20 & 0.19 \\ -0.30 & 0.09 & 0.91 \end{bmatrix},$$

$$\hat{N}_0 = \begin{bmatrix} 1.01 & -0.11 & 0.00 \\ -0.01 & 1.00 & 0.30 \\ -0.51 & -0.02 & 1.01 \end{bmatrix}.$$

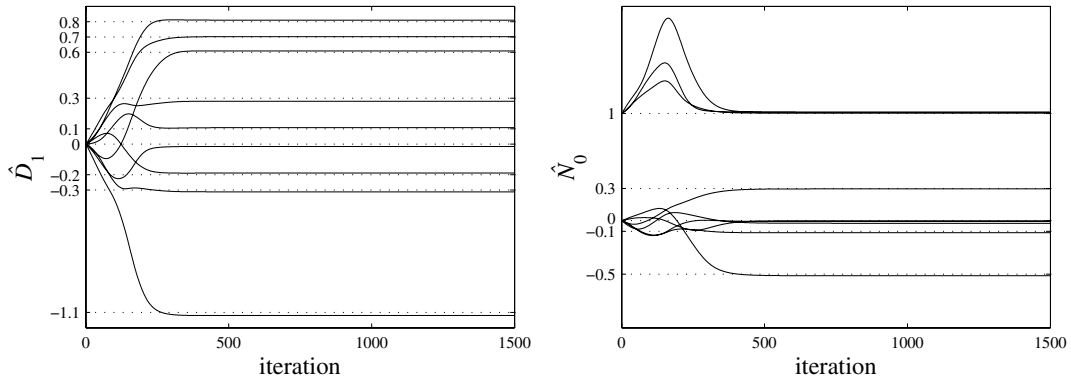


図 3.12  $\hat{D}_1$  および  $\hat{N}_0$  行列の各要素の収束の様子 ( $\phi = x^3$ )

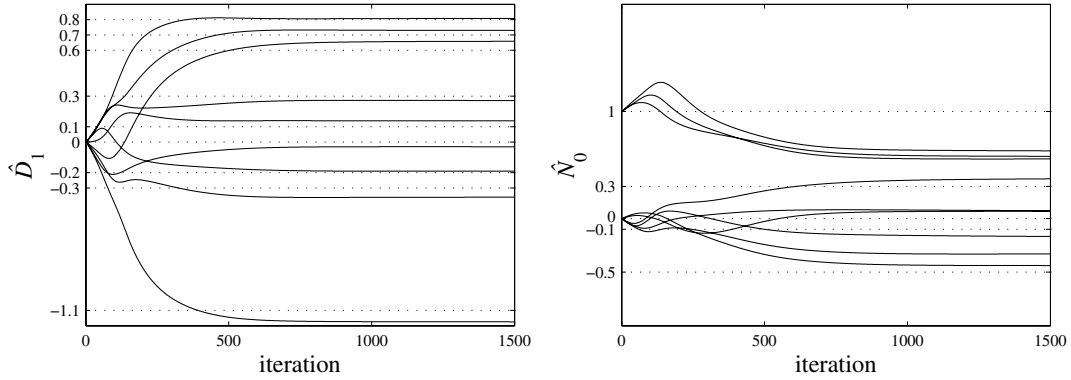


図 3.13  $\hat{D}_1$  および  $\hat{N}_0$  行列の各要素の収束の様子 ( $\phi = \tanh x$ )

このときのパラメータ行列  $\hat{D}_1, \hat{N}_0$  の収束の様子を図 3.12 に示す. 収束の早さは学習率にも依存するが, 速やかに真値に近づいていることがわかる. VAR-ICA アルゴリズムのステップ 5 で定義した  $\xi$  は, 1500 回の学習終了時点で  $3.0 \times 10^{-10}$  となり, 局所最適解に収束していることがわかる.

一方, 同様の設定で score 関数を  $\phi(x) = \tanh x$  と選んだときの,  $\hat{D}_1$  および  $\hat{N}_0$  の収束の様子を図 3.13 に示す. 行列の各要素はある値に収束していき, 学習終了時には  $\xi = 3.4 \times 10^{-3}$  となったので, この場合も局所解に収束している. しかし, 収束した先は真値とは異なり, パラメータ行列を誤推定していることがわかる. これは未知入力信号として印加した 2 値信号が, sub-Gaussian の分布を持つためであり, score 関数  $\phi$  の選定が同定性能に与える影響が大きいことがわかる.

### 3.4.4 他手法との比較

多変量自己回帰モデルでは,  $N_0 = I$ に限れば最小二乗法 [43]でも同様の問題を解くことができる. たとえば (3.9) 式を

$$y(t) = -\tilde{D}\tilde{y}(t) + \epsilon(t), \quad (3.40)$$

のように表し, 入力項  $N_0u(t)$  を誤差  $\epsilon(t)$  と見なして, これに最小二乗法を適用すれば良い. この場合, 最小二乗推定量としてつぎのものを得る.

$$\tilde{D}^{\text{opt}} = - \sum_{t=0}^{M-1} y(t)\tilde{y}^T(t) \left( \sum_{t=0}^{M-1} \tilde{y}(t)\tilde{y}^T(t) \right)^{-1}. \quad (3.41)$$

この方法では  $u(t)$  が白色時系列であるときにパラメータ行列  $D_i$  の一致推定量を得ることができるが,  $N_0$  の一致推定量を得ることはできないことを注意しておく.

提案手法と最小二乗法との同定精度を比較ために, ここでは §3.4.1 の例題で与えたシステムを考える. この例は  $N_0 = I$  の場合である. 入力信号が乱数で生成される 2 値信号であることを考慮して, 20 回の試行を行い, 同定結果としてパラメータ行列の平均と標準偏差を求めた. 結果はつぎのようになった. (以下の値は (平均)  $\pm$  (標準偏差) を表している.)

- 提案手法

$$\hat{D}_1 = \begin{bmatrix} 1.58 & -0.98 \\ 0.81 & 0.70 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.03 & 0.05 \\ 0.02 & 0.04 \end{bmatrix},$$

$$\hat{D}_2 = \begin{bmatrix} -0.39 & 0.97 \\ -0.11 & 0.60 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.01 & 0.06 \\ 0.02 & 0.05 \end{bmatrix}.$$

- 最小二乗法

$$\hat{D}_1 = \begin{bmatrix} 1.56 & -0.99 \\ 0.83 & 0.69 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.06 & 0.08 \\ 0.06 & 0.11 \end{bmatrix},$$

$$\hat{D}_2 = \begin{bmatrix} -0.38 & 0.97 \\ -0.12 & 0.61 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.03 & 0.10 \\ 0.04 & 0.14 \end{bmatrix}.$$

これより、提案手法は最小二乗法よりも良い推定を与えていることがわかる。これは有限長のデータが独立であることよりも白色であることの方が厳しい条件であるためと考えられる。 $N_0 = I$ としたほかの例に関しても同様の結果を得た。ただしデータ点数が多くなると最小二乗法との差もなくなることから、提案手法は少ないデータ点数でのブラインド同定に有効であるといえる。

### 3.5 本章のまとめ

本章では独立成分分析を用いた多変量自己回帰モデルの未知入力システム同定法を提案した。伝達関数行列による動的な混合を、拡大状態空間モデルによって静的な混合に変換し、固定要素を持つ独立成分分析の問題に帰着させた。情報量の考え方をを用いることで、それに特化した同定アルゴリズムを導出し、数値例から、提案手法が十分な同定性能を有することを確認した。

この手法を用いれば、観測信号のみからシステムが同定できるため、外乱の検出、システムの診断など幅広い分野で有益であるものと考えられる。

つぎの発展として多変量移動平均モデルの未知入力同定も考えられるが、拡大状態空間モデルの左辺が未知な入力信号の遅れ要素で構成されるため、提案した手法をそのまま用いることは難しいと考えられる。

## 4. 独立成分分析に基づく外乱抑制制御系設計

### 4.1 本章のあらまし

外乱抑制問題は、制御工学における主要な問題の一つであり、その抑制には様々な方法が提案されてきた [16, 21, 46]. 外乱は、どのような信号がどのような経路で作用するのかが不明なことが多いので、抑制は容易ではない. そこで、たとえば制振問題では外乱として正弦波や正規性白色雑音が、サーボ系ではステップ信号が作用するといった仮定を設け、問題を簡約化した上での抑制が試みられてきた. 古典制御では、できるだけハイゲインなコントローラを設計する方法がとられるし、 $H^\infty$  制御理論 [33, 63] の観点からは外乱に対する感度を低減化する感度最適化問題で解決が図られてきた.

一般に外乱モデルをコントローラに内包できれば内部モデル原理 [21] によって完全に制御を行うことができる. しかし、前述の方法は、基本的には感度最適化問題の周波数重みの設計問題に帰着されるため、設計した重み関数がどの程度、外乱の特性を表しているのかによって制御性能が左右される.  $H^\infty$  制御理論に基づく外乱抑制は、外乱源から評価出力までの  $H^\infty$  ノルムを最小にするコントローラを求めるものであり、極めて有効な手法である. しかし、外乱源から評価出力までの伝達特性が同定できないことも多いので、入出力端の重み関数を先験情報あるいは試行錯誤で決定しなければならず、この点で改善の余地がある.

そこで本章では、外乱源と設計者による入力信号は独立であるという仮定のもとで、外乱源と、外乱源から出力までの伝達特性を同時に推定するために独立成分分析 [11, 12, 18] を用いることを考える. 独立成分分析によって得られた外乱に関する情報をもとに、システムに作用する未知外乱を効果的に抑制するための制御系設計について議論する.

独立成分分析は、多数の独立な源信号が混合されることによって次第に正規分布に漸近するという現象と、ちょうど逆の操作を行い [8, 17, 23], 混合された複数の信号からもとの独立成分を推定する手法である. そこで、この発想を制御工学にも導入し、複数のセンサ出力が、それぞれ独立な (制御信号や外乱源などの) 入力因子の足し合わせで生成されると仮定し、出力をそれぞれの要因に分離する

ことで、源信号から観測信号までの混合係数を推定する。この場合、源信号とはあくまで仮想的なものであるが、混合係数さえ得られればフィードバックによってそれを打ち消すことができ、外乱の影響を結果的に除去することができるものと考えられる。

本章はブラインド同定法の制御への応用を示すものであり、入力<sup>が</sup>（一部または全部）未知というシステムを扱えるという特色から、入力チャンネルが明確に認識されないシステムの制御問題として、未知外乱の抑制問題に取り組んでいる。外乱抑制方策は  $H^\infty$  制御理論の考え方に基づくものの、従来、試行錯誤で設計していた周波数重みを、独立成分分析（混合係数の推定）によって一意に決定できることを示す。具体的には、外乱を含む一般化プラントに対する感度最小化問題を解くことで外乱の影響を除去する手法と、独立成分分析で得られる分離系を用いた簡便な外乱抑制法を提案する。これらの手法の有効性を数値例で確認する。

## 4.2 問題の記述

ここでは本章で取り扱う外乱重畳モデルの定式化を行い、一般的な  $H^\infty$  制御理論による外乱抑制制御の概略を述べる。

### 4.2.1 外乱重畳モデル

本章では図 4.1 に示すような、多入力多出力の線形システムに外乱が重畳するモデルを考える。ここで  $d \in \mathbb{R}^{r_1}$  は未知外乱、 $f \in \mathbb{R}^{r_2}$  は制御入力であり、 $y_1 \in \mathbb{R}^{r_1}$ 、 $y_2 \in \mathbb{R}^{r_2}$  は動的システム  $G$  の観測信号を表す。

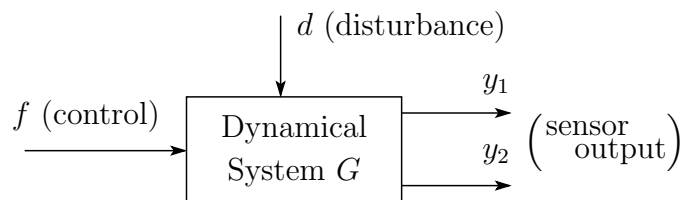


図 4.1 外乱重畳モデル

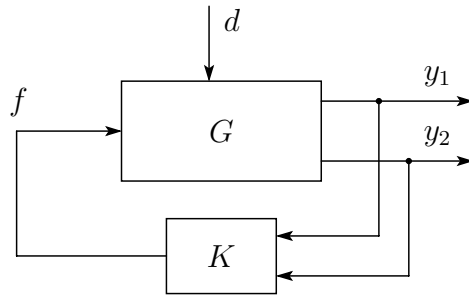


図 4.2 外乱抑制制御系

このとき、システムの入出力関係は

$$y(t) = G(z)u(t), \quad (4.1)$$

と表される。ここで

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} d \\ f \end{pmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

とおいた。以下では、入力ベクトル  $u$  の各成分は独立である（ただし正規分布に従う信号は1つ以上含まない）と仮定し、また、離散時間伝達関数行列  $G(z)$  は安定かつ可逆とする。（ $G_{11}$ ,  $G_{22}$  は正方である。）

本章では外乱  $d$  の出力  $y_2$  への影響を除去することを目標とする。すなわち

$$y_2(t) = G_{21}(z)d(t) + G_{22}(z)f(t), \quad (4.3)$$

に対して、適当なコントローラ  $K$  を設計し、制御入力  $f$  により  $d$  の影響を取り除くことである。（図 4.2 参照。）

フィードバック信号を  $f$  にしか印加しないのは、外乱  $d$  は未知であり、どこに作用しているどのような信号なのかが不明な信号だからである。したがって通常の方法では  $G_{21}$  を同定することができず、外乱抑制制御系の設計が困難な理由となる。

#### 4.2.2 感度低減化

外乱源や、外乱源から出力までの伝達特性が未知であっても  $G_{22}$  が既知であるので外乱抑制制御系は設計できる。この場合の最も一般的な方法としては、外乱

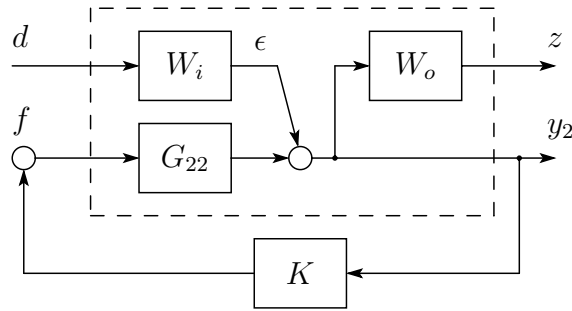


図 4.3 感度最小化による外乱抑制制御系

に起因する作用  $G_{21}d$  が不明なため、これを  $\epsilon$  と表現しておき、 $\epsilon$  から評価出力  $z$  (この場合  $z = y_2$ ) までの  $H^\infty$  ノルムを最小にするコントローラを設計するものであろう。たとえば図 4.3 に示す制御系で入力端重み関数を  $W_i = I$  と固定しておき、出力端重み関数  $W_o$  を適当に設計して、 $\epsilon$  から  $z = W_o y_2$  までの  $H^\infty$  ノルムを最小化するコントローラを求める方法が一般的であろう。(これとは逆に、 $W_o = I$  として入力端重み  $W_i$  を設計する方法も考えられる。この場合、 $G_{21}$  を試行錯誤で推定していることになる。)

これを一般化すると、従来の外乱抑制法は、 $d$  から  $z$  までの閉ループ伝達関数行列を  $T_{zd}$  で表すとき、つぎの一般化プラント

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} W_o W_i & W_o G_{22} \\ W_i & G_{22} \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

に対して重み関数  $W_i, W_o$  を適切に設計して

$$T_{zd} = W_o (I - G_{22} K_a)^{-1} W_i, \quad (4.5)$$

の  $H^\infty$  ノルムを最小にするコントローラ  $K_a$  を求める問題となる。(もちろん、 $y_2$  のみならず  $y_1$  もフィードバック制御に用いることができる。この場合についても同様に定式化できるが、ここでは省略する。)

外乱を効果的に抑制するには  $W_i = G_{21}, W_o = I$  と選択すれば良いが、 $G_{21}$  が未知であるから、結果的に  $W_i, W_o$  を試行錯誤で選ぶ必要があり、十分な抑制効果が得られるとは限らない。

この問題を独立成分分析を用いることで克服する。



### 4.3 独立成分分析による外乱の同定

外乱が、ほかの入力信号とは無関係に作用する独立な信号であるとき、独立成分分析を利用することでそれを推定することができる。ここでは §3 で提案した、動的システムに対する独立成分分析の一手法である VAR-ICA [38] を用いて外乱モデルを同定する方法を示す。

入力信号が独立で伝達関数行列  $G$  が

$$G(z) = D^{-1}(z)N(z), \quad (4.6)$$

$$\begin{cases} D(z) = I + D_1 z^{-1} + \dots + D_p z^{-p}, \\ N(z) = N_0, \end{cases}$$

と左既約分解されるとき、独立成分分析を用いると観測信号のみから  $G$  を同定することができる。ここで  $N_0 = (n_0^{ij})$  は正則で、 $n_0^{ii} = 1$ ,  $|n_0^{ij}| < 1$  を満たすと仮定する。この仮定は独立成分分析の不定性（振幅と順序が正しく復元できない性質）を回避するための措置である。

さて、 $G(z)$  をブラインド同定することで、本来同定できない  $G_{21}$  を推定することを考える。独立成分分析に基づくブラインド同定は、 $y = Gu$  という混合モデルに対して  $\hat{u} = Hy$  という逆混合モデルを考え、 $\hat{u}$  が真の  $u$  となるような分離系  $H(z)$  を推定することで達成される。しかし分離系  $H(z)$  を直接求めるのは困難なため、それを等価な定数行列（分離系に対して分離行列と呼ぶ。）で表現した VAR-ICA を用いることにする。

VAR-ICA では  $y = Gu$  という混合モデルを時系列に展開して得られたつぎの拡大モデル

$$\underbrace{\begin{pmatrix} y(t-p) \\ \vdots \\ y(t-1) \\ y(t) \end{pmatrix}}_{\eta(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} I & & O & O \\ & \ddots & & \vdots \\ O & & I & O \\ -D_p & \dots & -D_1 & N_0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} y(t-p) \\ \vdots \\ y(t-1) \\ u(t) \end{pmatrix}}_{s(t)}, \quad (4.7)$$

に対する分離問題を考える。  $\eta$  のみから  $s$  を復元するために、逆混合  $\hat{s}(t) = W\eta(t)$

を考え,  $W = A^{-1}$  となるような分離行列  $W$  を推定する.  $W$  の推定には, 以下に示す簡単な勾配法に基づく学習アルゴリズムが利用できる.

まず (4.7) 式左辺の拡大観測信号ベクトル  $\eta$  を構成し, 分離行列  $W$  の初期値として単位行列  $I$  を与える. そしてつぎに示す自然勾配 [4] を用いた学習則により  $W$  を更新する.

$$\hat{s} = W\eta, \quad (4.8)$$

$$\Delta W = \Pi (I - \mathcal{E}[\bar{\phi}(\hat{s})\hat{s}^T]) W, \quad (4.9)$$

$$W \leftarrow W + \alpha \Delta W. \quad (4.10)$$

ここで  $\alpha$  は学習率,  $\mathcal{E}[\cdot]$  は期待値演算の記号,  $\bar{\phi}(\cdot)$  は

$$\bar{\phi}(\hat{s}) = (\phi(\hat{s}_1), \dots, \phi(\hat{s}_{(r_1+r_2) \times (p+1)}))^\text{T}, \quad (4.11)$$

で定義されるベクトル値関数であり,  $\phi(\cdot)$  は score 関数 (適当な非線形関数) を表す. また  $\Pi$  は次式で定義される射影行列である.

$$\Pi = \text{block diag}(\underbrace{O, \dots, O}_p, I). \quad (4.12)$$

(4.7) 式の拡大モデルによる定式化では, 拡大入力信号ベクトル  $\hat{s}$  は完全に独立とはならないが, 射影行列  $\Pi$  によって独立と仮定した  $\hat{u}$  のみの独立性が評価されるため, 正しく独立成分を推定することができる.

学習が収束すると VAR-ICA の分離行列  $W$  は

$$W = \begin{bmatrix} I & & O & O \\ & \ddots & & \vdots \\ O & & I & O \\ N_0^{-1}D_p & \dots & N_0^{-1}D_1 & N_0^{-1} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

となるから分離系  $H(z)$  は  $W$  の各ブロック行列から

$$H(z) = N_0^{-1} + N_0^{-1}D_1z^{-1} + \dots + N_0^{-1}D_pz^{-p}, \quad (4.14)$$

として求めることができる。いま  $N_0$  を対角優位な形に限定しているのので、仮に独立成分分析の不定性により順序が入れ替わっても、正しい順序を復元することができる。

分離系  $H(z)$  は  $H(z)G(z) = I$  を満足する逆システムであるから、未知システム  $G(z)$  は

$$\hat{G}(z) = H^{-1}(z), \quad (4.15)$$

として観測信号のみから同定することができる。したがって、いま求めたい外乱モデル  $G_{21}$  は  $\hat{G}$  の (2,1) ブロックから取得することができる。

#### 4.4 外乱抑制制御 I —重み関数を用いた制御—

独立成分分析によって  $G_{21}$  が同定できるので、同定結果を用いて、図 4.4 のような制御系の設計が可能となる。

この制御系では一般化プラントが

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} \hat{G}_{21} & G_{22} \\ \hat{G}_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

となるから外乱の情報を陽に取り込むことができる。そして

$$T_{zd} = (I - G_{22}K_b)^{-1}\hat{G}_{21}, \quad (4.17)$$

の  $H^\infty$  ノルムを最小にするコントローラ  $K_b$  を求めることで、より厳密な外乱の抑制が期待できる。

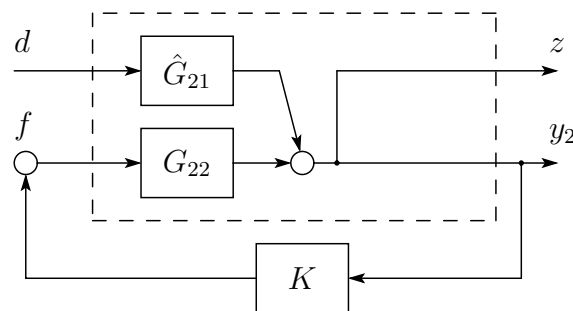


図 4.4 提案するフィードバック制御系

同定結果をすべて用いると  $y_1$  もフィードバック制御に利用できるため

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} \hat{G}_{21} & G_{22} \\ \hat{G}_{11} & G_{12} \\ \hat{G}_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

という一般化プラントを構成し

$$T_{zd} = \begin{bmatrix} O & I \end{bmatrix} \left( I - \begin{bmatrix} G_{12} \\ G_{22} \end{bmatrix} K_c \right)^{-1} \begin{bmatrix} \hat{G}_{11} \\ \hat{G}_{21} \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

の  $H^\infty$  ノルムを最小化するコントローラ  $K_c$  を求める問題としても定式化できる.

従来法では  $G_{21}$  が同定できなかったために重み関数を試行錯誤で設計していたが, ブラインド同定によって得られた結果を用いると, 系統的に重み関数を決定できることになる.

$G_{21}$  の推定に VAR-ICA を用いるために, 同定モデルに (4.6) 式の制約を受けるが, VAR-ICA は次数  $p$  を大きくとれば十分な近似性能を備えるため [39], 問題としている重み関数の推定には差し支えないものと考えられる. (同様の推定には, たとえば [28] なども用いることができるが学習アルゴリズムが複雑である.)

## 4.5 数値例 I

独立成分分析を用いて同定した外乱モデルの周波数応答は, どの程度有効な推定を与えるのか, また, 同定結果を用いて設計した制御系は, どの程度の外乱抑制効果を有するのかを数値シミュレーションで確認する. シミュレーションは MATLAB R14SP2 および Polynomial Toolbox 2.5 を用いて行い, 数値は適当な桁で四捨五入したものを記載している.

### 4.5.1 2自由度振動系

ここでは図 4.5 に示す 2 自由度振動系で, 地面の振動  $d$  が質点  $m_2$  に現れず  $y_2 = 0$  となるような制振問題を考える. この 2 自由度振動系の運動方程式は

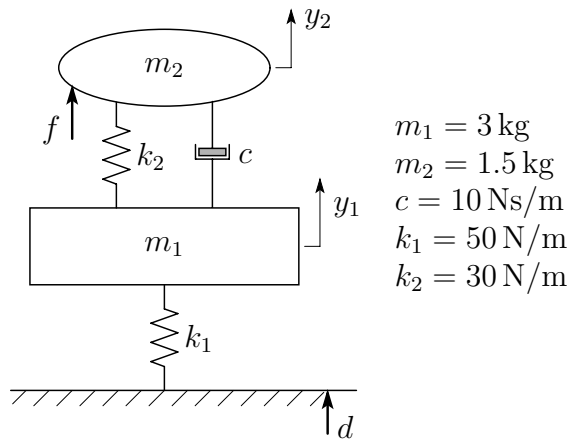


図 4.5 2 自由度振動系

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = FBu, \quad (4.20)$$

となる。ここで

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} d \\ f \end{pmatrix},$$

とおいた。(  $b_1, b_2$  は既知のゲインであり、今回は  $b_1 = 8.394, b_2 = 244.792$  と設定した。) 以下では  $u$  から  $y$  への伝達関数行列を  $G = (G_{ij})$  で表すことにする。

なお、離散時間システムを扱っているので、連続時間システム  $G(s)$  を零次ホールドで離散化したシステム  $G(z)$  に対するコントローラを設計する。サンプリング周期は  $0.1 \text{ s}$  とした。

制御入力  $f$  から出力  $y_1, y_2$  への伝達関数は既知であるが、外乱源 (地面の振動)  $d$  から  $y_1, y_2$  への伝達関数は未知であるとの問題設定のもとで議論を進める。

#### 4.5.2 重み関数の同定

$G$  に外乱  $d$  として正規性白色雑音が作用すると仮定し、同定のための検査信号  $f$  として M 系列信号を印加したときの応答波形  $y$  を図 4.6 に示す。(4.9) 式で用

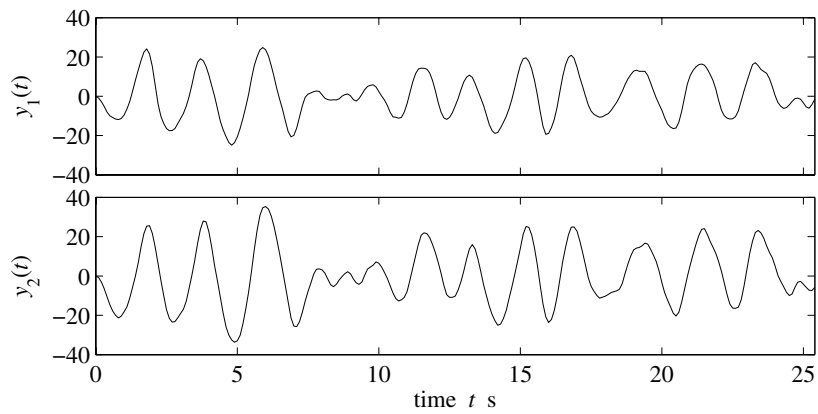


図 4.6 観測した質点の変位

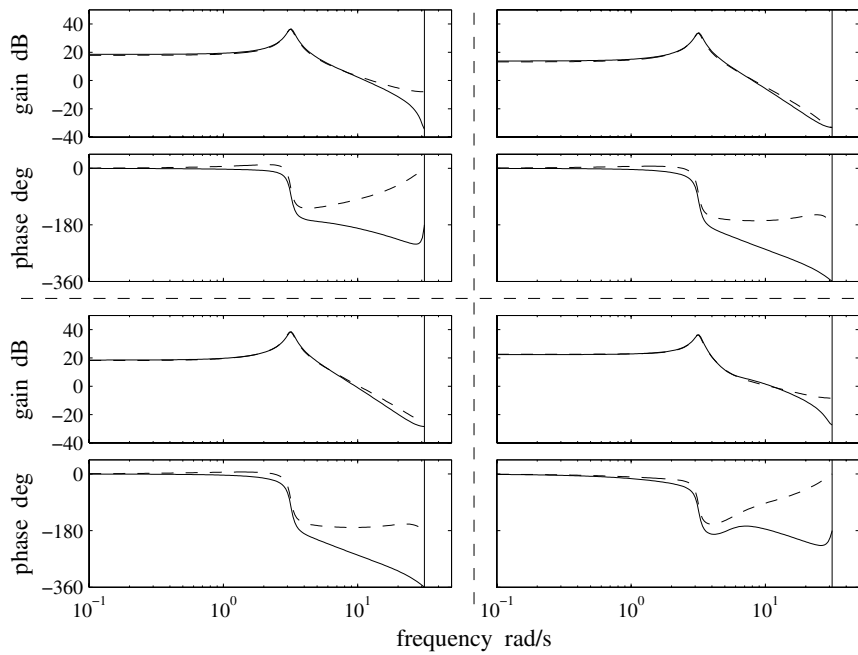


図 4.7 伝達関数行列の各要素の Bode 線図 (実線：真のシステム，破線：同定したシステム.)

いる score 関数として  $\phi(x) = x^3$ ，次数  $p = 2$  と与えて，255 点の時系列からなる応答波形のみを用いてブラインド同定を行った。(本来， $u$  が独立であればブラインド同定可能であるが，一致推定量を得るには  $u$  の各成分が白色であることを

VAR-ICAが要求しているため、ここでは $d$ も $f$ も無相関な信号を印加している。また、この例では $f$ がスカラーなのでM系列信号を用いたが、ベクトルの場合には、検査信号の独立性にも注意を払う必要がある。）

その結果をBode線図として図4.7に描いた。実線が真のシステム、破線が同定結果を表し、 $G$ の各要素に対応する位置に、それぞれのBode線図を配置している。左側に配置されたBode線図が外乱 $d$ から出力 $y_1, y_2$ への伝達関数に対応するが、周波数特性が非常に良く一致していることから、重み関数の推定に独立成分分析を用いることの有効性が確認できる。

### 4.5.3 外乱抑制

外乱 $d$ から出力 $y_2$ までの伝達関数を $T_{y_2d}$ とすると、制御目的は $T_{y_2d}$ の $H^\infty$ ノルム ( $\|\cdot\|_\infty$ で表す。)を最小にすることである。以下では $\|T_{y_2d}\|_\infty$ と、外乱 $d$ の出力 $y_2$ への応答(以降、外乱応答と呼ぶ。)である $T_{y_2d}(z)d(t)$ を用いて制御性能を評価する。

制御を行わない場合の外乱応答を図4.8(a)に示す。このとき、外乱 $d$ はブラインド同定を行ったときと同じ信号を用いている。非制御時は $T_{y_2d} = G_{21}$ であり、そのときの $H^\infty$ ノルムは $\|T_{y_2d}\|_\infty = 84.185$ であった。

まず従来法でコントローラを設計する。この例では、重み関数として $W_i = 1$ ,  $W_o = (1 - e^{-0.1})/(z - e^{-0.1})$ と選び、(4.5)式に基づきコントローラ $K_a$ を導出した。その結果、外乱応答は図4.8(b)のようになった。また、 $\|T_{y_2d}\|_\infty = 30.663$ となった。非制御時よりも信号振幅が減少しているものの、 $H^\infty$ ノルムは0とはなっておらず、重み関数の選定が十分ではないことがわかる。

そこで同定結果を用いたコントローラを設計する。 $y_2$ のみをフィードバック制御に用いる場合のコントローラ $K_b$ を(4.17)式に、 $y_1$ も用いる場合のコントローラ $K_c$ を(4.19)式に基づいて導出した結果、外乱応答は図4.8(c)および図4.8(d)のようになった。 $H^\infty$ ノルムはそれぞれ0.580, 1.168となり、ほぼ完全に外乱を除去できていることがわかる。

この結果から独立成分分析を用いると重み関数を一意に決定でき、近似性能も良好なため効果的に外乱を抑制できることが確認された。

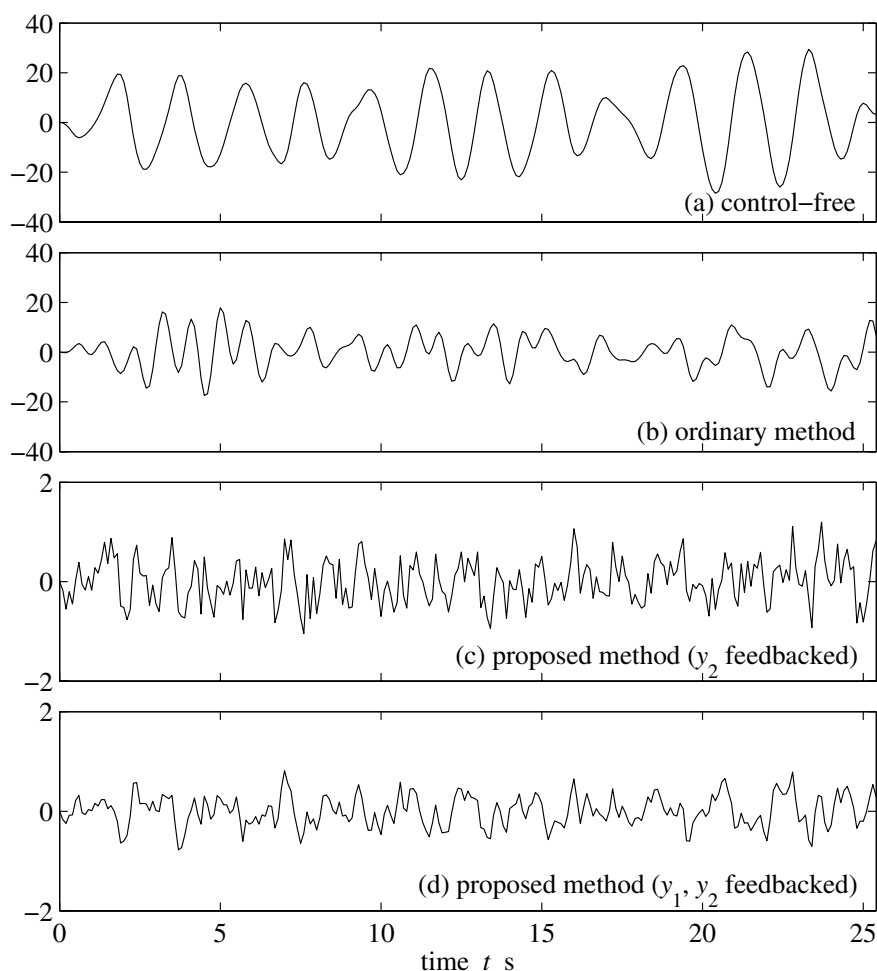


図 4.8 上部の質点  $m_2$  の変位 (上からそれぞれ, (a) 制御前, (b) 従来法, (c) 提案法 ( $y_2$  フィードバック), (d) 提案法 ( $y_1, y_2$  フィードバック) の外乱応答を表している.)

#### 4.6 外乱抑制制御 II —分離系を用いた制御—

外乱モデルの同定に VAR-ICA を利用するとき, 外乱が完全除去できる場合の条件について議論する.

VAR-ICA はシステム  $G(z)$  を, その逆システムである分離系  $H(z)$  として同定するため, その特徴を生かした制御系を設計することができる. ここでは逆システムを利用した簡便な外乱抑制制御系の設計について考える.



**定理 3** いま分離系  $H(z)$  は同定対象  $G(z)$  の逆システムであり, (4.2) 式の  $G(z)$  に対応するサブシステム  $H_{11}(z), H_{22}(z)$  がともに不安定伝達零点を持たないとする. このとき外乱  $d$  の影響を除去し,  $y_2 = 0$  となるような制御入力  $f$  は

$$f = H_{21}(z)y_1, \quad (4.21)$$

で与えられる.

**証明** システムの入出力関係が  $u = Hy$  で表されることを利用すると

$$\begin{pmatrix} d \\ f \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(z) & H_{12}(z) \\ H_{21}(z) & H_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.22)$$

を満たせば良い. これより

$$\begin{cases} d = H_{11}(z)y_1, \\ f = H_{21}(z)y_1, \end{cases} \quad (4.23)$$

という関係が成立し, これは

$$f = H_{21}(z)H_{11}^{-1}(z)d = -G_{22}^{-1}(z)G_{21}(z)d, \quad (4.24)$$

となるから, (4.3) 式より  $y_2 = 0$  がいえる. したがって図 4.9 に示すフィードバック制御を施せば良いことがわかる. 一方, 安定性は  $G_{12}$  と  $H_{21}$  で構成される閉ループ系が安定となれば良い. 閉ループ系の伝達関数行列は

$$(I - G_{12}H_{21})^{-1} = I - G_{12}G_{22}^{-1}G_{21}G_{11}^{-1} = I - H_{11}^{-1}H_{12}H_{22}^{-1}H_{21}, \quad (4.25)$$

となるから  $H_{11}(z), H_{22}(z)$  が不安定な伝達零点を持たなければ制御系は安定となる. □

この定理によれば,  $G(z)$  がまったくの未知であっても (4.6) 式でモデル化できるならば,  $H(z)$  が  $G(z)$  の逆システムであるから

$$K_d = H_{21}, \quad (4.26)$$

をフィードバックコントローラとして採用すれば  $y_2 = 0$  となり, 外乱を完全に除去することができる.

## 4.7 数値例 II

外乱を完全除去できる場合の数値例として，ここでは未知システムに作用する未知外乱の除去という特殊な事例を考える．通常，この問題に対して有効な設計法はないに等しいが，独立成分分析を利用するとそれが可能となる．

### 4.7.1 未知システムのブラインド同定

(4.6) 式を満たす未知システムとしてつぎのものを考える．

$$\begin{aligned}
 G(z) &= D(z)^{-1}N(z) & (4.27) \\
 &= \begin{bmatrix} z^2 + 0.6z - 0.2 & -0.8z + 0.4 \\ 0.1z + 0.2 & z^2 - 0.3z + 0.8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} z^2 & 0.1z^2 \\ 0.6z^2 & z^2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{z^4 + 0.18z^3 + 0.56z^2}{z^4 + 0.3z^3 + 0.5z^2 + 0.66z - 0.24} & \frac{0.1z^4 + 0.77z^3 - 0.32z^2}{z^4 + 0.3z^3 + 0.5z^2 + 0.66z - 0.24} \\ \frac{0.6z^4 + 0.26z^3 - 0.32z^2}{z^4 + 0.3z^3 + 0.5z^2 + 0.66z - 0.24} & \frac{z^4 + 0.59z^3 - 0.22z^2}{z^4 + 0.3z^3 + 0.5z^2 + 0.66z - 0.24} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

このシステムの  $G_{11}$ ,  $G_{22}$  はともに最小位相である．

未知システム  $G$  に数値例 I と同様に，外乱  $d$  として正規性白色雑音が入作用すると仮定し，同定のための検査信号  $f$  として M 系列信号が印加されるとの問題設定のもとで，VAR-ICA によりブラインド同定を行う．

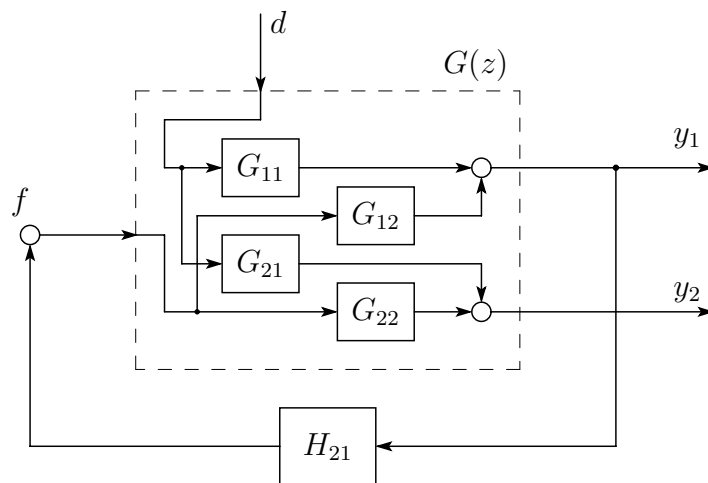


図 4.9  $y_2 = 0$  に制御するためのフィードバック制御系

score 関数  $\phi(x) = x^3$ , 次数  $p = 2$  として, 511 点の時系列データを用いてブラインド同定した結果, 分離系  $H$  としてつぎの伝達関数行列を得ることができた.

$$H(z) = \begin{bmatrix} \frac{1.057(z+0.804)(z-0.246)}{z^2} & \frac{-0.094(z+8.809)(z-0.400)}{z^2} \\ \frac{-0.642(z+0.987)(z-0.524)}{z^2} & \frac{1.057(z^2+0.193z+0.566)}{z^2} \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

したがって, 同定対象のシステムは, (4.15) 式より

$$\begin{aligned} \hat{G}(z) &= H^{-1}(z) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{z^4+0.19z^3+0.57z^2}{z^4+0.29z^3+0.51z^2+0.64z-0.22} & \frac{0.09z^4+0.75z^3-0.31z^2}{z^4+0.29z^3+0.51z^2+0.64z-0.22} \\ \frac{0.61z^4+0.28z^3-0.31z^2}{z^4+0.29z^3+0.51z^2+0.64z-0.22} & \frac{z^4+0.56z^3-0.20z^2}{z^4+0.29z^3+0.51z^2+0.64z-0.22} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.29)$$

として推定することができる.

#### 4.7.2 外乱抑制

制御を行わない場合の外乱応答を図 4.10(a) に示す. 非制御時の  $H^\infty$  ノルムは  $\|T_{y_2d}\|_\infty = 12.508$  である.

そこで, まず数値例 I と同様に, 外乱の伝達特性を一般化プラントに組み入れたコントローラを設計する. この例では  $G_{ij}$  はすべて未知なので, コントローラの設計の際は同定結果  $\hat{G}_{ij}$  で置き換えることにする.

$y_2$  のみをフィードバック制御に利用するとき, 感度を最小化するコントローラとしてつぎのものを得た. (コントローラは低次元化したものを記載している.)

$$K_b = -\frac{8.057 \times 10^7 (z + 0.987)(z - 0.524)}{(z + 0.804)(z - 0.246)}. \quad (4.30)$$

このコントローラを実装したときの外乱応答を図 4.10(b) に示す.  $H^\infty$  ノルムは  $\|T_{y_2d}\|_\infty = 1.626 \times 10^{-8}$  となった. 図で  $y$  軸のレンジが  $\times 10^{-7}$  となっていることから完全に外乱を除去できていることがわかる. しかし, コントローラのゲインは非常に高く, 実用上, 好ましいとはいえない.

つぎに観測信号  $y_1, y_2$  の両方をフィードバック制御に用いる場合を考える. このとき, コントローラは

$$K_c = \begin{bmatrix} -\frac{0.642(z + 0.987)(z - 0.524)}{z^2} & -\frac{0.014(z^2 + 0.299z + 0.143)}{z^2} \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

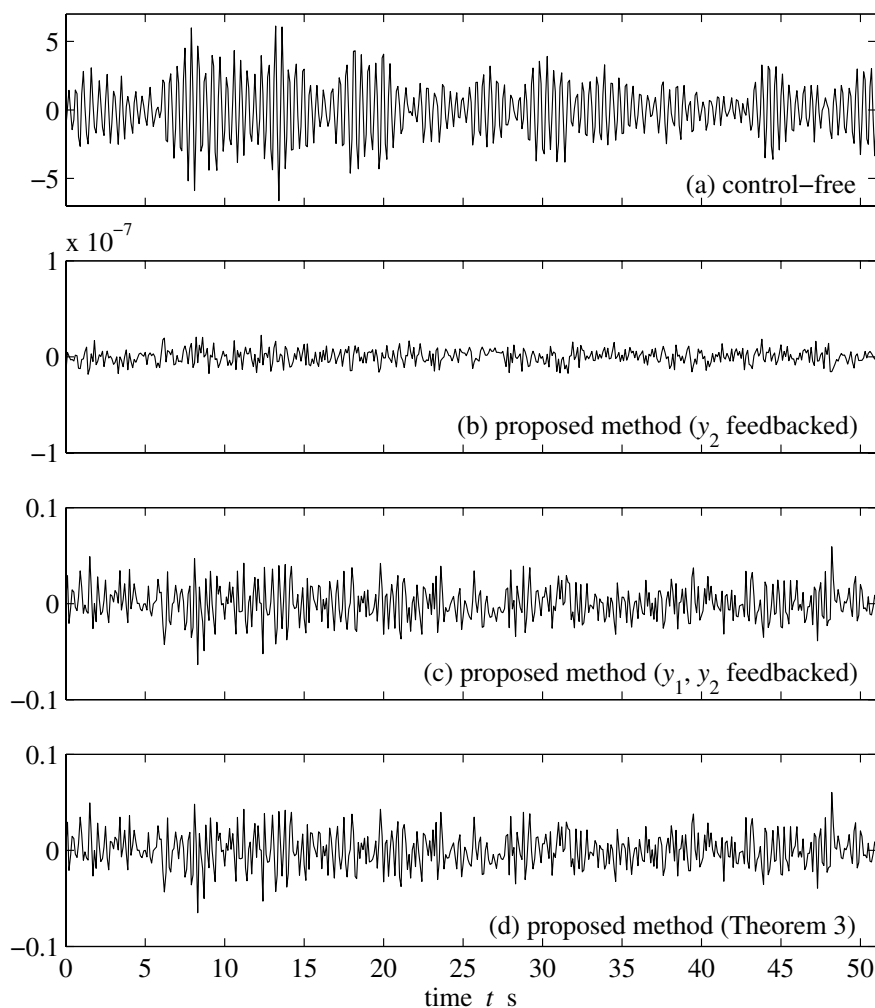


図 4.10 外乱抑制効果 ( $d$  から  $y_2$  までの影響を表している. 上からそれぞれ, (a) 制御前, (b) 提案法 ( $y_2$  フィードバック), (c) 提案法 ( $y_1, y_2$  フィードバック), (d) 提案法 (定理 3) の外乱応答を表している.)

となり, 外乱応答は図 4.10(c) のように, そして  $\|T_{y_2 d}\|_\infty = 0.0303$  となった. 低ゲインながら外乱の影響を抑えていることが確認できる. これは制御に利用できる信号が増えたためである.

最後に定理 3 にしたがって, 分離系  $H(z)$  を用いた制御を行う. (4.28) 式より,

フィードバックコントローラは

$$K_d = H_{21} = -\frac{0.642(z + 0.987)(z - 0.524)}{z^2}, \quad (4.32)$$

として与えられる。このコントローラを搭載したときの外乱応答を図 4.10(d) に示す。  $\|T_{y_2d}\|_\infty = 0.0311$  となっており、外乱が効果的に抑制されていることがわかる。(本来は完全に除去できるが、同定誤差のためにある程度のパワーを有し、0にはなっていない。)

図 4.10 の (c) と (d) に注目すると信号の波形がほとんど一致していることに気付く。これは (4.31) 式のコントローラ  $K_c$  を  $K_c = (k_c^1, k_c^2)$  と成分で表すとき、 $k_c^1$  は  $K_d$  に等しく、 $k_c^2$  の分子多項式には 0.014 が掛かっていることから、その寄与は小さく、これを 0 と見なすと、定理 3 で与えられるコントローラに一致するからである。定理 3 は  $d$  から  $y_2$  への  $H^\infty$  ノルムが 0 となるコントローラの条件を導いており、独立成分分析を用いると容易に外乱抑制に最適なコントローラを導出できることがわかる。

## 4.8 本章のまとめ

本章では、システムに作用する未知外乱の抑制に独立成分分析を用いることを提案し、独立成分分析によって得られる分離系を用いた効果的な外乱抑制制御系の設計法を提案した。

独立成分分析を用いた重み関数の設計では、近似モデルであっても周波数特性が真のモデルと良く一致するために制御効果が高く、重み関数を系統的に導出できるという点で従来法に比べて有用であることが確認された。また、適用範囲は限られるものの未知システムに作用する未知外乱の抑制についても、分離系を用いることで外乱抑制に最適なコントローラを容易に導出できることがわかった。

今回、外乱モデルの推定には VAR-ICA を用いたが、これはモデルが多変量自己回帰モデルに制限される。今後は移動平均項を含むブライント同定法によって、より正確に同定を行い、外乱抑制に利用することや、伝達関数行列の一部が既知の場合のセミブライント同定法の開発・援用が期待される。

## 5. 多変量自己回帰移動平均モデルのブラインド同定法

### 5.1 本章のあらまし

制御工学では、制御対象のモデリングは重要な要因であり、なかでも入出力信号から数学モデルを推定するシステム同定法は古くから盛んに研究されてきた [1,47]. 近年, 単に制御系設計のためのモデリングの手段としてではなく, システムの診断といった新しい領域へもシステム同定が応用されつつある. こういった用途では, 入力信号がたとえ未知であったとしても, 出力信号のみからシステムの状態を把握したいこともあり, ブラインド同定法への要求が高まっている [49]. そこで, 同定対象を多変量自己回帰モデル (以降, 多変量 AR モデルと呼ぶ.) に限定したとき, 独立成分分析に基づいて, 未知の係数パラメータを出力信号のみから直接, ブラインド同定する手法を提案し [38,52], さらにこれを機械振動系の異常検出に適用する実験を行った [39,53]. また, 同手法を用いてシステムに作用する未知外乱を同定しておき, それを抑制する制御系の設計法も提案している [36,40]. 本章では, 上述の限定を取り除き, より一般的な, 多変量自己回帰移動平均モデル (以降, 単に多変量 ARMA モデルと呼ぶ.) のブラインド同定法を開発する.

信号の独立性に着目した信号処理の手法として独立成分分析が注目されており, 音声分離 (ブラインド信号源分離) をはじめとして, 生体信号処理や通信など, 様々な分野への適用が報告されている [11,18]. これは, 独立な源信号が混合系によって混合される状況下で, 混合された信号 (観測信号) のみから, 独立性に基づいて逆システムとしての分離系を学習し, もとの源信号を復元する方法論である. 音声分離では, いわゆるカクテルパーティ問題に対する一つの解として知られており, 独立に発話する話者の音声を話者と同じ個数のマイクロホンで収録し, それぞれの音声に分離する [8]. 生体信号への応用では, 脳機能の解析の際に, ノイズに埋もれた信号から意味のある信号を抽出する目的で用いられている [20]. これらの例からわかるように, 従来の適用事例は復元する信号に興味がある場合がほとんどであった. ここでは, 分離系が混合系の逆システムを与えるという事実に着目し, 同定対象を混合系と見なしてブラインド同定に応用する.

混合系が定数行列の場合は逆行列を推定すれば良く、探索空間が限られるため比較的容易に解くことができる。しかし、より一般的な混合系として多変量 ARMA モデル (IIR/FIR フィルタ) 考えた場合、探索空間が格段に広がるために解法は難しくなる。そこで従来は、分離系が FIR フィルタで構成できると仮定し、そのかわりにタップ長を十分大きくとって独立成分を推定する手法 [28] や、時間領域ではなく周波数領域での分離問題に帰着させる方法 [19] がとられてきた。

多変量 ARMA モデルが安定かつ最小位相ならば多変量 AR モデルで近似できるため、分離系を FIR フィルタで近似しても独立成分を推定することができる。しかし、タップ長が増大するために、信号のサンプル数も膨大にならざるを得ない。音声は広帯域なので問題はないが、制御工学では長時間の計測を要するため、これは望ましくない。しかも、制御ではモデルの推定を目的とするため、パラメトリックモデルを与え、その未知パラメータを同定することが重要となる。近似解法ではモデルの低次元化が必要となり、それには様々な困難が伴うため、未知パラメータを直接同定する方法があれば望ましい。他方、周波数領域での議論では、周波数ビンごとに信号の入れ替えについて対処しなければならず手続きが複雑になる。

本章では独立な入力信号を仮定するものの、入力信号に関してはそれ以外の情報を一切用いることなく、観測信号のみから未知パラメータ (フィルタ係数) を推定する手法を開発する。多変量 ARMA モデルを多項式行列の左分解表現で定式化し、逆システムの学習機構にフィードバック構造を導入することで、移動平均項を含む場合でもフィルタ係数を正しく推定するアルゴリズムを提案する。提案手法の有効性を数値例で確認する。

## 5.2 問題の記述

### 5.2.1 多変量自己回帰移動平均モデル

入出力関係が次式で表される離散時間システムを考える。

$$y(t) = G(z)u(t). \quad (5.1)$$

$u(t) \in \mathbb{R}^n$  は入力ベクトル,  $y(t) \in \mathbb{R}^n$  は出力ベクトルであり,  $G(z)$  は

$$G(z) = D^{-1}(z)N(z), \quad (5.2)$$

と左分解される離散時間伝達関数行列である. また  $D(z)$ ,  $N(z)$  は次式で定義される多項式行列である.

$$\begin{cases} D(z) = I_n + D_1z^{-1} + \cdots + D_pz^{-p}, \\ N(z) = N_0 + N_1z^{-1} + \cdots + N_qz^{-q}. \end{cases} \quad (5.3)$$

ここで  $p, q$  は既知の自然数,  $I_n$  は  $n$  次の単位行列 (次数が明らかなきときは単に  $I$  と書く.),  $D_i$  および  $N_j$  は正方行列とし, さらに  $N_0 = (n_{kl}^0)$  について

$$n_{kk}^0 = 1, \quad |n_{kl}^0| < 1 \quad (k \neq l), \quad \det N_0 \neq 0, \quad (5.4)$$

であると仮定する.

この仮定について説明する. 独立成分分析では信号の独立性を評価するため, 信号の順序と振幅に不定性がある. そこで  $N_0$  を対角優位に限定することで順序の不定性を取り除き, 対角成分を 1 にすることで振幅の不定性に対処する. また  $N_0$  が特異な場合は逆システムが存在しないため独立成分を復元できないことになる.

いまシステムの入出力関係は

$$D(z)y(t) = N(z)u(t), \quad (5.5)$$

と書き表される. ここで  $z$  が単位シフト演算子であることに注意すると, この式と等価な時間領域の表現として次式を得る.

$$y(t) + \sum_{i=1}^p D_i y(t-i) = N_0 u(t) + \sum_{j=1}^q N_j u(t-j). \quad (5.6)$$

これは  $p$  次の多変量自己回帰モデルと  $q$  次の多変量移動平均モデルからなる多変量自己回帰移動平均モデルであり, 以後, 簡単のために VARMA( $p, q$ ) で表すことにする.



本章の目的は  $u$  を知ることなく  $y$  のみから (5.3) 式のパラメータ行列 ((5.6) 式でいうフィルタ係数) を推定することである。ただし入力ベクトル  $u$  は独立であると仮定する。

本章では、さらに  $\det D(z)$  および  $\det N(z)$  が安定多項式であると仮定する。すなわち、(5.2) 式を安定かつ最小位相なシステムに限定する。

### 5.2.2 拡大状態空間モデル

(5.6) 式の VARMA( $p, q$ ) モデルをブラインド同定するために、入出力関係をつぎの拡大状態空間モデルに拡張する。

$$\begin{pmatrix} \tilde{y}(t) \\ \tilde{u}(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_{np} & O & O \\ O & I_{nq} & O \\ -\tilde{D} & \tilde{N} & N_0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{y}(t) \\ \tilde{u}(t) \\ u(t) \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

ここで

$$\tilde{y}(t) = (y^T(t-p), \dots, y^T(t-1))^T \in \mathbb{R}^{np}, \quad (5.8)$$

$$\tilde{u}(t) = (u^T(t-q), \dots, u^T(t-1))^T \in \mathbb{R}^{nq}, \quad (5.9)$$

であり

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} D_p & \dots & D_1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times np}, \quad (5.10)$$

$$\tilde{N} = \begin{bmatrix} N_q & \dots & N_1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times nq}, \quad (5.11)$$

である。また、 $O$  は適当なサイズの零行列であり、以降、 $O_n$  で  $n$  次の正方な零行列を表す。簡単のために (5.7) 式をつぎのように書き表すことにする。

$$\eta(t) = As(t). \quad (5.12)$$

(5.12) 式は一見すると、通常の、定数行列  $A$  によって混合される信号の分離問題のように思われる。しかし、(5.7) 式のように単位行列や零行列に固定されているブロックが  $A$  には含まれており、この構造を保存しつつ分離を達成する必要がある。そのアルゴリズムを次節で与える。

### 5.3 ブラインド同定

拡大状態空間モデルによる多変量 ARMA モデルの定式化は，形式的には定数行列による混合となるため，§2で紹介した従来から良く知られている独立成分分析のアルゴリズムが適用できるように思われる．しかし (5.7) 式の混合モデルは特殊な構造を有しているために直接適用することはできない．これは，拡大状態空間モデルで定式化すると，つぎの3つの問題が生じてしまうためである．

1. 拡大系の入出力ベクトルに共通した成分が含まれる．言い換えれば混合行列  $A$  に単位行列や零行列などの固定された要素が存在する．
2. 拡大系の入力ベクトル  $s$  は独立でない．
3. 拡大系の出力ベクトル  $\eta$  に，本来未知である入力ベクトル  $u$  が含まれる．

1 番目の問題点は，分離系にも特殊な構造が必要であることを意味する．信号分離が正しく行われるためには  $WA = I$  とならなければならないので

$$W = \begin{bmatrix} I_{np} & O & O \\ O & I_{nq} & O \\ N_0^{-1}\tilde{D} & -N_0^{-1}\tilde{N} & N_0^{-1} \end{bmatrix}, \quad (5.13)$$

を推定することが目的となる．しかし，分離行列  $W$  には固定要素（単位行列  $I$  や零行列  $O$ ）が存在するため，その構造を維持して学習させるには，それを制約条件と見なして学習方向を制限する必要がある．

制約がない場合， $W$  の微分  $dW$  は (5.13) 式と同様のブロック行列を用いた表現では

$$dW = \begin{bmatrix} dW_{11} & dW_{12} & dW_{13} \\ dW_{21} & dW_{22} & dW_{23} \\ dW_{31} & dW_{32} & dW_{33} \end{bmatrix}, \quad (5.14)$$

となるため，学習によって固定要素が変化してしまう．これが保存されるには

$$dW = \begin{bmatrix} O_{np} & O & O \\ O & O_{nq} & O \\ dW_{31} & dW_{32} & dW_{33} \end{bmatrix}, \quad (5.15)$$

なる方向への学習が必要となる。この学習方向の制限は、定理1より、つぎの射影行列

$$\Pi = \begin{bmatrix} O_{np} & O & O \\ O & O_{nq} & O \\ O & O & I_n \end{bmatrix} = \text{block diag}(\underbrace{O_n, \dots, O_n}_{p+q}, I_n), \quad (5.16)$$

を左から掛けることで達成される。

この射影は2番目の問題点も同時に解決する。通常の独立成分分析では入力ベクトルの各成分が独立であるという立場で逆システムの推定を行うが、拡大状態空間モデルでは入力ベクトルに独立成分はもちろん含まれるが、従属成分も同時に含まれてしまう。しかし、この射影によって  $s$  のうち  $u$  のみの独立性を測ることができる [38]。結果として、(2.27)式にかわる学習則は、(5.16)式で定義した  $\Pi$  を用いた次式で与えられる。

$$\Delta W = \Pi(I - \mathcal{E}[\bar{\phi}(\hat{s})\hat{s}^T])W. \quad (5.17)$$

残るは3番目の問題である。我々の目的は入力信号を用いず、観測信号のみからモデルを同定することであった。しかし、(5.7)式の左辺には、本来未知であるはずの入力信号が含まれている。そこでこの信号を（現在、推定しつつある）分離系からの出力（つまり入力推定値）で代用する。これは分離系の出力をフィードバックすることに相当する。

提案するフィードバック構造を有した  $W$  の学習機構を図5.1に示す。提案手法では、未知な入力信号  $u$  のかわりに推定した独立成分  $\hat{u}$  を用いて  $W$  を学習する。

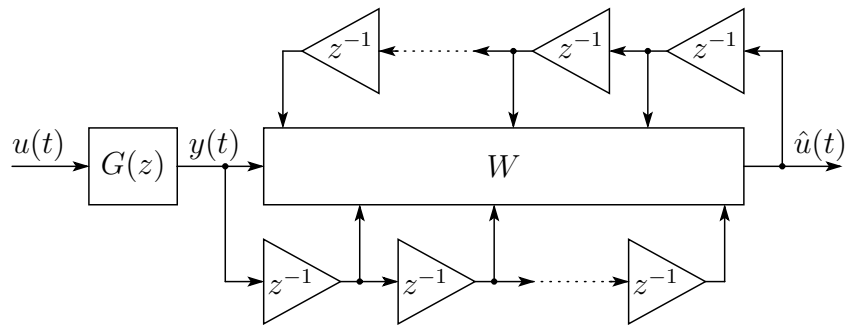


図5.1 提案する分離系  $W$  の学習機構

学習初期では推定した独立成分の独立性は低いものの、学習が進むにつれて、独立性は増大し、やがて真の入力信号である独立成分を推定することが期待される。

学習をはじめるときに、初期条件を設定しなければならない。分離行列  $W$  の初期値は単位行列  $I$  とする。これは  $N_0$  に対する仮定と拡大状態空間モデルによって、 $W$  の対角成分に 1 が並ぶためである。この初期条件のもとでは  $\hat{u} = y$  が成立するので、フィードバックする最初の推定入力信号  $\hat{u}$  は  $y$  を選ぶことにする。多変量 ARMA モデルのブライント同定アルゴリズムを以下にまとめる。

### 《VARMA-ICA アルゴリズム》

ステップ 1: 分離行列  $W$  の初期値として単位行列  $I$  を設定し、 $\hat{u} = y$  とし、拡大入力信号ベクトルの推定値  $\hat{s}$  を生成する。(このとき、 $\tilde{y}(t)$ ,  $\tilde{\hat{u}}(t)$  の部分は適当でも良い。)

$$\hat{s}(t) = \left( \tilde{y}^T(t), \tilde{\hat{u}}^T(t), \hat{u}^T(t) \right)^T.$$

ステップ 2: 現在の推定入力信号  $\hat{u}$  を取得する。

$$\hat{u}(t) = \Psi \hat{s}(t).$$

ここで  $\Psi = \left( \underbrace{O_n, \dots, O_n}_{p+q}, I_n \right)$  とおいた。

ステップ 3: 拡大観測信号ベクトルを生成する。

$$\eta(t) = \left( \tilde{y}^T(t), \tilde{\hat{u}}^T(t), y^T(t) \right)^T.$$

ステップ 4: 制約付き自然勾配法によって  $W$  を学習する。(  $\alpha$  は学習率。)

$$\hat{s} = W\eta,$$

$$\Delta W = \Pi(I - \mathcal{E}[\bar{\phi}(\hat{s})\hat{s}^T])W,$$

$$W \leftarrow W + \alpha\Delta W.$$

ステップ 5: 学習が収束し、 $\|\Delta W\|_F \rightarrow 0$  となるまでステップ 2 へ戻りループを繰り返す。

ステップ6: 求まった分離行列  $W$  が (5.13) 式の構造を有していることを利用して, 未知フィルタ係数  $D_i, N_j$  を復元する.

## 5.4 数値例

ここでは VARMA(4,3) モデルのブラインド同定問題を考える. (5.3) 式に対応する係数行列は, 乱数を用いてつぎのように生成した.

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 \\ -0.3 & 0.9 \end{bmatrix}, & D_2 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ -1.0 & 0.6 \end{bmatrix}, \\
 D_3 &= \begin{bmatrix} 0.4 & -0.7 \\ -0.7 & -0.6 \end{bmatrix}, & D_4 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 \\ -0.5 & -0.1 \end{bmatrix}, \\
 N_0 &= \begin{bmatrix} 1.0 & 0.2 \\ -0.6 & 1.0 \end{bmatrix}, & N_1 &= \begin{bmatrix} -0.1 & 0.7 \\ -0.8 & 0.7 \end{bmatrix}, \\
 N_2 &= \begin{bmatrix} -0.3 & 0.3 \\ -0.1 & 0.1 \end{bmatrix}, & N_3 &= \begin{bmatrix} -0.4 & 0.7 \\ 0.4 & 0.1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

以下では, 小数点以下第3位を四捨五入した値を掲載している.

システムに印加される独立な未知入力信号  $u$  は, 図 5.2 に示すような  $\pm 1$  に 2 値化した乱数と M 系列信号である. データ点数は 127 点である. この信号をシステムに印加すると, 図 5.3 に示す波形を出力信号  $y$  として観測することができる.

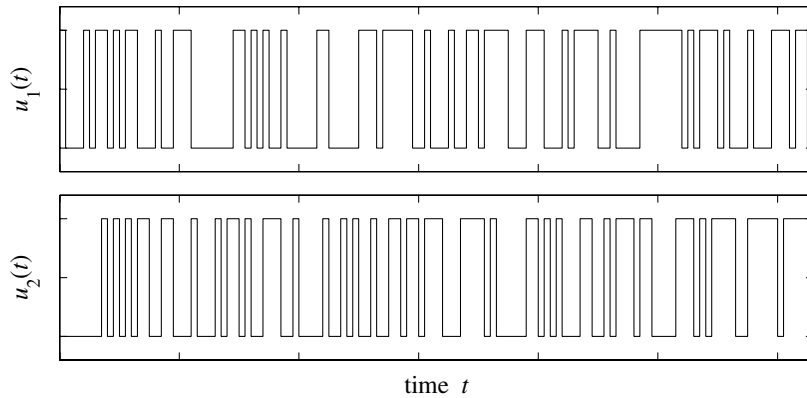


図 5.2 仮定した独立な入力信号 (この信号は同定には用いない)



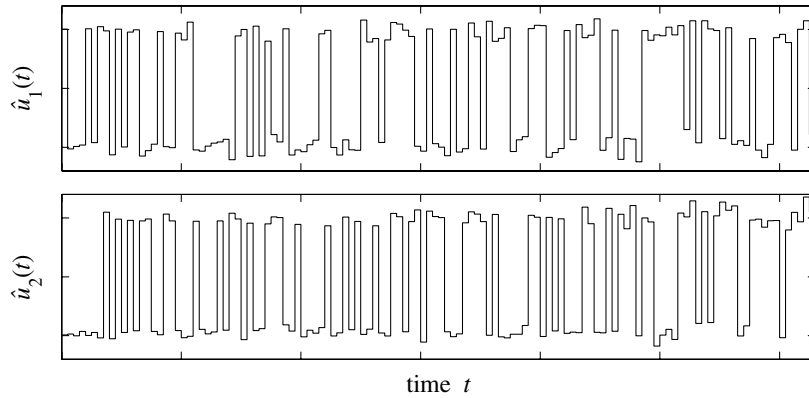


図 5.4 独立成分分析によって推定した入力信号

される.

$$\begin{aligned}
 \hat{D}_1 &= \begin{bmatrix} 0.05 & 0.64 \\ -0.28 & 0.92 \end{bmatrix}, & \hat{D}_2 &= \begin{bmatrix} 0.06 & 0.07 \\ -0.98 & 0.60 \end{bmatrix}, \\
 \hat{D}_3 &= \begin{bmatrix} 0.36 & -0.72 \\ -0.70 & -0.58 \end{bmatrix}, & \hat{D}_4 &= \begin{bmatrix} 0.07 & 0.63 \\ -0.48 & -0.14 \end{bmatrix}, \\
 \hat{N}_0 &= \begin{bmatrix} 1.00 & 0.21 \\ -0.59 & 1.00 \end{bmatrix}, & \hat{N}_1 &= \begin{bmatrix} -0.15 & 0.72 \\ -0.80 & 0.72 \end{bmatrix}, \\
 \hat{N}_2 &= \begin{bmatrix} -0.31 & 0.28 \\ -0.06 & 0.11 \end{bmatrix}, & \hat{N}_3 &= \begin{bmatrix} -0.36 & 0.67 \\ 0.40 & 0.10 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

真値と比べると多少の誤差はあるものの、正しく推定できていることがわかる。また、本来の入力信号  $u$  (図 5.2) と推定した入力信号  $\hat{u}$  (図 5.4) を比較すると、両者の波形の特徴は一致しており、独立成分が正しく推定されていることも確認できる。

従来法として、たとえば T-W. Lee らの長タップの FIR フィルタで分離系を近似する方法 [28] を用いた場合、つぎの推定値を得ることができる。ここではタップ長を 50 として信号分離を行い、推定した入力信号と観測信号を用いてフィルタ係数を最小二乗推定したものを記載している。これは同定結果をそのまま用いると 50 次の多変量 AR モデルとなるためである。

$$\hat{D}_1^{\text{ls}} = \begin{bmatrix} -0.07 & 0.63 \\ 0.01 & 0.48 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_2^{\text{ls}} = \begin{bmatrix} 0.04 & -0.14 \\ -0.78 & 0.76 \end{bmatrix},$$

$$\hat{D}_3^{\text{ls}} = \begin{bmatrix} 0.35 & -0.79 \\ -0.41 & -0.54 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_4^{\text{ls}} = \begin{bmatrix} 0.09 & 0.68 \\ -0.30 & -0.11 \end{bmatrix},$$

$$\hat{N}_0^{\text{ls}} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.03 \\ -0.27 & 1.00 \end{bmatrix}, \quad \hat{N}_1^{\text{ls}} = \begin{bmatrix} -0.10 & 0.53 \\ -0.13 & 0.34 \end{bmatrix},$$

$$\hat{N}_2^{\text{ls}} = \begin{bmatrix} -0.04 & 0.14 \\ 0.12 & 0.35 \end{bmatrix}, \quad \hat{N}_3^{\text{ls}} = \begin{bmatrix} -0.19 & 0.44 \\ 0.04 & 0.20 \end{bmatrix}.$$

真値と比べると、符号が異なっていたり、値が大きく異なっていることがわかる。このことから提案手法の有効性が確認できた。

最後に、周波数応答と時間応答を確認しておく。

Bode 線図を図 5.5 に示す。システムは 2 入力 2 出力であるため、 $(i, j)$ -成分の Bode 線図をそれぞれ対応する位置に描いた。実線が真のシステム、破線が提案手法、点線が従来法による結果を表している。提案手法はゲインも位相も真のシステムにかなり良く一致しており、正しく同定できていることがわかる。

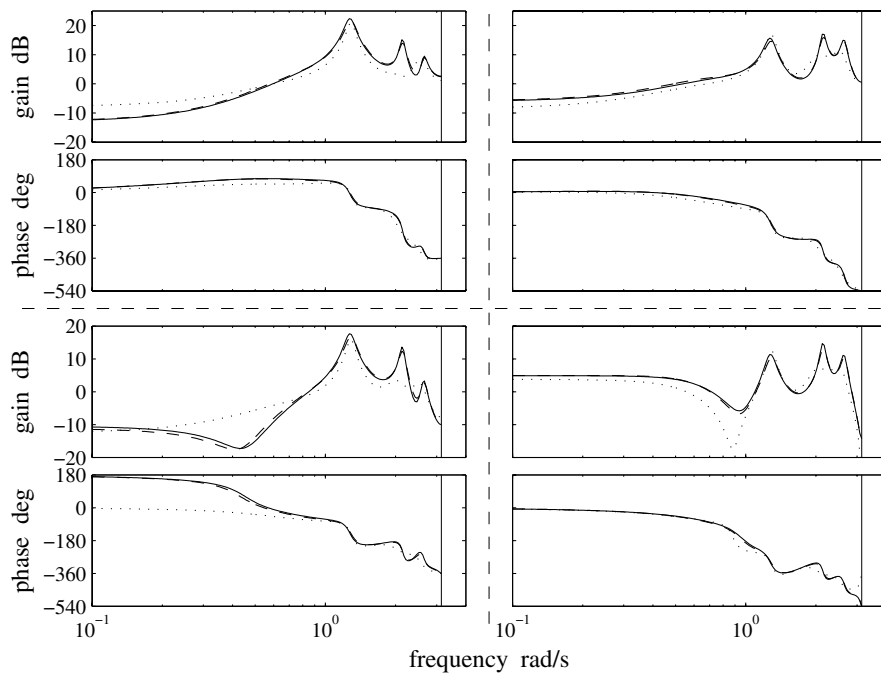


図 5.5 Bode 線図による比較 (実線：真のシステム，破線：VARMA-ICA による同定結果，点線：従来法を用いた結果.)



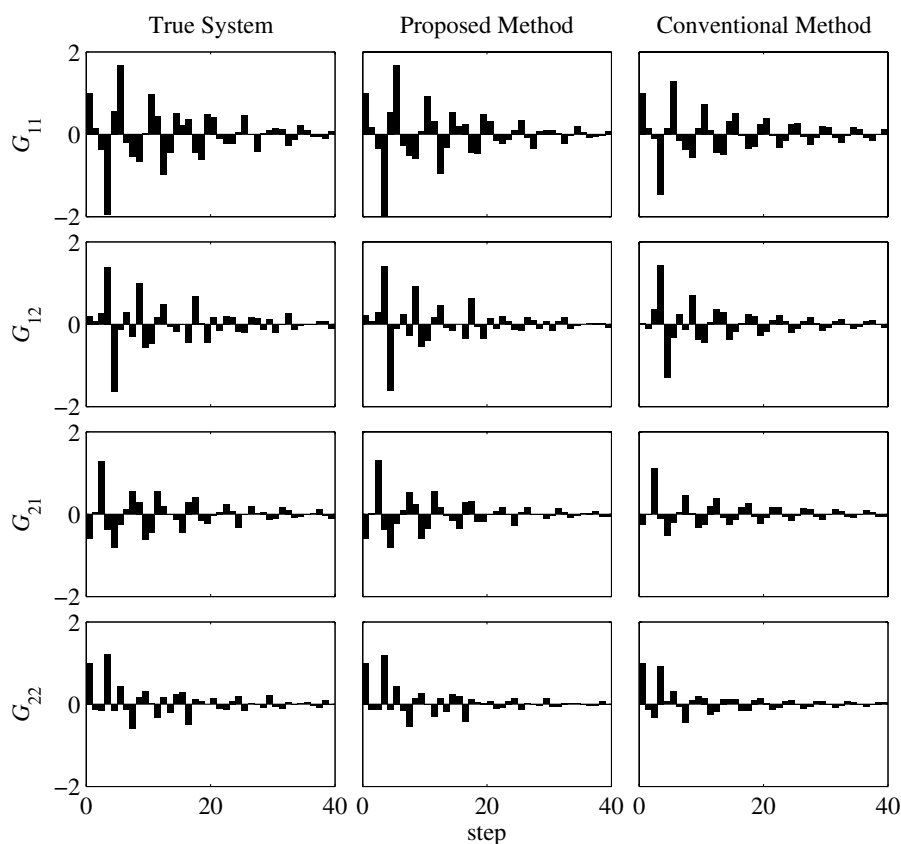


図 5.6 インパルス応答による比較（伝達関数行列の各要素を縦に並べて表示している。）

時間応答としてシステムのインパルス応答を図 5.6 に描いた。この図では伝達関数行列の各要素を縦に並べ、真のシステムと提案手法、さらに従来法を用いた場合の結果を対比させて表示している。これに関しても提案手法のインパルス応答は真のシステムのそれに非常に良く一致しており、提案したフィードバック構造を有する学習アルゴリズムの有効性が確認できた。

## 5.5 議論

先の数値例より、提案手法は源信号とフィルタ係数を正しく復元するとともに、周波数領域および時間領域での一致性も有ることがわかった。ここでは、再現

性や同定精度，次数が真のモデルと異なる場合などについて議論する．

### 5.5.1 再現性と同定精度

§5.4 で与えたモデルに対して，入力信号（データ点数は 127 点．）を生成する際の乱数の種を試行ごとに異なる値に設定して，提案アルゴリズムの再現性について検討を行う．異なる乱数の種に対する試行を 10 回行い，実験結果を「(平均) ± (標準偏差)」で評価すると，つぎの推定結果を得ることができた．

$$\begin{aligned} \hat{D}_1 &= \begin{bmatrix} 0.10 & 0.61 \\ -0.30 & 0.90 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.03 & 0.05 \\ 0.04 & 0.02 \end{bmatrix}, & \hat{D}_2 &= \begin{bmatrix} 0.07 & 0.10 \\ -1.01 & 0.59 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.02 & 0.04 \\ 0.02 & 0.04 \end{bmatrix}, \\ \hat{D}_3 &= \begin{bmatrix} 0.38 & -0.73 \\ -0.71 & -0.62 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.03 & 0.03 \\ 0.02 & 0.03 \end{bmatrix}, & \hat{D}_4 &= \begin{bmatrix} 0.09 & 0.57 \\ -0.50 & -0.12 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.02 & 0.05 \\ 0.01 & 0.05 \end{bmatrix}, \\ \hat{N}_0 &= \begin{bmatrix} 1.00 & 0.20 \\ -0.60 & 1.00 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.00 & 0.02 \\ 0.01 & 0.00 \end{bmatrix}, & \hat{N}_1 &= \begin{bmatrix} -0.11 & 0.70 \\ -0.81 & 0.71 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.05 & 0.03 \\ 0.05 & 0.03 \end{bmatrix}, \\ \hat{N}_2 &= \begin{bmatrix} -0.33 & 0.29 \\ -0.11 & 0.11 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.04 & 0.04 \\ 0.05 & 0.04 \end{bmatrix}, & \hat{N}_3 &= \begin{bmatrix} -0.39 & 0.69 \\ 0.38 & 0.09 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.07 & 0.06 \\ 0.06 & 0.03 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

真値に十分近い推定値が，大きなバラツキなく得られており，提案手法が再現性を有することが確認された．

つぎに，同定に用いるデータ点数を 127, 255, 511, 1023 と変化させたときに，同定精度がどのように変化するかを調査する．

それぞれのデータ点数で 10 回の同定実験を行って，平均と標準偏差を求め，その結果を図にまとめて示した．図 5.7 は 2 値信号と M 系列信号を印加したときの結果である．図は，たとえば  $D_1$  について，推定値が  $\hat{D}_1 = \bar{D}_1 \pm \Delta D_1$  と表されるとき， $\bar{D}_1 - D_1$  で真値からのズレを， $\Delta D_1$  でそのバラツキを定義し，行列の各要素について，ズレをマーカーで，バラツキをエラーバーで表したものである．データ点数に応じて □, ○, ◇, × をマーカーとして用いることで分類を行っている．図よりデータ点数が増すにつれて，すべての要素について信頼区間が狭まっていくことが確認できる．

なお，1023 点のデータを用いたときの推定結果はつぎのようになった．

$$\hat{D}_1 = \begin{bmatrix} 0.08 & 0.60 \\ -0.30 & 0.90 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_2 = \begin{bmatrix} 0.09 & 0.09 \\ -1.00 & 0.60 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 \end{bmatrix},$$

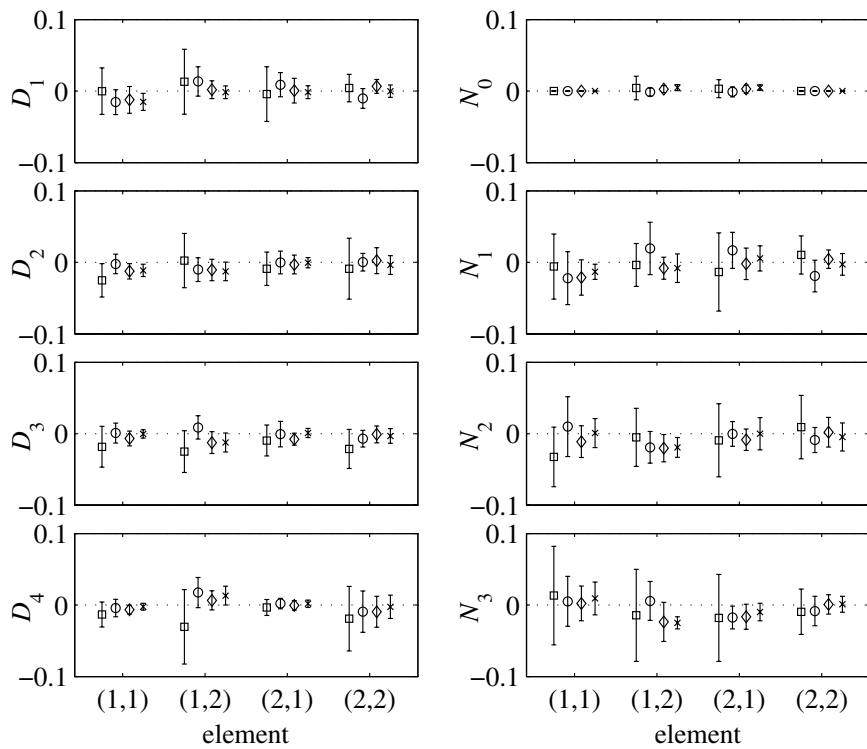


図 5.7 2 値信号と M 系列信号を印加したときの真値からのズレとバラツキ (□: 127 点, ○: 255 点, ◇: 511 点, ×: 1023 点のデータ点数を用いたときの結果.)

$$\begin{aligned}
 \hat{D}_3 &= \begin{bmatrix} 0.40 & -0.71 \\ -0.70 & -0.60 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}, & \hat{D}_4 &= \begin{bmatrix} 0.10 & 0.61 \\ -0.50 & -0.10 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.00 & 0.01 \\ 0.01 & 0.02 \end{bmatrix}, \\
 \hat{N}_0 &= \begin{bmatrix} 1.00 & 0.20 \\ -0.60 & 1.00 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}, & \hat{N}_1 &= \begin{bmatrix} -0.11 & 0.69 \\ -0.79 & 0.70 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.01 & 0.02 \\ 0.02 & 0.02 \end{bmatrix}, \\
 \hat{N}_2 &= \begin{bmatrix} -0.30 & 0.28 \\ -0.10 & 0.10 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.02 & 0.01 \\ 0.02 & 0.02 \end{bmatrix}, & \hat{N}_3 &= \begin{bmatrix} -0.39 & 0.68 \\ 0.39 & 0.10 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.02 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

真の係数行列と比較すると、ズレもバラツキもほとんどなく、真値を正確に推定していることが確認できる。

さらに、未知入力信号を  $-1$  から  $1$  までの値をとる一様乱数列に変更した場合についても同様の検討を行った。その結果を図 5.8 に示す。この場合もデータ点数が増すにつれて信頼区間が狭まっていき、同定精度が向上していくことが確認

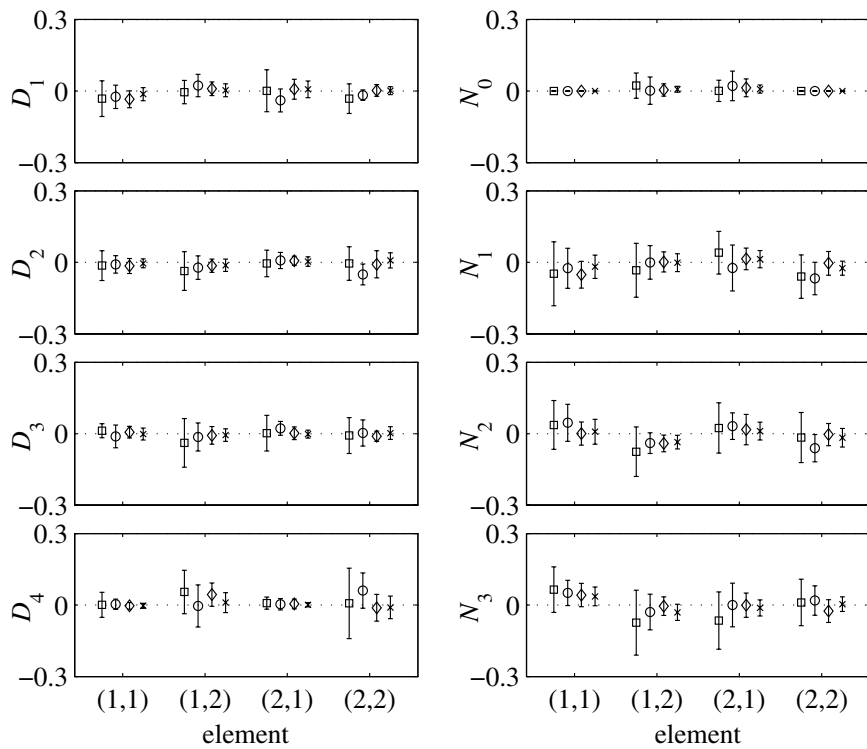


図 5.8 異なる 2 つの一樣乱数を印加したときの真値からのズレとバラツキ (□: 127 点, ○: 255 点, ◇: 511 点, ×: 1023 点のデータ点数を用いたときの結果.)

できた. これについても同様に, 1023 点のデータを用いたときの推定結果を示す  
とつぎのようになった.

$$\begin{aligned}
 \hat{D}_1 &= \begin{bmatrix} 0.09 & 0.60 \\ -0.29 & 0.90 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.03 & 0.03 \\ 0.03 & 0.02 \end{bmatrix}, & \hat{D}_2 &= \begin{bmatrix} 0.10 & 0.09 \\ -1.00 & 0.61 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.02 & 0.03 \\ 0.02 & 0.03 \end{bmatrix}, \\
 \hat{D}_3 &= \begin{bmatrix} 0.40 & -0.71 \\ -0.70 & -0.60 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.02 & 0.03 \\ 0.02 & 0.03 \end{bmatrix}, & \hat{D}_4 &= \begin{bmatrix} 0.10 & 0.61 \\ -0.50 & -0.11 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.01 & 0.04 \\ 0.01 & 0.05 \end{bmatrix}, \\
 \hat{N}_0 &= \begin{bmatrix} 1.00 & 0.21 \\ -0.59 & 1.00 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.00 & 0.01 \\ 0.02 & 0.00 \end{bmatrix}, & \hat{N}_1 &= \begin{bmatrix} -0.12 & 0.70 \\ -0.79 & 0.68 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.05 & 0.04 \\ 0.04 & 0.03 \end{bmatrix}, \\
 \hat{N}_2 &= \begin{bmatrix} -0.29 & 0.26 \\ -0.09 & 0.08 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.05 & 0.03 \\ 0.04 & 0.04 \end{bmatrix}, & \hat{N}_3 &= \begin{bmatrix} -0.36 & 0.67 \\ 0.39 & 0.10 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.04 & 0.03 \\ 0.03 & 0.03 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

一樣乱数の場合, 信号間に相関が生じやすいため偏差が大きくなるが, 十分に真  
値に近い値を推定していることがわかる.

### 5.5.2 推定モデルの次数

ここでは推定モデルの次数が真のモデルの次数と異なる場合に、同定結果がどのように変化するかを調査する。

3入力3出力のVARMA(2,1)モデルのブラインド同定を考え、推定モデルの次数を  $(p, q) = \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$  と与えて同定したときの同定結果を調べる。以下では、煩雑さを避けるために、 $G_{11}$  (伝達関数行列の(1,1)要素)のみを表示している。

推定すべき真の伝達関数はつぎのとおりである。

$$G_{11}(z) = \frac{z(z + 1.17)(z^2 + 0.40z + 0.29)(z^2 - 1.51z + 0.86)}{(z + 0.88)(z - 0.32)(z^2 + 0.54z + 0.85)(z^2 - 1.65z + 0.78)}$$

それぞれの次数での同定結果はつぎのようになった。式中で  $\hat{G}_{11}$  の右肩に付した括弧内の数字は、設定した次数を表す。

$$\begin{aligned} \hat{G}_{11}^{(2,1)}(z) &= \frac{z(z + 1.20)(z^2 + 0.39z + 0.26)(z^2 - 1.49z + 0.84)}{(z + 0.88)(z - 0.32)(z^2 + 0.53z + 0.84)(z^2 - 1.64z + 0.77)} \\ \hat{G}_{11}^{(2,2)}(z) &= \frac{(z + 0.07)(z + 1.21)(z^2 + 0.31z + 0.28)(z^2 - 1.49z + 0.85)}{(z + 0.87)(z - 0.31)(z^2 + 0.53z + 0.85)(z^2 - 1.64z + 0.77)} \\ \hat{G}_{11}^{(3,1)}(z) &= \frac{z(z + 1.21)(z^2 + 0.31z + 0.28)(z^2 - 1.51z + 0.88)}{(z + 0.88)(z - 0.38)(z^2 + 0.54z + 0.85)(z^2 - 1.62z + 0.75)} \\ &\quad \times \frac{(z + 0.19)(z^2 - 0.15z)}{(z + 0.19)(z^2 - 0.19z + 0.04)} \\ \hat{G}_{11}^{(3,2)}(z) &= \frac{z(z + 1.23)(z^2 + 0.28z + 0.31)(z^2 - 1.50z + 0.85)}{(z + 0.88)(z - 0.31)(z^2 + 0.53z + 0.85)(z^2 - 1.64z + 0.77)} \\ &\quad \times \frac{(z + 0.66)(z^2 - 0.07z + 0.10)}{(z + 0.66)(z^2 - 0.16z + 0.15)} \end{aligned}$$

推定モデルの次数を真のモデルに一致させた  $\hat{G}_{11}^{(2,1)}$  は、もとのシステムを正しく同定していることがわかる。分子多項式行列の次数を1次多く見積もった  $\hat{G}_{11}^{(2,2)}$  でも、分子多項式の  $z + 0.07$  を  $z$  と見なせば、もとのシステムと一致する。また分母多項式行列を1次多く見積もった  $\hat{G}_{11}^{(3,1)}$  や  $\hat{G}_{11}^{(3,2)}$  についても、必ずしも明確でないが、極零相殺により、もとのシステムを復元することができる。

このように提案手法は、ある程度の頑健性を有することがわかった。

### 5.5.3 ほかのモデルについて

これらの数値例以外にも，VARMA モデルの各係数  $D_i, N_j$  を  $-1$  から  $1$  の一様分布でランダムに生成した，10 種類のモデルについて同様の同定実験を行った．煩雑さを避けるため，具体的な数値の掲載は控えるが，従来法よりも良い同定結果が得られることを確認した．

ただし，極が単位円に近接するような場合では，数値的に不安定となり同定結果が劣化することがあった．このことより，インパルス応答が持続するようなシステムへの適用には限界があるということがわかった．

## 5.6 本章のまとめ

本章では，多変量 ARMA モデルのブラインド同定法について議論した．入力信号の独立性が仮定できるとき，独立成分分析にフィードバック構造を導入することで，移動平均項が含まれる場合でも，正確にフィルタ係数を同定するアルゴリズムを提案し，その有効性を数値例で確認した．

従来法では，フィルタ係数を正確に求めることができなかったが，提案手法では多少の誤差はあるものの，正しく推定できることがわかった．

提案手法を用いると，より複雑なシステムに対する未知外乱の抑制制御系設計や，より詳細なシステムの診断などが可能となる．

今後の課題としては非最小位相システムへの拡張や，手法のリアルタイム化などが挙げられる．

## 6. おわりに

本論文では、独立という概念をシステム制御理論へ導入することで、新しい分野の開拓を目指した。特に独立成分分析を応用することで多入力多出力システムがブラインド同定できることを明らかにした。

まず §2 で、定数行列で混合される場合のブラインド同定法を紹介した。

システム制御では動的システムによる混合を扱うことから、これに対する同定アルゴリズムが必要となる。そこで多入力多出力システムの表現として有理多項式行列を考え、まず §3 では、最も単純な問題のクラスとして、分母多項式行列のみからなる多変量自己回帰モデルのブラインド同定問題を考えた。ここでは動的な混合問題を拡大状態空間モデルにより静的な混合問題に帰着させる方法を提案した。拡大系の入出力信号には共通成分が存在するが、これを制約条件と見なすことで入力に非独立成分が含まれる場合でも、独立成分のみを正しく復元するアルゴリズムを開発し、手法の有効性を数値例で確認した。この手法を用いれば、観測信号のみからシステムが同定できるため、外乱の検出やシステムの診断など、幅広い分野に有益であると期待できる。

そういった観点から、§4 では、提案手法をシステムに作用する未知外乱の抑制に応用することを考えた。ここでは独立成分分析によって得られる分離系を用いて効果的に外乱を抑制する制御系の設計法を提案した。制御では、モデル化できない外界からの作用を外乱とみなして、それを抑制する研究が盛んに行われてきた。外乱を完全に除去するには、外乱モデルの取得が欠かせないが、外乱は観測できない信号であるために従来は困難であった。そこで、外乱を未知な入力信号の一種とみなして陽に扱い、ブラインド同定法を適用することにより、外乱モデルを取得することを考えた。独立成分分析を用いた外乱モデルの推定では、近似モデルであっても周波数特性が真のモデルにほとんど一致するために抑制効果が高く、重み関数を系統的に導出できるという点は従来にはなかった特色である。しかも未知システムに作用する未知外乱の抑制という、極めて困難な問題に対しても、容易に外乱を抑制するコントローラを導出できることがわかった。

より正確なモデルを推定するために、扱える問題のクラスの拡大にも取り組んだ。§5 では、分子多項式行列を含む一般的なシステムの表現である、多変量自己

回帰移動平均モデルのブラインド同定法の開発を行った。独立成分分析にフィードバック構造を導入することで多項式行列の係数行列を正確に同定するアルゴリズムを提案し、その有効性を数値例で確認した。従来法では係数行列を正しく求めることができなかったが、提案手法ではそれが可能となった。この手法を用いると、複雑なシステムのブラインド同定が可能となり、より厳密な外乱抑制コントローラ設計や、より詳細なシステムの診断などへ応用することができる。

今後の課題としては、多変量自己回帰移動平均モデルを用いた外乱除去問題やシステムの診断、非最小位相システムへの拡張や手法のリアルタイム化などが挙げられる。さらに、入力の一部が既知な場合のセミブラインド同定法も必要な技術であり、これについても検討する余地がある。



## 謝辞

本論文は、奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 応用システム科学講座において行った研究をまとめたものです。論文の執筆にあたり、数多くの方々からご指導とご鞭撻を頂戴しましたので、ここに記して御礼申し上げます。

奈良先端科学技術大学院大学 杉本 謙二 教授には、博士前期課程、後期課程を通じて、長期に渡り懇切なるご指導、ご鞭撻を賜りました。特に、筆者が学術誌に論文を投稿する際には、休日にもかかわらず論文を校閲して頂くなど、献身的なご指導を賜りました。心より感謝いたします。

お忙しい中、博士論文の審査委員を引き受けてくださった、奈良先端科学技術大学院大学 西谷 紘一 教授、石井 信 教授、平田 健太郎 助教授に深く感謝いたします。西谷教授には博士前期課程、後期課程を通じて随所で貴重なご助言を賜りました。石井教授には学習の専門家として非常に貴重なご指摘、ご助言を賜りました。平田助教授には制御理論の観点から研究意義についてご助言を賜りました。ここに改めて御礼申し上げます。

奈良先端科学技術大学院大学 小木曾 公尚 助手、橋 拓至 助手には研究に関する相談に応じて頂きました。深く感謝いたします。京都大学 笠原 正治 助教授、岩手大学 佐藤 淳 講師、関西大学 安達 直世 助手には、研究室内の発表等で有益なご助言、討議を賜りました。厚く御礼申し上げます。象印マホービン株式会社の鈴木 新 氏には製造現場における考え方など、さまざまな有益なご助言を賜りました。僅かな期間でしたが共同で研究できたことに感謝いたします。

応用システム科学講座の皆様には感謝いたします。特に秘書の橋本 洋子さんには、事務手続きを一手に引き受けて頂きました。ありがとうございました。学生諸氏には、たわいない議論に長時間付き合って頂き感謝の念でいっぱいです。

大学院を目指すきっかけとなり、信号処理の面白さを教えてくださった、大阪府立工業高等専門学校 梅本 敏孝 助教授に感謝いたします。また、制御理論全般に渡って有意義な教育を行って頂いた、京都工芸繊維大学 大住 晃 教授に感謝いたします。

最後に、大学院への進学を快諾し研究活動を支えてくれた両親、研究に理解を示してくれた姉に感謝します。

## 参考文献

- [1] 足立修一：ユーザのためのシステム同定理論，コロナ社，1993.
- [2] 赤穂昭太郎：情報幾何と機械学習，計測と制御，Vol. 44, No. 5, pp. 299–306, 2005.
- [3] P. Albertos and S. Antonio: Multivariable Control Systems: An Engineering Approach, Springer-Verlag, London, 2004.
- [4] S. Amari, A. Cichocki and H. Yang: A New Learning Algorithm for Blind Signal Separation, Advances in Neural Information Processing Systems, Vol. 8, pp. 757–763, MIT Press, Cambridge, 1996.
- [5] S. Amari: Natural Gradient Works Efficiently in Learning, Neural Computation, Vol. 10, No. 2, pp. 251–276, 1998.
- [6] 甘利俊一，佐藤俊哉，竹内啓，狩野裕，松山裕，石黒真木夫：多変量解析の展開，岩波書店，2002.
- [7] 浅野太：反射のある音場における信号分離，電子情報通信学会技術研究報告，SP2001–8, pp. 57–64, 2001.
- [8] A. Bell and T. Sejnowski: An information maximisation approach to blind separation and blind deconvolution, Neural Computation, Vol. 7, No. 6, pp. 1129–1159, 1995.
- [9] J. Cardoso and A. Souchoumiac: Blind Beamforming for Non Gaussian Signals, IEE Proceedings F, Vol. 140, No. 6, pp. 362–370, 1993.
- [10] J. Casti: Dynamical Systems and Their Applications: Linear Theory, Academic Press, New York, 1977.
- [11] A. Cichocki and S. Amari: Adaptive Blind Signal and Image Processing: Learning Algorithms and Applications, John Wiley & Sons, New York, 2002.

- [12] P. Comon: Independent Component Analysis, a new concept?, Signal Processing, Special Issue on Higher Order Statistics, Vol. 36, No. 3, pp. 287–314, 1994.
- [13] A. Dapena and C. Serviere: A Simplified Frequency-Domain Approach For Blind Separation Of Convulsive Mixtures, Proc. 3rd International Conference on Independent Component Analysis and Blind Source Separation, San Diego, California, USA, 2001.
- [14] S. Douglas, A. Cichocki and S. Amari: Multichannel blind separation and deconvolution of sources with arbitrary distributions, Proc. IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing, pp. 436–444, Amelia Island, Florida, USA, 1997.
- [15] S. Haykin: Blind Deconvolution, Prentice Hall, New Jersey, 1994.
- [16] 細江繁幸, 荒木光彦: 制御系設計— $H^\infty$ 制御とその応用, 朝倉書店, 1994.
- [17] A. Hyvärinen and E. Oja: A Fast Fixed-Point Algorithm for Independent Component Analysis, Neural Computation, Vol. 9, No. 7, pp. 1483–1492, 1997.
- [18] A. Hyvärinen, J. Karhunen and E. Oja: Independent Component Analysis, John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [19] S. Ikeda and N. Murata: A method of ICA in time-frequency domain, Proc. 1st International Conference on Independent Component Analysis and Signal Separation, pp. 365–371, Assois, France, 1999.
- [20] S. Ikeda and K. Toyama: Independent component analysis for noisy data — MEG data analysis, Neural Networks, Vol. 13, No. 10, pp. 1063–1074, 2000.
- [21] 伊藤正美: 自動制御, 丸善, 1981.

- [22] 加納 学, 田中章平, 丸田 浩, 長谷部伸治, 橋本伊織, 大野 弘: 外部分析と独立成分分析を用いた統計的プロセス運転監視, 計測自動制御学会論文集, Vol. 38, No. 11, pp. 958–965, 2002.
- [23] J. Karhunen, E. Oja, L. Wang, R. Vigário and J. Joutensalo: A Class of Neural Networks for Independent Component Analysis, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 8, No. 3, pp. 486–503, 1997.
- [24] T. Katayama: *Subspace Methods for System Identification*, Springer-Verlag, London, 2005.
- [25] Y. Kikkawa and K. Sugimoto: Independent Component Analysis for Signals Mixed by a Class of Dynamical Systems, *Proc. ICASE/SICE Joint Workshop*, pp. 204–209, Jeonbuk, Korea, 2002.
- [26] 児玉慎三, 須田信英: システム制御のためのマトリクス理論, コロナ社, 1995.
- [27] 小谷 学, 有本 隆彦, 小澤 誠一: 独立成分分析による漏洩音検出に関する検討, システム制御情報学会論文誌, Vol. 16, No. 10, pp. 539–547, 2003.
- [28] T-W. Lee, A. Bell and R. Lambert: Blind separation of delayed and convolved sources, *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. 9, pp. 758–764, MIT Press, Cambridge, 1997.
- [29] T-W. Lee, M. Girolami and T. Sejnowski: Independent Component Analysis using an Extended Infomax Algorithm for Mixed Sub-Gaussian and Super-Gaussian Sources, *Neural Computation*, Vol. 11, No. 2, pp. 417–441, 1999.
- [30] D. Liu and P. J. Antsaklis: *Stability and Control of Dynamical Systems with Applications*, Birkhäuser, Boston, 2003.
- [31] L. Ljung: *System Identification: Theory for the User*, Prentice Hall, New Jersey, 1994.

- [32] D. Luenberger: Canonical Forms for Linear Multivariable Systems, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-12, No. 3, pp. 290–293, 1967.
- [33] 美多 勉 :  $H_\infty$  制御, 昭晃堂, 1994.
- [34] N. Mitianoudis and M. Davies: New fixed-point solutions for convolved mixtures, Proc. 3rd International Conference on Independent Component Analysis and Blind Source Separation, San Diego, California, USA, 2001.
- [35] 中迫 昇, 小倉久直 : 独立成分分析の基礎と音響信号処理, システム/制御/情報, Vol. 46, No. 7, pp. 400–408, 2002.
- [36] M. Nitta and K. Sugimoto: A BSD Approach to Estimation and Suppression of Disturbance with Unknown Dynamics by H-infinity Feedback, Proc. IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, pp.517–522, Yokohama, Japan, 2004.
- [37] 新田益大, 杉本謙二 : Kullback-Leibler 情報量に基づく多変量 AR モデルのブライント同定, 計測自動制御学会第33回制御理論シンポジウム, pp. 225–228, 2004.
- [38] 新田益大, 杉本謙二, 佐藤 淳 : 独立成分分析を用いた自己回帰モデルの未知入力同定法, 計測自動制御学会論文集, Vol. 41, No. 5, pp. 444–451, 2005.
- [39] 新田益大, 鈴木 新, 杉本謙二, 安達直世 : 独立成分分析を用いた機械振動系のブライント同定実験と構造変化検出, システム制御情報学会論文誌, Vol. 19, No. 5, pp. 177–184, 2006.
- [40] 新田益大, 杉本謙二 : 独立成分分析に基づく外乱抑制制御系設計, 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 12, pp. 1313–1319, 2006.
- [41] V. Overschee and D. Moor: N4SID: Subspace Algorithms for the Identification of Combined Deterministic-Stochastic Systems, Automatica, Vol. 30, No. 1, pp. 75–93, 1994.

- [42] K. Raju, T. Ristaniemi, J. Karhunen and E. Oja: Suppression of Bit-Pulsed Jammer Signals in DS-CDMA Array System Using Independent Component Analysis, Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, pp. 189–192, Scottsdale, Arizona, USA, 2002.
- [43] G. Reinsel: Elements of Multivariate Time Series Analysis, Springer-Verlag, New York, 1993.
- [44] A. Rencher: Methods of Multivariate Analysis, 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York, 2002.
- [45] J. Rubio: The Theory of Linear System, Academic Press, New York, 1971.
- [46] 相良節夫：基礎自動制御，森北出版，1978.
- [47] 相良節夫，中溝高好，秋月影雄，片山 徹：システム同定，コロナ社，1981.
- [48] 酒井英昭：主成分分析と独立成分分析，システム/制御/情報，Vol. 43, No. 4, pp. 188–195, 1999.
- [49] 佐野 昭，孫 連明：出力オーバーサンプリングとモデリング，計測と制御，Vol. 40, No. 11, pp. 795–800, 2001.
- [50] 猿渡 洋：音声・音響信号を対象としたブラインド音源分離，電子情報通信学会 DSP 研究会，DSP2001–194, pp. 59–66, 2002.
- [51] 杉本謙二，宮浦恭弘：独立成分分析によるパラメータと外乱の同時推定，第44回自動制御連合講演会，2001.
- [52] K. Sugimoto and M. Nitta: Polynomial Matrix Approach to Independent Component Analysis: (Part I) Basics, Proc. IFAC World Congress, Prague, Czech Republic, 2005.
- [53] K. Sugimoto, A. Suzuki, M. Nitta and N. Adachi: Polynomial Matrix Approach to Independent Component Analysis: (Part II) Application, Proc. IFAC World Congress, Prague, Czech Republic, 2005.

- [54] N. Tsumura, H. Haneishi and Y. Miyake: Independent component analysis of skin color image, *Journal of Optical Society of America*, Vol. 16, No. 9, pp. 2169–2176, 1999.
- [55] 梅山伸二：独立成分分析を用いたぼけ過程不明のぼけ画像の復元について, *電子情報通信学会論文誌 (A)*, Vol. J83-A, No. 6, pp. 677–685, 2000.
- [56] M. Verhaegen and P. Dewilde: Subspace model identification, Part 1: The output-error state-space model identification class of algorithms, *International Journal of Control*, Vol. 56, No. 5, pp. 1187–1210, 1992.
- [57] M. Verhaegen and P. Dewilde: Subspace model identification, Part 2: Analysis of the elementary output-error state space model identification algorithm, *International Journal of Control*, Vol. 56, No. 5, pp. 1211–1241, 1992.
- [58] K. Waheed, F. Salem: Blind Source Recovery: A Framework in the State Space, *Journal of Machine Learning Research*, Special Issue on Independent Component Analysis, Vol. 4, pp. 1411–1446, MIT Press, Cambridge, 2003.
- [59] 和久屋 寛, 山下和男, 信太克規：頭部生体モデルを用いた脳内部温度の推定：独立成分分析による温度変化検出の可能性, *電子情報通信学会技術研究報告*, MBE2001–153, pp. 13–18, 2002.
- [60] H. Yang and S. Amari: Adaptive On-line Learning Algorithms for Blind Separation: Maximum Entropy and Minimum Mutual Information, *Neural Computation*, Vol. 9, No. 3, pp. 1457–1482, 1997.
- [61] 吉田勝久：線形システムの観測と同定, コロナ社, 1975.
- [62] L. Zhang and A. Cichocki: Blind deconvolution of dynamical systems: A state space approach, *Journal of Signal Processing*, Vol. 4, No. 2, pp. 111–130, 2000.
- [63] K. Zhou, J. Doyle and K. Glover: *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1996.

## 業績リスト

### 研究論文

1. 新田益大, 杉本謙二, 佐藤 淳: “独立成分分析を用いた自己回帰モデルの未知入力同定法”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 41, No. 5, pp. 444–451, 2005.
2. 新田益大, 杉本謙二: “独立成分分析に基づく外乱抑制制御系設計”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 12, pp. 1313–1319, 2006.
3. 新田益大, 杉本謙二: “独立成分分析に基づく多入力多出力システムのブラインド同定”, 電子情報通信学会和文論文誌 A, Vol. J90-A, No. 1, pp. 27–34, 2007.
4. M. Nitta and K. Sugimoto: “Blind identification of polynomial matrix fraction via independent component analysis”, International Journal of Robust and Nonlinear Control. (特集号採録決定)

### 国際会議論文

1. N. Adachi, K. Aida, M. Nitta and K. Sugimoto: “Networked control methods robust to jitter and their evaluation by inverted pendulum,” 16th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2004), Katholieke Universiteit, Leuven, Belgium, July 5–9, 2004.
2. M. Nitta and K. Sugimoto: “A BSD approach to estimation and suppression of disturbance with unknown dynamics by H-infinity feedback,” IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP 2004), pp. 517–522, Yokohama, Japan, August 30 to September 1, 2004.



3. K. Sugimoto, M. Nitta: “Polynomial Matrix Approach to Independent Component Analysis: (Part I) Basics,” The 16th IFAC World Congress, FR-M22-TO/6, Prague, Czech Republic, July 4-8, 2005.
4. M. Nitta and K. Sugimoto: “Controller Redesign via Closed-loop Identification with Degradation Factor,” SICE Annual Conference (SICE 2005), pp. 225-229, Okayama, Japan, August 8-10, 2005.
5. M. Nitta and K. Sugimoto: “ICA Based Blind Identification via Exact Parameterization,” 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2006), pp. 402-407, Kyoto, Japan, July 24-28, 2006.

## 口頭発表

1. 新田益大, 杉本謙二: “未知入力システム同定に基づく外乱抑制制御系設計”, 計測自動制御学会第4回制御部門大会, pp. 273-276, 北九州学術研究都市産学連携センター, 2004/5/26-28.
2. 新田益大, 杉本謙二: “Kullback-Leibler 情報量に基づく多変量 AR モデルのブライント同定”, 計測自動制御学会第33回制御理論シンポジウム, pp. 225-228, カリアック, 2004/11/10-12.
3. 辻江正裕, 新田益大, 杉本謙二: “劣化因子の直列結合による閉ループ同定”, 第47回自動制御連合講演会, ちば国際コンベンションビューロー, 2004/11/26-27.
4. 辻江正裕, 新田益大, 杉本謙二: “劣化因子の直列結合による閉ループ同定と制御系の再設計”, 平成16年度計測自動制御学会関西支部学生研究発表会, 京都大学桂キャンパス, 2005/3/7.

5. 安達直世, 笠原正治, 杉本謙二, 新田益大: “遠隔制御のためのフィードバック系を実現するネットワークアーキテクチャの提案”, 電子情報通信学会技術研究報告, NS2005-35, pp. 45-48, 2005/5/27.
6. 新田益大, 杉本謙二: “独立成分分析を用いたブラインド同定—多変量 ARMA モデルへの拡張—”, 第 50 回システム制御情報学会研究発表講演会, 京都テルサ, 2006/5/10-12.